

Feuille n°5 : énergétique

Exercice 1 - Pompe à excentrique

Corrigé page 5

Le mécanisme étudié est une petite pompe à excentrique souvent utilisée pour réaliser la lubrification de paliers.

Le mécanisme est décrit par le croquis de la figure 1

- L'axe à excentrique (1) est en liaison pivot parfaite d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti (0) est entraîné par un moteur à la vitesse de rotation ω_m et un couple moteur c_m . L'axe (A, \vec{z}_0) est l'axe du cylindre excentré avec

$$— \vec{OA} = a \cdot \vec{x}_1$$

$$— \theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1).$$

On note J_1 le moment d'inertie autour de l'axe (O, \vec{z}_0) .

- Le piston (2) de masse m_2 en liaison pivot glissant d'axe (O, \vec{y}_0) par rapport au bâti (0). Compte tenu de la présence d'huile dans la liaison, celle-ci ne peut pas être considérée comme parfaite, la norme de l'effort dû aux frottements fluides est proportionnel à la vitesse de glissement et s'oppose à celle-ci.

- On note μ_h le coefficient de frottement fluide.

- La surface utile du piston est notée $S = 2 \text{ cm}^2$.

- Pendant la phase de refoulement la pression relative $p = p_{max} = 10 \text{ bar}$.

- Pendant la phase d'aspiration $p = 0$.

- La liaison entre l'excentrique (1) et le piston (2) est modélisée par une liaison ponctuelle en I de normale (I, \vec{y}_0) . La liaison est une liaison avec frottement avec f_g le coefficient de frottement solide.

- Un ressort de raideur K et de longueur initiale ℓ_0 placé entre le bâti (0) et le piston(2) assure le maintien du contact entre le piston et le cylindre.

Données complémentaires :

$$\vec{OB} = D \cdot \vec{y}_0; \vec{IC} \cdot \vec{y}_0 = d; \|\vec{BC}\| = \ell; \vec{OI} \cdot \vec{y}_0 = \lambda; \vec{AI} = R \cdot \vec{y}_0.$$

Le poids des solides est négligé.

Q1. Tracer le graphe des liaisons, préciser les torseurs cinématiques.

Q2. Écrire la fermeture géométrique, en déduire la relation entre λ et θ puis la relation entre $\dot{\lambda}$ et ω_m .

Q3. Préciser les torseurs d'actions de liaisons et les torseurs d'actions mécaniques, compléter le graphe.

Montrer que la résultante du torseur d'action du ressort sur le piston (2) s'écrit $\vec{F}_r = -(Fr_0 + K \cdot \lambda) \vec{y}_0$ avec $Fr_0 > 0$.

Q4. Déterminer la vitesse de glissement en I $\vec{V}_{1 \in 2/1} \cdot \vec{x}_0$ en fonction de ω_m . Que peut-on dire du signe de $\vec{V}_{1 \in 2/1} \cdot \vec{x}_0$ si $R > a$ et $\omega_m > 0$?

Q5. Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble mobile $\Sigma = \{1, 2\}$ en fonction de ω_m .

Q6. Déterminer la puissance des actions mécaniques extérieures à l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au repère galiléen.

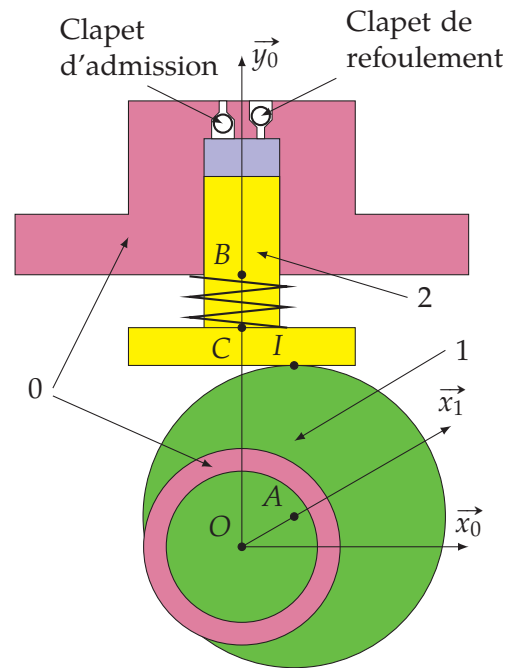


FIGURE 1 – Pompe à excentrique

Q7. Déterminer la puissance des actions intérieures.

