

Présentation

L'objet de cette étude est un peigne vibreur portatif et autonome permettant la récolte des olives. Son coût est d'environ 1000 €.

Il permet une récolte 4 à 8 fois plus rapide qu'une récolte manuelle et il est efficace sur les olives vertes, mûres et les olives de bouche, le tout en préservant l'arbre. L'utilisateur place l'extrémité de la perche dans les branches de l'olivier.

Le peigne, situé au bout de la perche, a un mouvement de rotation alternatif à haute fréquence (830 coups/min). Les olives des branches secouées tombent de l'arbre.

L'opération est répétée dans l'ensemble de l'arbre jusqu'à ce que l'olivier ne contienne plus de fruits.



FIGURE 0.1 – Peigne vibreur

A. Caractéristiques

Puissance nominale	300 W
Puissance maximale	800 W
Fréquence d'oscillation du peigne	830 allers-retours/min
Type de batterie	15,4 Ah – 44,4 volts
Autonomie	De 3 à 8 heures
Masse outil seul perche	1,50 m / 2,2 m 3 kg
Masse de l'ensemble	(Outil + batterie) 7,9 kg
Accélération à laquelle sont exposés les membres supérieurs de l'utilisateur	< 2,5m/s ²

La batterie, montée dans un harnais, est portée dans le dos de l'utilisateur. Elle alimente un moteur synchrone qui transmet, via un réducteur épicycloïdal, la puissance à un arbre de transmission. Ce dernier, placé à l'intérieur de la perche télescopique, met en mouvement la tête de vibration qui a pour fonction de transformer le mouvement de rotation continue en mouvement de rotation alternatif. On obtient ainsi une rotation alternative du peigne.

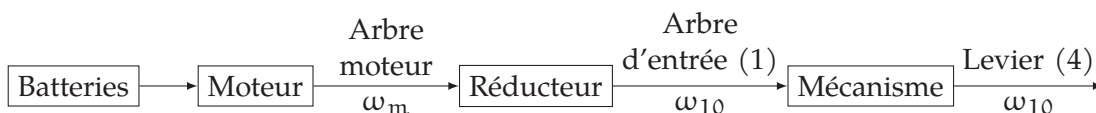


FIGURE 0.2 – Synoptique de la chaîne d'énergie

B. Système de transformation de mouvement

L'arbre d'entrée (1) de la tête de vibration, entraîné par le moteur *via* l'arbre de transmission, possède un mouvement de rotation continu d'axe $(A, \vec{\gamma}_0)$ par rapport au carter (0). Son extrémité, cou-

