

5.8 Feuille de travaux dirigés n°5

Exercice 1 - Réponse temporelle 1^{er} ordre

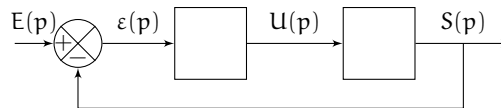
Corrigé page 24

Soit un système décrit par les équations différentielles :

$$\frac{ds(t)}{dt} + 10 \cdot s(t) = 3 \cdot u(t)$$

$$u(t) = K \cdot (e(t) - s(t))$$

Q1. Compléter le schéma-bloc.



Q2. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.

Q2a. Mettre sous forme canonique.

Q2b. Identifier les paramètres caractéristiques.

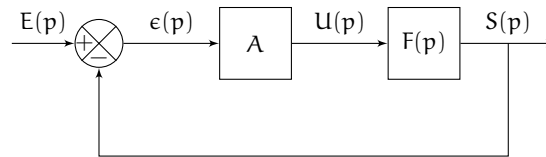
Q3. Déterminer K pour que l'erreur indicielle relative $\varepsilon_{i\%}$ soit inférieure à 5%.

Q4. Tracer la réponse temporelle pour $e(t) = 2 \cdot \mathcal{H}(t)$, déterminer le temps de réponse à 5%.

Exercice 2 - Détermination fonction de transfert par identification

Corrigé page 24

Un système asservi est décrit par le schéma-bloc :



- Le gain A est un gain proportionnel réglé à $A = 10$.
- $F(p)$ est la fonction de transfert de l'actionneur du système. Cette fonction n'est pas connue.

Un essai à partir d'un échelon de consigne $e(t) = E_0 \mathcal{H}(t)$ avec $E_0 = 5$ a permis d'obtenir la réponse temporelle de la figure 5.18 sur le document réponse.

Cahier de charges : on souhaite obtenir une erreur indicielle relative inférieure à 3% et un temps de réponse à 5% inférieur à 0,08 s.

Q1. Déterminer à partir de la réponse temporelle, le temps de réponse à 5%, l'erreur indicielle relative, le dépassement. Conclure.

Compte tenu de l'allure de la réponse temporelle, on présume que $F(p)$ peut être modélisée par la fonction de transfert $F(p)$ avec :

$$F(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$$

Q2. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $T(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ en fonction de K , τ et A
on pose :

$$T(p) = \frac{G}{1 + T \cdot p}$$

Q3. Déterminer G et T en fonction des différentes paramètres.

Q4. Sachant que $e(t) = E_0 \mathcal{H}(t)$ déterminer la transformée de Laplace $E(p)$ de $e(t)$, en déduire $S(p)$.

Q5. À partir du théorème de la valeur finale et de la représentation temporelle, déterminer G .

Q6. À partir du théorème de la valeur initiale et de la représentation temporelle, déterminer la tangente à l'origine de $s(t)$, en déduire T .

Q7. À partir de la table des transformées inverses, déterminer $s(t)$. Tracer $s(t)$ sur la courbe temporelle.

Q8. Sachant que $A = 10$, déterminer τ et K de $F(p)$.

Q9. Déterminer la valeur que doit prendre A pour respecter le cahier des charges.

Q10. Tracer la réponse temporelle correspondante sur la courbe.

