2.9 Exercices

Exercice 10- Éolienne *Corrigé page 88*

d'après École de l'air 1997

On se propose d'étudier une éolienne. Une schématisation simplifiée peut-être donnée par l'ensemble constitué :

- d'un mat 0 ;
- d'un bloc oscillant (solide 1) en liaison pivot d'axe $\left(A, \overrightarrow{z_0}\right)$ avec le bâti 0 ;
- d'une hélice associée au rotor de la génératrice (solide 2) en liaison pivot d'axe $\left(A, \overrightarrow{x_1}\right)$ avec le solide 1.

Paramétrage : à chaque solide i est associé un repère de base orthonormée directe $\left(\overrightarrow{x_i}, \overrightarrow{y_i}, \overrightarrow{z_i}\right)$ avec

- $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1}$ et $\left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1}\right) = \alpha$
- $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$ et $\left(\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2}\right) = \left(\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_1}\right) = \beta$

Solide 1 Homogène de masse m_1, de centre d'inertie A, admettant le plan $\left(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ comme plan de symétrie matérielle.

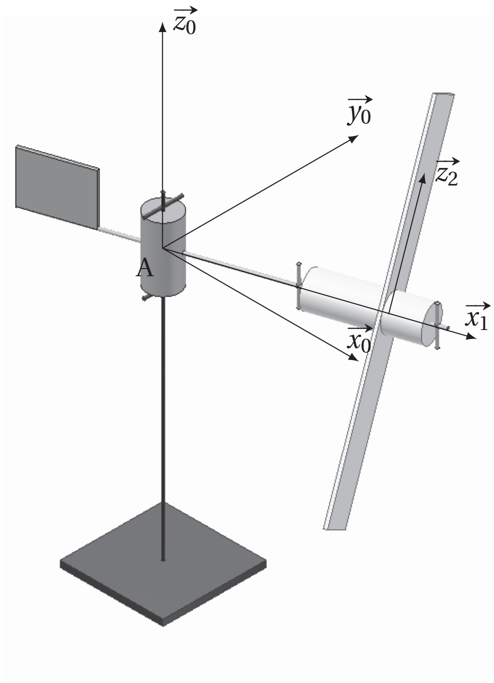

FIGURE 2.17 – Modéle d'éolienne

Solide 2 Homogène de masse m_2, et de centre d'inertie G_2, $\overrightarrow{AG_2} = l \cdot \overrightarrow{x_1}$, ce solide est constitué.

- d'un cylindre plein 2_a de hauteur H et de rayon R , d'axe $\left(A, \overrightarrow{x_2}\right)$, de masse m_{2a}, de centre d'inertie G_{2a} avec $\overrightarrow{G_2G_{2a}} = \lambda \cdot \overrightarrow{x_2}$
- d'une plaque rectangulaire 2_b, d'épaisseur négligeable, de coté a suivant $\overrightarrow{y_2}$ et b suivant $\overrightarrow{z_2}$, de masse m_{2b}, de centre d'inertie G_{2b} avec G_{2b} avec $\overrightarrow{G_2G_{2b}} = \mu \cdot \overrightarrow{x_2}$

Q1. On note, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 et F_1 les coefficients de l'opérateur d'inertie du solide S_1 dans la base B_1, préciser la forme de la matrice d'inertie du solide S_1 en A_1.

Q2. Déterminer

Q2a. la relation entre λ, μ et les masses.

Q2b. l'opérateur d'inertie $\overline{\overline{\mathscr{I}_{G_{2a}}(2a)}}$ en G_{2a} du solide 2_a dans la base $\left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$ en fonction de m_{2a} et des dimensions H et R.

Q2c. l'opérateur d'inertie $\overline{\overline{\mathscr{I}_{G_{2b}}(2b)}}$ en G_{2b} du solide 2_b dans la base $\left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$, en fonction de la masse m_{2b} et des dimensions a et b.

Q2d. l'opérateur d'inertie $\overline{\overline{\mathscr{I}_{G_{2a}}(2a)}}$ en G_2 du solide 2 dans la base $\left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$.

On notera A_2, B_2, C_2, ..., les termes de l'opérateur $\overline{\overline{\mathscr{I}_{G_2}(2)}}$ dans la suite du problème.

