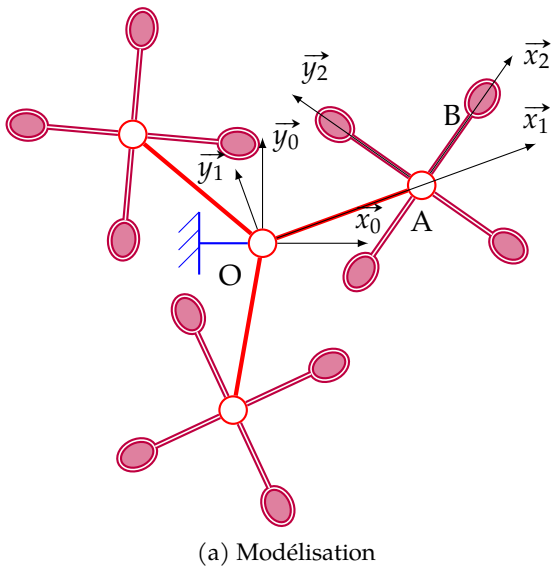


Utilisation de Python en cinématique

A. Présentation

Le manège pieuvre est un classique des foires. Il procure des sensations par son mouvement épicycloïdal qui produit de fortes accélérations.



(a) Modélisation

FIGURE 1.1 – Manège pieuvre

L'objectif de l'exercice consiste à déterminer la trajectoire d'une nacelle, puis la vitesse et l'accélération. On complète l'étude en réalisant l'animation du mouvement et le tracé des vecteurs vitesse et accélération.

Soit O le centre de la rotation principale d'axe (O, \vec{z}_0) entre le carter et les trois bras (1) à 120° . Le repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au carter (0).

La nacelle (2) est en rotation par rapport au bras (1) autour de l'axe (A, \vec{z}_0) .

Le repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est associé au bras (1), le repère $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est associé à la nacelle (2).

$$- \vec{OA} = R_1 \cdot \vec{x}_1, \text{ avec } R_1 = 5,58 \text{ m}$$

$$- \vec{AB} = R_2 \cdot \vec{x}_2, \text{ avec } R_2 = 2,29 \text{ m}$$

$$- (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta,$$

$$- (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \alpha,$$

On note aussi :

$$- \omega_{10} = \frac{d\theta}{dt} = 1,11 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$- \omega_{21} = \frac{d\alpha}{dt} = -2 \cdot \omega_{10},$$

pendant la phase de régime permanent, on considère que ω_{10} est constant. À l'instant initial, les points O, A, B sont alignés.

1.1 Travail demandé

Ce sujet s'appuie sur le TD de cinématique du même nom. On se propose de tracer, la trajectoire, la vitesse et l'accélération d'un point de la nacelle.

1.1.1 Données

Le programme **manege-eleve.py** dans le dossier TP-info est une ébauche. Ce programme comporte une animation partielle du mécanisme, et le tracé des coordonnées du point A.

1.1.2 Configuration de Spyder

Afin de visualiser l'animation, il est nécessaire que les figures soient affichées dans une fenêtre indépendante. Pour cela :

- lancer Spyder
- dans Spyder, sélectionner **Outils**,
- sélectionner **Préférences**,
- sélectionner **Console Ipython**
- dans l'onglet **Graphique** choisir **Automatique** dans le menu déroulant
- Valider, fermer Spyder puis relancer le afin de charger les nouvelles préférences.

Si vous utilisez un autre éditeur, vérifier que les simulations peuvent fonctionner.

1.1.3 Questions

Q 1. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{OA} dans le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction de α puis ω_{10} .

Q 2. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} dans le repère $(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction de α puis ω_{21} , en déduire \overrightarrow{OB} dans le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Q 3. Modifier en conséquence le programme pour avoir le mouvement souhaité de la nacelle en B.

Q 4. Modifier le programme d'affichage (animation) afin d'ajouter la trajectoire du point B à celle du point A.

Q 5. Dans la figure inférieure, tracer l'évolution des composantes de \overrightarrow{OB} en fonction du temps.

On se propose maintenant de déterminer la vitesse du point B dans son mouvement par rapport au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) : \overrightarrow{V_{B \in 2/0}}$.

Q 6. Écrire une fonction **deriv(...)** qui, à partir d'une liste de valeurs, permet d'obtenir la dérivée discrète de la fonction. Pour cela :

Q6a. rappeler la relation permettant d'obtenir la dérivée discrète,

Q6b. préciser les données à passer à la fonction **deriv(...)**,

Q6c. écrire la fonction.

Q 7. Déterminer les composantes de la vitesse du point B, que l'on notera \mathbf{VBx} et \mathbf{VBy} .

Q 8. Dans la figure inférieure, tracer l'évolution des composantes de $\overrightarrow{V_{B \in 2/0}}$ en fonction du temps.

On se propose, maintenant de rajouter à l'animation le tracé du vecteur vitesse. Le programme comporte le tracé d'un vecteur fixe (commande **VecteurV=ax.arrow(..., ...)**), les 4 premiers paramètres de cette fonction sont, l'origine du vecteur et ses deux composantes.

Q 9. Modifier cette commande pour obtenir le tracé du vecteur vitesse.

Q 10. Compléter le programme afin d'obtenir le tracé de l'accélération.

Q 11. Étude complémentaire, compléter l'animation en dessinant les 4 nacelles