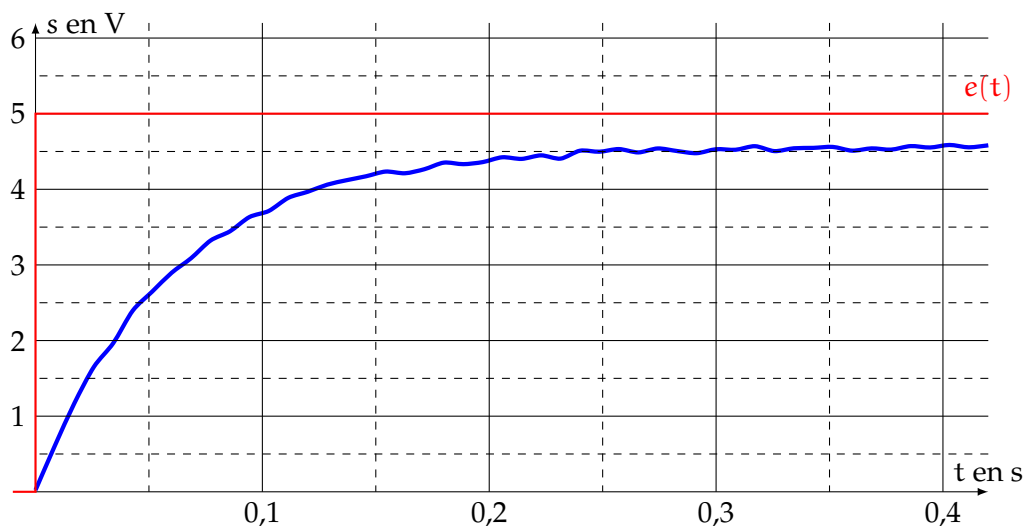


FIGURE 5.18 – Réponse temporelle du système

Présentation générale

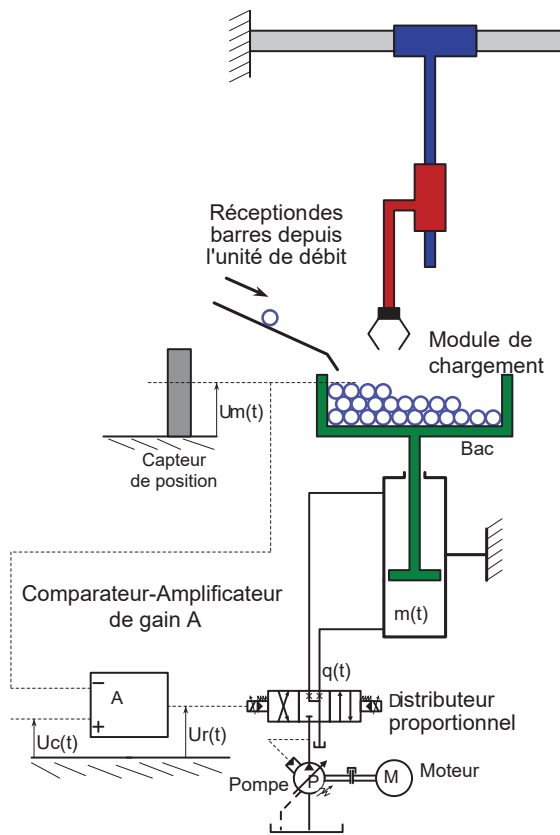
Le dispositif étudié est un système de distribution automatique de barres. Son rôle est de stocker, séparer et distribuer en familles de pièces des barres ou des tubes entrant dans la fabrication de radiateurs de chauffage central. Ces barres ou tubes, de divers matériaux, sont de diamètre compris entre 10 mm et 60 mm et de longueur comprise entre 200 mm et 1 200 mm.

L'objet de l'étude est le module de chargement.

A. Module de chargement (figure 5.19a)

Les barres arrivent de l'unité de débit et sont consommées par l'unité de production de manière très irrégulière. De ce fait, le nombre de barres stockées dans le bac est très variable.

Le manipulateur qui transporte les barres depuis le bac jusque sur le module de transfert ne pouvant saisir les barres situées dans le bac qu'à une altitude fixe y_0 , il faut s'assurer que quel que soit le degré de remplissage du bac, les barres situées au-dessus soient constamment à la hauteur y_0 .



(a) Module de chargement

id	Désignation	Description
1.1	Précision	la mise en position doit être précise pour une entrée en échelon : $\varepsilon_i = 0$ avec $\varepsilon_i = \lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_c(t))$ l'erreur indicielle (réponse à un échelon)
1.2	Temps de réponse	le temps de réponse du système ne doit pas dépasser $T_{5\%} \leq 5$ s
1.3	Oscillations	l'amplitude relative de la première oscillation ne doit pas dépasser $d_1 < 5\%$ avec $d_1 = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}}$ l'amplitude relative du premier dépassement

(b) Tableau des exigences du module de chargement

FIGURE 5.19 – Descriptif du module de chargement

B. Exigences

Les principales exigences du poste de chargement sont résumées dans le tableau 5.19b.

C. Modélisation du module de chargement

Le système étudié est représenté schématiquement sur la figure 5.19a. L'altitude des barres dans le bac est asservie en position afin que le manipulateur puisse les saisir et les transporter sur le poste suivant.

Le mécanisme est constitué d'un vérin hydraulique qui assure le déplacement du bac contenant les barres, d'un distributeur hydraulique à commande proportionnelle qui module le débit hydraulique, d'un capteur analogique à ultrasons qui mesure la cote $y(t)$ de la barre la plus haute. La mesure, convertie à l'aide d'un convertisseur analogique numérique (CAN), est comparée avec la consigne de hauteur $y_c(t)$ par un calculateur. Un correcteur proportionnel programmé dans le calculateur permet de déterminer la tension de commande envoyée au distributeur hydraulique au travers d'un convertisseur numérique analogique (CNA).