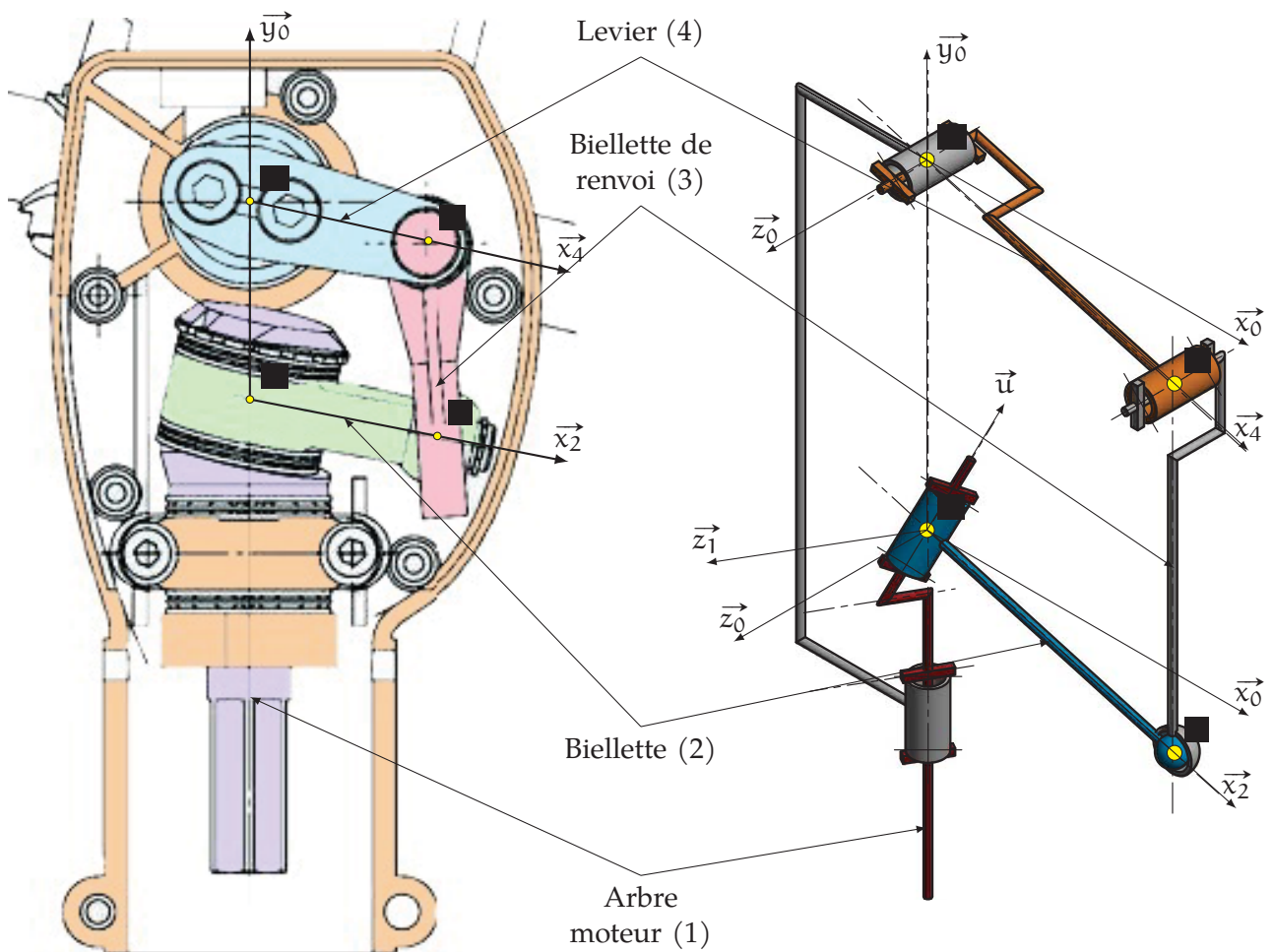


FIGURE 0.3 – Modélisation cinématique de la tête du peigne vibreur

dée, permet de modifier l'orientation de la biellette (2) lors de la rotation. La biellette (2) est en liaison sphérique, de centre B, avec la bielle de renvoi (3). Celle-ci est liée au levier (4) par une liaison pivot d'axe (C, \vec{z}_0) .

Comme ce levier est lié au carter (0) par une liaison pivot d'axe (D, \vec{z}_0) , le point C a nécessairement un mouvement plan.

On obtient ainsi une rotation alternative du levier 4 d'axe (D, \vec{z}_0) . Le peigne, solidaire du levier (4), possède le même mouvement.

Modélisation

— La figure 0.3 présente une modélisation cinématique du peigne vibreur et les différents points et axes.

— Le schéma cinématique de la figure 0.4 est représenté dans la position particulière $\theta_{10} = 0$. Dans cette position, la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est confondue avec la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)$.

Données

— $AB = a, DC = a, BC = b, AD = b$.

— $\vec{x}_2 = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|}$ et $\vec{x}_4 = \frac{\vec{DC}}{\|\vec{DC}\|}$.

— $\theta_{20} = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$ paramètre la position de la bielle (2) par rapport au carter (0) et $\frac{d\theta_{20}}{dt} = \omega_{20}$.

— $\theta_{40} = (\vec{x}_0, \vec{x}_4)$ paramètre la position du levier (4) par rapport au carter (0) et $\frac{d\theta_{40}}{dt} = \omega_{40}$.