Q3. Déterminer $\overrightarrow{\sigma_{A,S_1/R_0}}$ le moment cinétique au point A du solide 1 dans son mouvement par rapport au repère galiléen, puis le torseur cinétique du solide S_1 dans son mouvement par rapport à R_0.

Q4. Déterminer $\overrightarrow{\delta_{A,S_1/R_0}} \cdot \overrightarrow{z_0}$ le moment dynamique du solide 1 dans son mouvement par rapport au galiléen au point A en projection sur $\overrightarrow{z_0}$.
Q5. Déterminer $\overrightarrow{\sigma_{G_2,S_2/R_0}}$ le moment cinétique du solide 2 dans son mouvement par rapport au galiléen au point G_2 puis le torseur cinétique du solide S_1 dans son mouvement par rapport à R_0.
Q6. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $\{S_1, S_2\}$ dans son mouvement par rapport au repère galiléen R_0.

Exercice 11 - Pompe à palettes - cinétique

Corrigé page 89

Soit, une pompe à palette simplifiée définie sur la figure 2.18. Le rotor 2 est en liaison pivot par rapport au corps 1 en O_2, les palettes 3 coulissent librement dans le rotor et sont plaquées par effet centrifuge sur le corps. La variation de volume obtenue pendant la rotation permet d'aspirer de l'air (les orifices d'entrées/sorties ne sont pas représenté).

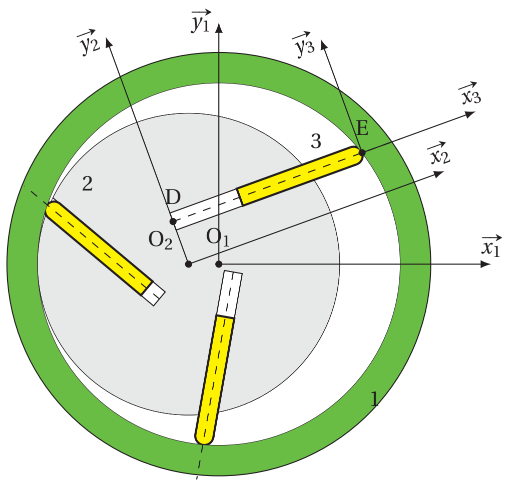

FIGURE 2.18 – Pompe à palettes

On pose :

- corps 1 : $\mathscr{R}_1 = \left(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ le repère associé au corps supposé galiléen, R le rayon intérieur du corps ;
- rotor 2 : $\mathscr{R}_2 = \left(O_2, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$, le repère associé au rotor, avec $\alpha = \left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}\right)$ et $\overrightarrow{O_1O_2} = -e \cdot \overrightarrow{x_1}$;
- palette 3 : de masse m_3, avec $\overrightarrow{O_2D} = d \cdot \overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{EG} = -\frac{l}{2} \cdot \overrightarrow{x_2}$ et $\overrightarrow{DE} = \lambda \cdot \overrightarrow{x_2}$, G le centre d'inertie et E le point de contact avec le corps supposé dans le plan de symétrie de la palette.

Q1. Déterminer les torseurs cinématiques $\left\{\mathscr{V}_{2/1}\right\}$ en O_2 et $\left\{\mathscr{V}_{3/1}\right\}$ en E et G en fonction de λ et α et de leurs dérivées.
Q2. Poser les calculs permettant de déterminer λ en fonction de α et des paramètres géométriques.

On pose pour la matrice d'inertie du rotor $\overline{\overline{\mathscr{I}_{O_2}(2)}} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{O_2, B_2}$ et on modélise la palette par un solide plan d'épaisseur négligeable, de hauteur h (suivant $\overrightarrow{z}2$) et de longueur l (suivant $\overrightarrow{x_2}$).
Q3. Déterminer le torseur cinétique puis le torseur dynamique du rotor en O_2.

Q4. Donner la matrice d'inertie de la palette (préciser le point et la base).
Q5. Déterminer le torseur cinétique $\left\{\mathscr{C}_{3/1}\right\}$ de la palette 3 dans son mouvement par rapport au corps 1 en G.

On suppose, pour la suite, la vitesse de rotation du rotor constante $\dot{\alpha} = \omega$.

Q6. Déterminer le torseur dynamique $\left\{\mathscr{D}_{3/1}\right\}$ de la palette 3 dans son mouvement par rapport au corps 1.