L'énergie hydraulique nécessaire au fonctionnement est fournie par une pompe hydraulique entraînée par un moteur électrique.

Q1. Compléter les chaînes d'énergie et d'information de la figure 5.20. Détailler si nécessaire les blocs, préciser la nature des informations (analogique, numérique), la nature de l'énergie (mécanique, hydraulique, électrique).

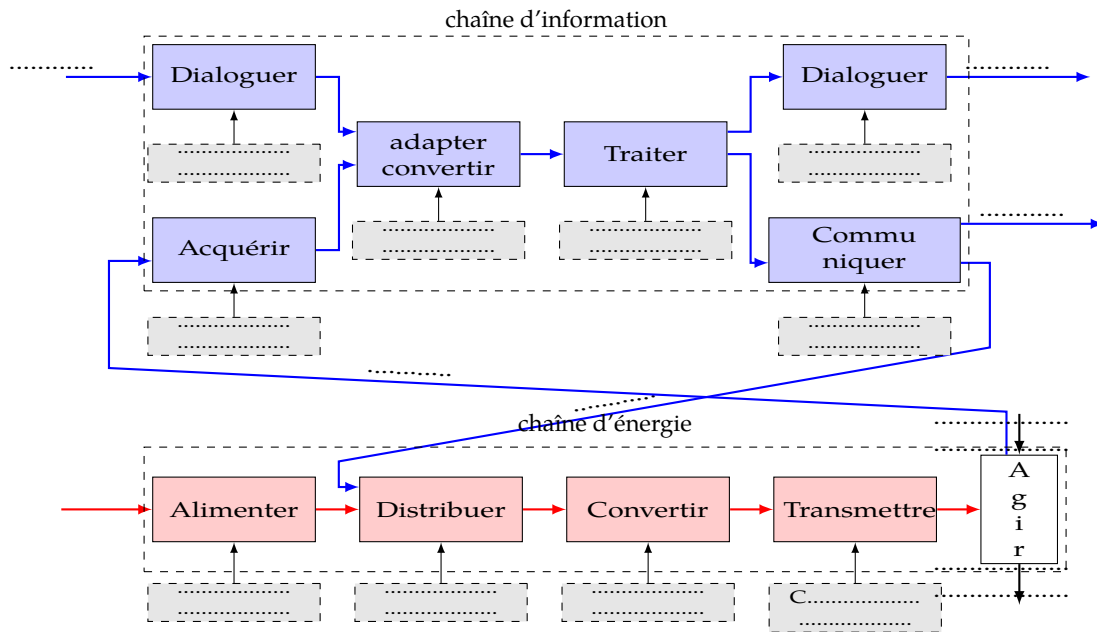


FIGURE 5.20 – Chaînes d'information et d'énergie

On note de manière générale, $F(p)$ la transformée de Laplace de $f(t)$. Ainsi, $Y(p)$ est la transformée de Laplace de $y(t)$. Les conditions initiales sont nulles.

L'ensemble formé du bac, de sa charge variable, de la tige et du piston du vérin est appelé "équipage mobile". Sa position notée $y(t)$ est fonction de la masse d'huile, notée $m(t)$, contenue dans la chambre d'admission du vérin. On fera l'hypothèse que la fonction de transfert de l'équipage mobile est de la forme :

$$H_m(p) = \frac{Y(p)}{M(p)} = \frac{K_m}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}$$

$$q_m(t) = \frac{dm(t)}{dt}$$

avec : $a_1 = 0,7 \text{ s}$, $a_2 = 45,9 \times 10^{-3} \text{ s}^{-2}$ et $K_m = 2 \text{ m} \cdot \text{kg}^{-1}$

La pompe hydraulique à cylindrée auto-réglable alimente le distributeur proportionnel qui délivre un débit massique d'huile noté $q_m(t)$ proportionnel à sa tension de commande $u_r(t)$.

$$H_d(p) = \frac{Q_m(p)}{U_r(p)} = K_d = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$$

Le capteur de position délivre une tension notée $u_m(t)$ proportionnelle à l'altitude $y(t)$ des barres. Le signal d'écart $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_m(t)$ est amplifié grâce à un amplificateur de gain A non connu avec $u_c(t)$ l'image de la consigne $y_c(t)$.

$$H_c(p) = \frac{U_m(p)}{Y(p)} = K_c = 10 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$U_c(p) = G \cdot Y_c(p)$$

La modélisation de cet asservissement est représenté sur la figure 5.21 :