Q4. Justifier sans calculs que le point B est toujours dans le plan $(D, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Que peut-on dire alors de la figure (A, B, C, D) ? Justifier alors que $\theta_{40} = \theta_{20} = \theta$ et $\vec{v}_3 = \vec{y}_0$. Que peut-on dire de \vec{x}_2 et \vec{x}_4 .

Q5. Déterminer $\vec{V}_{C \in 4/0}$, $\vec{V}_{C \in 3/0}$, en fonction des composantes de $\vec{\Omega}_{4/0}$ et $\vec{\Omega}_{3/4}$ et des différentes dimensions.

Q6. Quelle est la nature du mouvement de la biellette de renvoi (3) par rapport au carter (0). En déduire $\vec{\Omega}_{3/0}$ puis le torseur cinématique $\{v_{3/0}\}$ en C. En déduire $\vec{V}_{B \in 3/0}$.

Par construction $\vec{u} \perp \vec{AB}$.

Q7. Déduire de $\vec{u} \perp \vec{AB}$ que $\tan(\theta_{40}) = \cos(\theta_{10}) \cdot \tan(\alpha)$. Quelle est la période T_1 de θ_{40} en fonction de ω_{10} ?

Q8. Montrer que $\omega_{40} = -\frac{\sin(\omega_{10} \cdot t) \cdot \tan \alpha}{1 + (\cos(\omega_{10} \cdot t) \cdot \tan \alpha)^2} \cdot \omega_{10}$ avec $\omega_{40} = \frac{d\theta_{40}}{dt}$ et $\omega_{10} = \frac{d\theta_{10}}{dt}$ constant.

L'allure de ω_{40} pour ω_{10} constant est représentée sur la figure 0.5.

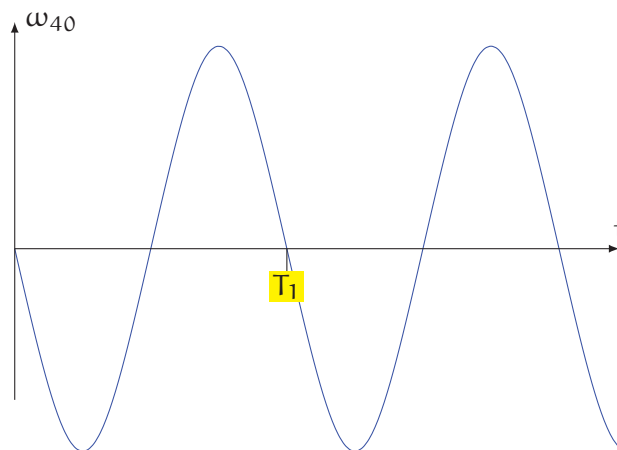


FIGURE 0.5 – Allure de ω_{40}

Q9. À partir du cahier des charges, déterminer ω_{10} en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q10. Déterminer le torseur cinématique $\{v_{2/0}\}$, vous préciserez le point le plus judicieux.

On note \mathcal{B}_u la base $(\vec{x}_u, \vec{u}, \vec{z}_1)$ avec $\vec{x}_u = \vec{u} \wedge \vec{x}_1$.

Q11. Écrire le torseur cinématique $\{v_{2/0}\}$ dans la base $(\vec{x}_u, \vec{u}, \vec{z}_1)$. En déduire la liaison équivalente entre la biellette (3) et le carter (0). Donner la désignation complète.

B.2. Réducteur

Le réducteur utilisé est un réducteur à train épicycloïdal (figure 0.6).

Le planétaire (1), lié à l'arbre moteur, est guidé en rotation d'axe (O_1, \vec{x}_0) par rapport au carter (0). En A, il entraîne le double satellite (2), qui engrène en B sur une couronne liée au carter (0) et est guidé en rotation d'axe (O_2, \vec{x}_0) par le porte-satellite (3), sortie du réducteur et lié à l'arbre de transmission du mécanisme de transformation.

La vitesse de rotation de l'arbre de sortie est $N_{3/0} = 830 \text{ tr/min}$.