Q8. Comment obtenir l'équation différentielle qui relie le couple moteur c_m aux actions mécaniques et aux caractéristiques cinétiques, ne pas la développer. Compte tenu des résultats précédents

Pour aller plus loin, nous allons considérer que la vitesse de rotation ω_m du moteur est constante et que la masse m_2 du piston est négligeable.

Q9. Déterminer dans ce cas l'équation différentielle donnant c_m . Justifier qu'il est nécessaire d'écrire un autre équilibre pour déterminer c_m .

Afin d'améliorer le fonctionnement, on décide de modifier l'axe excentrique (figure 2) en ajoutant un roulement à aiguilles (3).

Q10. Préciser en quoi cette modification va améliorer le fonctionnement.

Q11. Que deviennent les équations précédentes ?

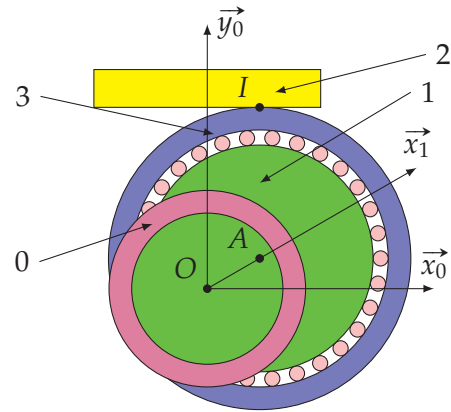


FIGURE 2 – Pompe à excentrique - évolution

Exercice 2 - Barrière de parking

Corrigé page 7

On se propose de comparer d'un point de vue dynamique le comportement de deux barrières de parking.

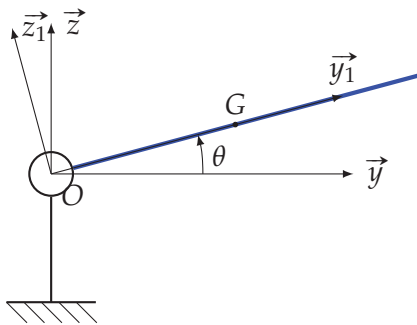


FIGURE 3 – Barrière Type A

La barrière type A est un profilé en aluminium de longueur $L_A = 2 \cdot L = 2 \text{ m}$ et de masse $M_A = 2 \cdot M$.

La barrière de type B est composée de deux demi-barrières (1) et (2) de masse $M_B = M$ et de longueur $L_B = L = 1 \text{ m}$. La demi barrière extrême (2) est toujours parallèle au sol (parallélogramme OAA_2O_2).

On note C_A le couple moteur agissant sur la barrière de type A et respectivement C_B pour la barrière de type B.

Hypothèses et données complémentaires :

- on modélise d'un point de vue cinétique, chaque barrière par une tige sans épaisseur ;
- le centre d'inertie de chaque barrière (demi-barrière) est à mi-longueur ;
- la tige de rappel (3) de la barrière de type B est de masse et inertie négligeable.

Q1. Déterminer dans les deux cas l'équation différentielle donnant le couple moteur nécessaire pour lever la barrière par la méthode de votre choix.

Q2. Comparer les deux couples moteurs C_A et C_B pour une même loi de vitesse. Conclure.

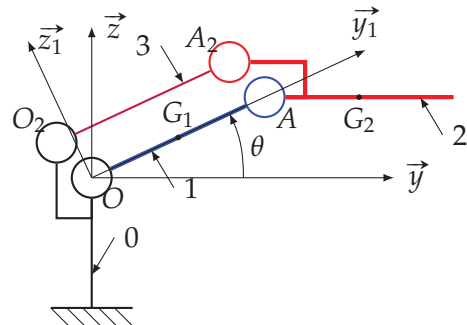


FIGURE 4 – Barrière Type B

Le pont élévateur est constitué de deux colonnes verticales fixées au sol. Le véhicule à soulever est mis en position entre les deux colonnes, et maintenu par deux paires de bras, fixées sur deux chariots. Chaque chariot est guidé en translation verticale sur le carter d'une colonne.