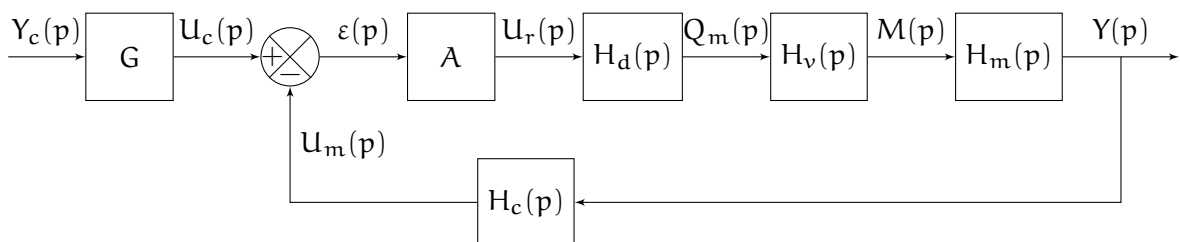


FIGURE 5.21 – Modélisation de l'asservissement de position

Q2. Justifier que $G = K_c$ et que $H_v(p) = \frac{1}{p}$.

Q3. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = \frac{U_m(p)}{\varepsilon(p)}$.

Q3a. Mettre $H_{BO}(p)$ sous la forme $H_{BO}(p) = \frac{K}{p \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{\xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$.

Q3b. Déterminer les expressions littérales de K , ξ , ω_0 , effectuer les applications numériques.

Q3c. Préciser l'ordre et la classe de la FTBO.

Q4. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)}$:

Q4a. Mettre sous la forme $H_{BF}(p) = \frac{K_{BF}}{1 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + b_3 \cdot p^3}$, effectuer les applications numériques.

Q4b. Préciser l'ordre et la classe de la FTBF.

Un essai temporel a été réalisé avec la consigne unitaire $y_c(t) = 1\mathcal{H}(t)$. La figure 5.22 correspond à cet essai. On constate que la réponse est fortement oscillante.

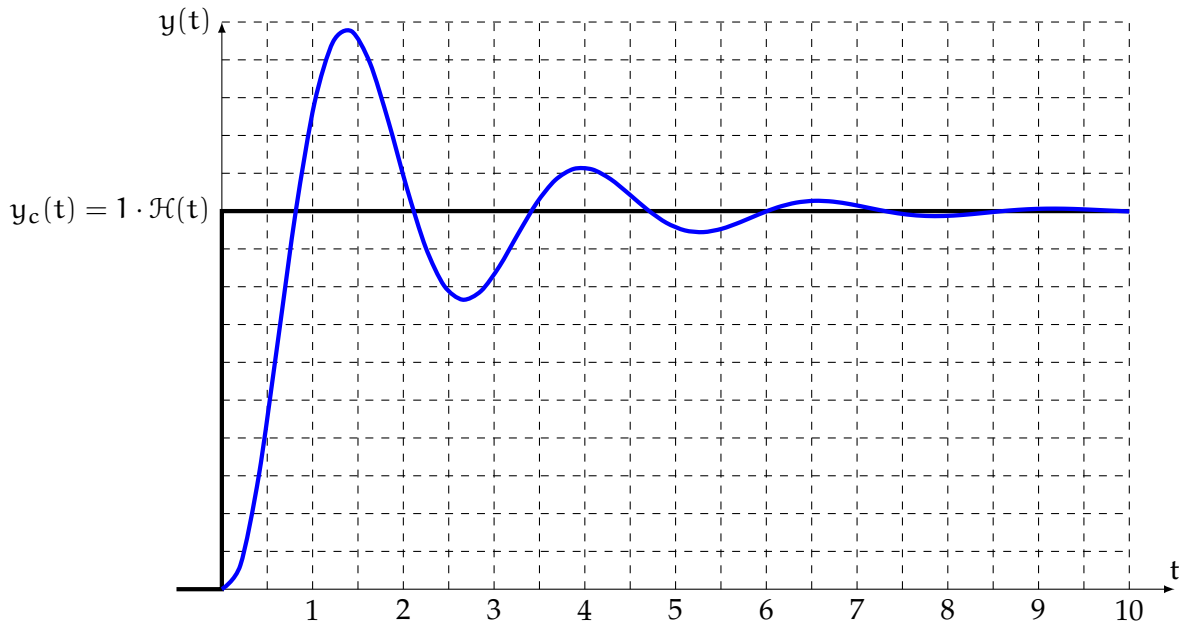


FIGURE 5.22 – Réponse temporelle du module de chargement

Q5. Déterminer graphiquement, $T_{5\%}$ le temps de réponse à 5%, d_1 l'amplitude relative du premier dépassement, T_p puis ω_p la pseudo pulsation de la réponse temporelle. Que peut-on dire du respect du cahier des charges ?