On suppose que les liaisons sont parfaites et qu'il y a roulement sans glissement en A et B.

Q12. Justifier que ce réducteur est un train épicycloïdal.

Q13. Rappeler les conditions de roulement sans glissement en A puis en B.

Q14. À partir de la condition de roulement en A, montrer que :

$$R_1 \cdot \omega_{3/0} - R_{2a} \cdot \omega_{2/3} - R_1 \cdot \omega_{1/0} = 0$$

avec

- $\omega_{1/0}$: la vitesse de rotation du solide (1) par rapport au solide (0) autour de l'axe (O_1, \vec{x}_0) ,
- $\omega_{3/0}$: la vitesse de rotation du solide (3) par rapport au solide (0) autour de l'axe (O_1, \vec{x}_0) ,
- $\omega_{2/3}$: la vitesse de rotation du solide (2) par rapport au solide (3) autour de l'axe (O_2, \vec{x}_0) .

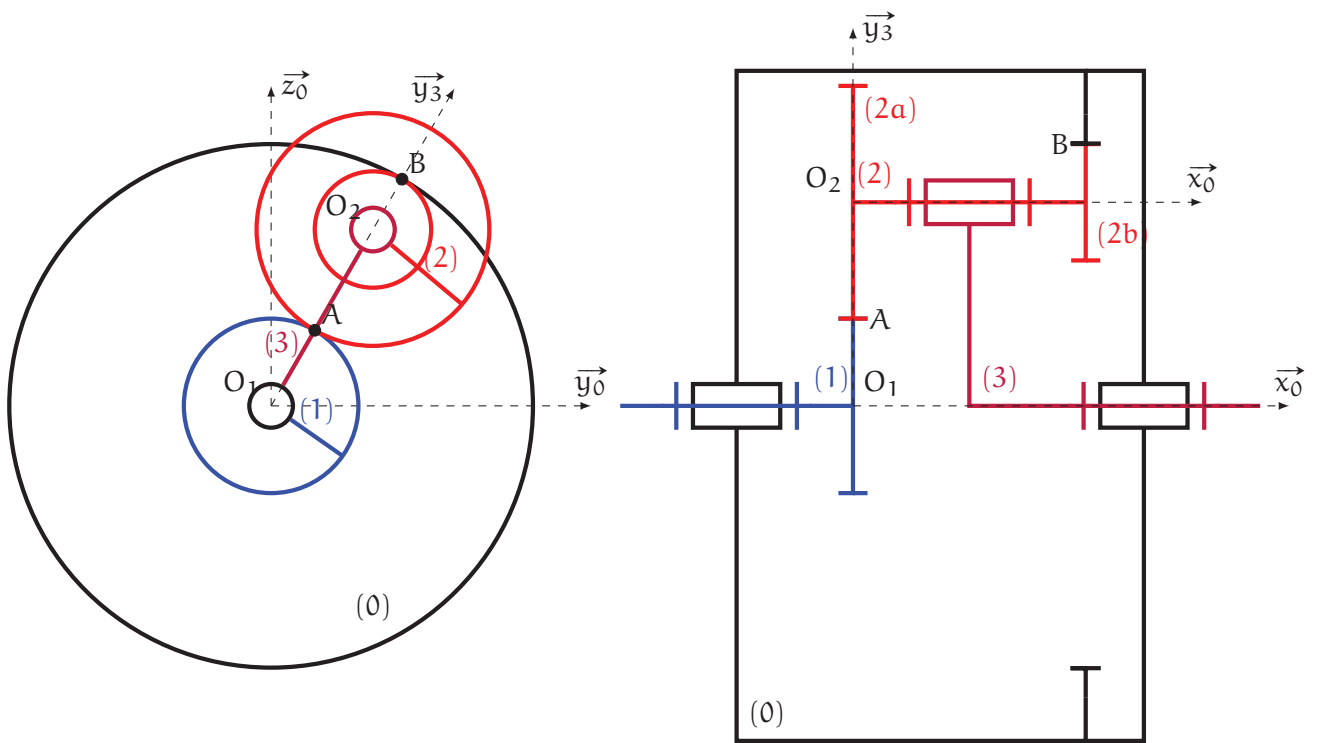


FIGURE 0.6 – Réducteur épicycloïdal

Q15. À partir de la condition de roulement sans glissement en B, déterminer la relation entre $R_{2b} \omega_{2/3}$ et $\omega_{3/0}$.