Le moteur électrique est fixé en haut de la colonne motrice. La chaîne qui relie les vis des deux colonnes passe au ras du sol, sous le véhicule soulevé et développe un couple moteur noté C_m .

La figure 6 présente le schéma cinématique du pont élévateur.

Caractéristiques cinématiques

- En haut de la colonne, la poulie motrice a un diamètre de $\phi_m = 100$ mm et la poulie réceptrice a un diamètre de $\phi_v = 200$ mm. Le moteur tourne à une vitesse de 1 200 tr/min
- En bas de la colonne, les pignon des vis ont $Z_v = 30$ dents;
- Les vis ont un diamètre $d = 25$ mm et une longueur $L = 2,5$ m, sont en acier trempé, a un seul filet et un pas de $p = 3$ mm;
- Les écrous sont en bronze et on néglige le frottement au contact entre la vis et l'écrou;
- La course du chariot est de 2 m.

Caractéristiques cinétiques

- La masse maximale du véhicule soulevé est de $M_v = 2000$ kg et la masse de chaque paire de bras est de $M_b = 200$ kg;
- Le moment d'inertie du moteur autour de son axe de rotation est noté J_m ;
- Le moment d'inertie de la vis motrice autour de son axe de rotation est noté J_v ;
- Les masses et inerties de la chaîne, des poulies, de la courroie sont négligeables.

Toutes les liaisons sont parfaites hormis les deux liaisons hélicoïdales, dont le rendement est de 80 %.

Le repère associé au châssis est supposé galiléen. On note \vec{z}_g , le vecteur unitaire vertical orienté vers le haut.

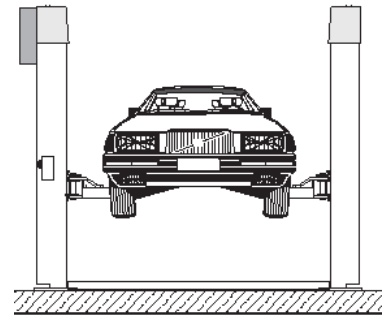


FIGURE 5 – Pont élévateur

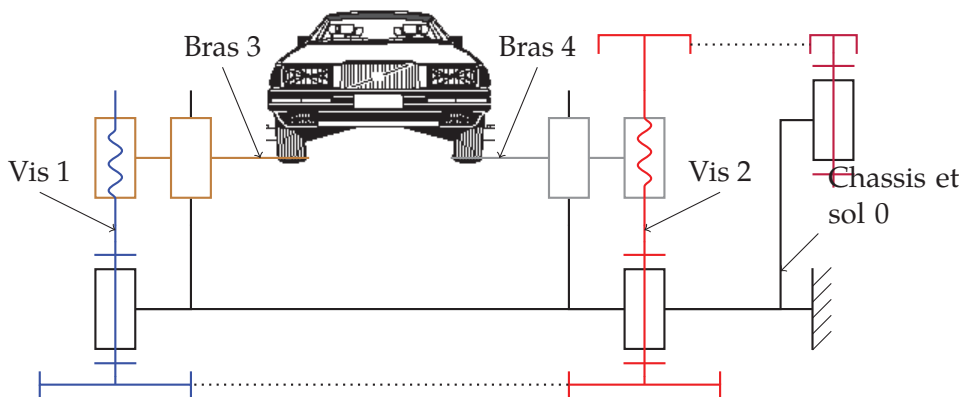


FIGURE 6 – Schéma cinématique du pont élévateur

- Q1. Préciser le torseur cinématique de chacune des liaisons.
- Q2. Déterminer l'énergie cinétique T_{Σ/R_g} galiléenne du mécanisme complet.
- Q3. Mettre l'énergie cinétique sous la forme $T_{\Sigma/R_g} = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_m^2$. Déterminer le moment d'inertie équivalent J_{eq} ramené sur l'arbre moteur.
- Q4. Déterminer la puissance des efforts extérieurs puis la puissance des efforts intérieurs

Q5. En déduire l'équation différentielle du mouvement donnant C_m en fonction des paramètres cinétiques et de mouvement.