On se propose de déterminer le gain A afin de respecter tous les critères du cahier des charges.

Compte tenu de la complexité de la fonction de transfert en boucle fermée, on se propose d'adopter un modèle plus simple.

Q6. Justifier que la fonction $G_{BF}(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)} = \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{0,23}{2,34} \cdot p + \frac{p^2}{2,34^2}}$ est une modélisation simplifiée de $H_{BF}(p)$ pour

$A = 1$.

Pour la suite, on ne considère que le modèle simplifié

$$G_{BF}(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)} = \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{z_f}{\omega_{nf}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{nf}^2}} \quad \text{on pose } z_f = 0,23 \text{ et } \omega_{nf} = 2,34 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

et on modélise le schéma-bloc de l'asservissement de position du module par le schéma de la figure 5.23 :

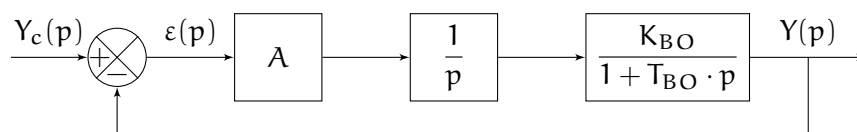


FIGURE 5.23 – Modélisation simplifiée de l'asservissement de position

Q7. Déterminer $G_{BF}(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)}$ en fonction de A , K_{BO} et T_{BO} .

5.8 Feuille de travaux dirigés n°5

Q7a. Déterminer K_{BO} et T_{BO} en fonction de A , z_f et ω_{nf} .

Q7b. Déterminer les valeurs numériques de K_{BO} et T_{BO} pour $A = 1$.

Q8. Quelle valeur de z_f permet de respecter toutes les exigences?

Q9. En déduire la valeur de A qui permet de respecter ces critères, en déduire ω_{nf} .

Q10. Tracer l'allure de la courbe sur la courbe du document réponse.

C.1. Influence de la chute d'une barre

Les barres tombent depuis un tapis dans le bac de chargement. La chute des barres ne doit pas modifier la position du bac.

La chute des barres est représentée par une perturbation sur le schéma-bloc de l'asservissement (figure 5.24), on modélise cette chute par un déplacement $y_p(t) = y_p \cdot \mathcal{H}(t)$.

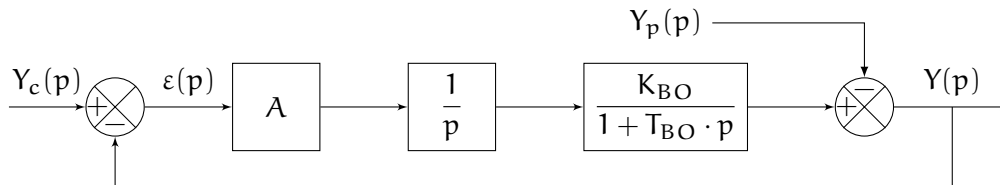


FIGURE 5.24 – Modélisation simplifiée de l'asservissement de position avec perturbation

Q11. Déterminer $Y(p)$ sous la forme $Y(p) = H_1(p) \cdot Y_c(p) + H_2(p) \cdot Y_p(p)$ en fonction de A , K_{BO} et T_{BO} . Préciser $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

On considère le fonctionnement décrit par le chronogramme de la figure 5.25. Le module de chargement est mis en route avec une consigne de position $y_c(t) = y_c \cdot \mathcal{H}(t)$, au bout d'un certain temps $T_p > T_{5\%}$ la première barre tombe, la chute est modélisée par $y_p(t) = y_p \cdot \mathcal{H}(t - T_p)$.

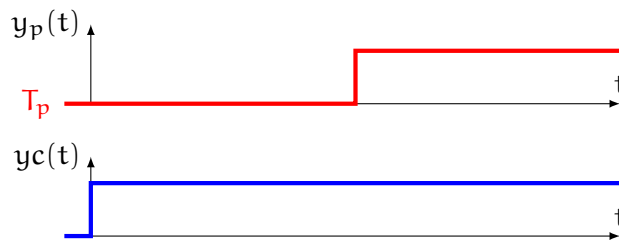


FIGURE 5.25 – Chronogramme du fonctionnement

Q12. Déterminer la valeur finale de $y(t)$, conclure sur le respect du cahier des charges en présence d'une perturbation.