Q16. Dédire des deux relations ci-dessus le rapport de vitesse $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = \frac{Z_1 \cdot Z_{2b}}{Z_1 \cdot Z_{2b} + Z_{2a} \cdot Z_0}$.

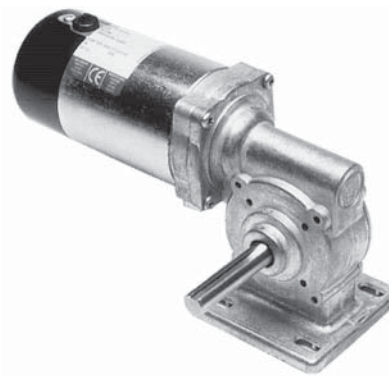
Q17. Une autre méthode pour déterminer le rapport de vitesse ci-dessus est d'écrire le rapport de vitesse : $\frac{\omega_{0/3}}{\omega_{1/3}}$. Déterminer ce rapport de vitesses en le justifiant, retrouver alors le rapport de vitesse.

Le dispositif étudié est un système permettant de limiter ou d'interdire la circulation dans des zones à accès réservé. Ce dispositif comporte :

- un caisson intégrant la partie opérative, à savoir une borne motorisée rétractable dans le sol,
- un caisson intégrant la partie commande comportant :
 - une platine électronique de gestion,
 - une batterie d'alimentation électrique du système,
 - des cellules photovoltaïques assurant la charge de la batterie.



(a) Vue d'ensemble



(b) Moto-réducteur

FIGURE 0.7 – Borne rétractable

A. Modélisation du moteur

Le système est équipé d'un motoréducteur à courant continu. Celui-ci est l'association d'un moteur à aimants permanents de tension nominale 12V et d'un réducteur de rapport 1/60.

Les équations de fonctionnement du moteur peuvent s'écrire en utilisant le formalisme de Laplace :

- Équation électrique :

$$U_m(p) = K_m \cdot W_m(p) + R_m \cdot I_m(p) + L_m \cdot p \cdot I_m(p)$$
- Équation mécanique :

$$J \cdot p \cdot W_m(p) = K_m \cdot I_m(p) - F \cdot W_m(p) - C_R(p)$$

avec

- $U_m(p)$: transformée de Laplace de $u_m(t)$ la tension de commande du moteur,
- $I_m(p)$: transformée de Laplace de $i_m(t)$ le courant circulant dans l'induit du moteur,
- $W_m(p)$: transformée de Laplace de $w_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur,
- $C_R(p)$: transformée de Laplace du couple résistant $c_r(t)$ sur l'arbre moteur (charge et frottements secs),
- $F = 57 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$: coefficient de frottement visqueux,
- $J = 72,5 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$: inertie totale ramenée sur l'arbre moteur,
- $R_m = 0,93 \Omega$: résistance de l'induit,
- $L_m = 0,9 \text{ mH}$: inductance,
- $K_m = 0,046 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$

Q1. On considère dans un premier temps que $C_r(p) = 0$.

Q1a. Déterminer la fonction de transfert $H_u(p) = \frac{W_m(p)}{U_m(p)}$ en fonction de différents paramètres.

Q1b. Faire l'application numérique.

Q1c. Mettre sous forme canonique, préciser les coefficients caractéristiques.

Q2. On considère maintenant que $U_m(p) = 0$:

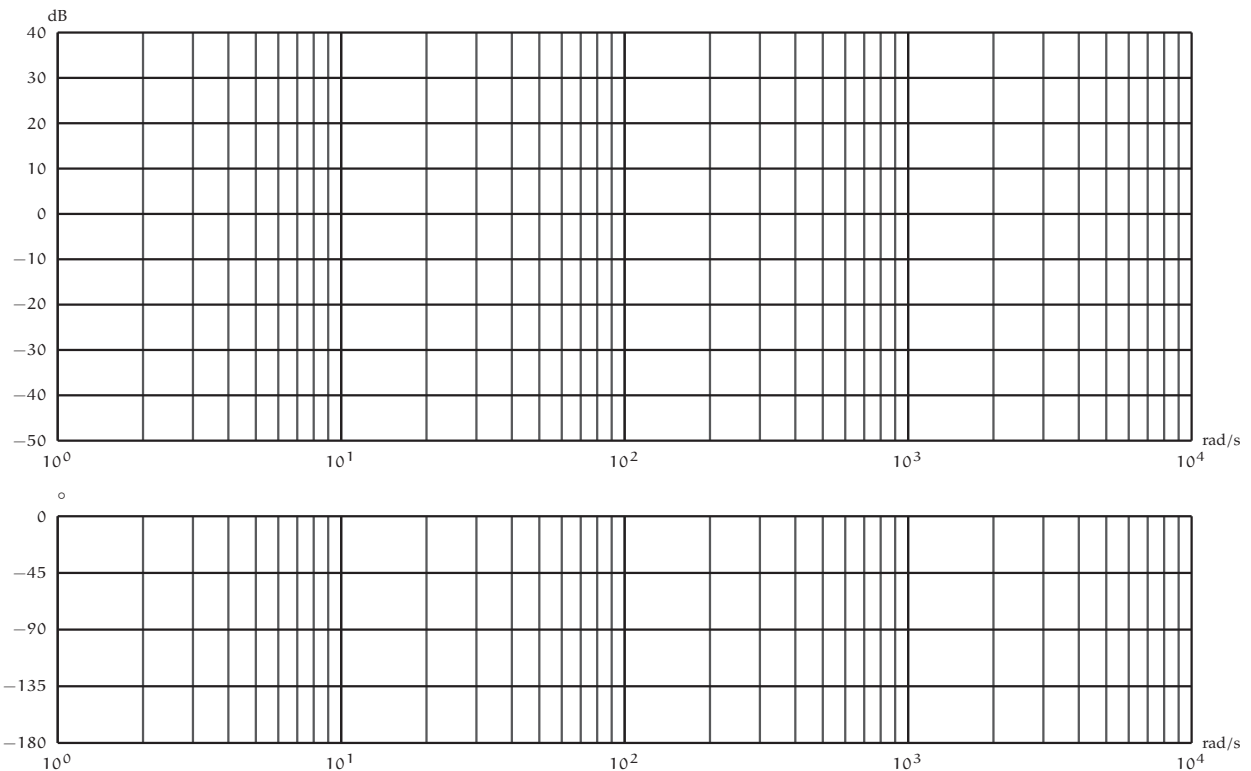
Q2a. Déterminer la fonction de transfert $H_c(p) = \frac{W_m(p)}{C_r(p)}$.

Q2b. Faire l'application numérique.

La fonction de transfert $H_u(p)$ s'écrit :
$$H_u(p) = \frac{21,20}{\left(1 + \frac{p}{33,2}\right)\left(1 + \frac{p}{1001}\right)}$$

Q3. Déterminer le module et l'argument de $H_u(j \cdot \omega)$ puis le module en décibel.

Q4. Tracer les diagrammes de Bode de $H_u(j \cdot \omega)$ réels et asymptotiques.



Compte tenu de la faible valeur de L_m , on se propose de vérifier si un modèle plus simple est possible.

Q5. Donner la forme simplifiée de $H_{us}(p)$ de $H_u(p)$ si L_m est négligeable.

Q6. Tracer les diagrammes de Bode réels et asymptotiques de la fonction simplifiée $H_{us}(j \cdot \omega)$ sur les diagrammes de Bode de $H_u(j \cdot \omega)$.

Q7. Quel est le domaine de fréquence dans lequel on peut modéliser $H_u(p)$ par $H_{us}(p)$?