

# 1 DS - Étude fréquentielle

## 1.1 MPSI

Devoir 1- Automate d'exploration de l'hémostase

Corrigé page 6

### A. Principe

La société Stago est un laboratoire pharmaceutique de l'industrie du Diagnostic In Vitro (DIV) entièrement dédiée à l'exploration de l'hémostase et de la thrombose. L'hémostase est le processus physiologique qui permet d'interrompre le saignement pour éviter l'hémorragie. L'objet de cette étude, le STA Compact, est un automate de laboratoire destiné à l'analyse de l'hémostase qui permet de réaliser, entre autre, des tests de chronométrie afin de mesurer un temps de coagulation.

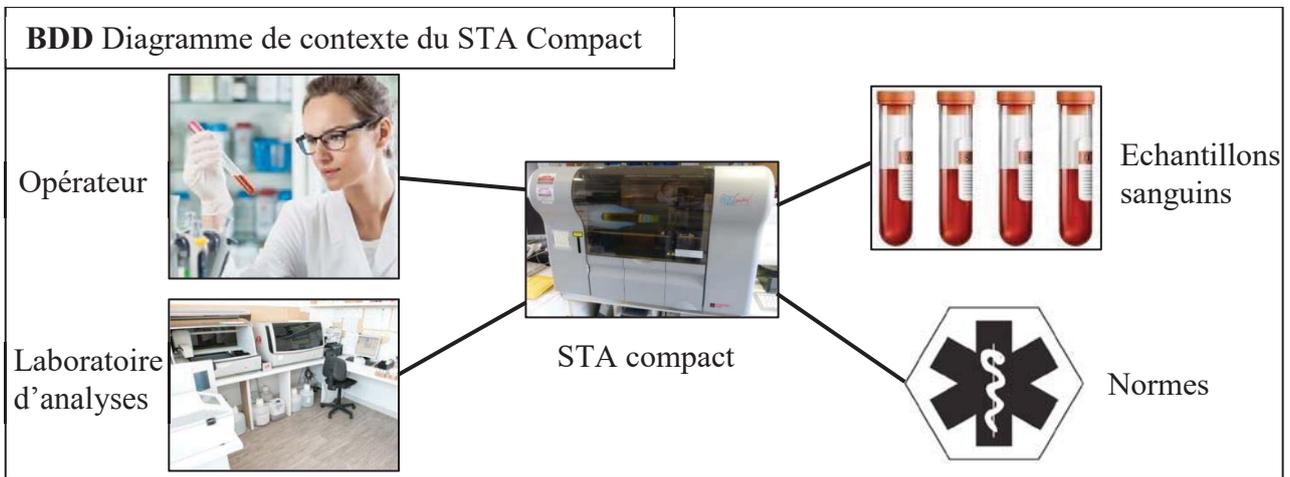


Figure 1 – Diagramme de contexte

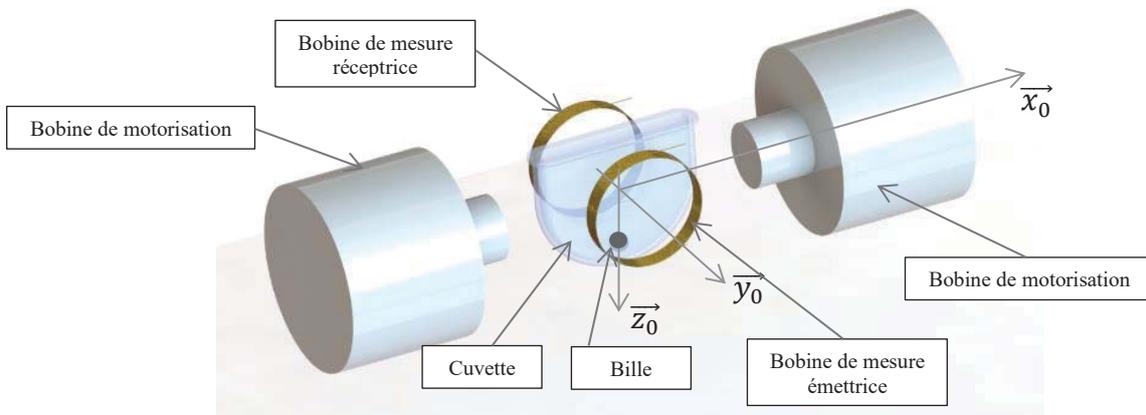


Figure 2 – Ensemble cuvette + bille avec bobines motrices et bobines de mesure

Un dispositif (cf. Figure 1) permet de réaliser un test de chronométrie dont le principe est le suivant :

- une dose de réactif est mélangée à une dose de plasma sanguin précédemment étuvée dans une cuvette contenant une bille ;

- l'ensemble est chauffé alors que la bille est mise en oscillation dans le mélange par un champ magnétique variable induit par deux bobines de motorisation placées de part et d'autre de la tête de mesure ;
- on mesure l'amplitude de l'oscillation par deux autres bobines, l'une émettrice, l'autre réceptrice. Cette amplitude diminue sensiblement lors d'une variation de viscosité du mélange sang-réactif ;
- le temps écoulé jusqu'à la diminution des oscillations donne le temps de coagulation.

## B. Modélisation

Le schéma de calcul est donné ci-contre (Figure 2). Hypothèses et données :

- la bille de masse  $m$ , de centre de masse  $G$ , de rayon  $r = 1 \text{ mm}$ , roule sans glisser sur un rail circulaire de rayon  $R$  dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  ;
- la position de la bille sur le rail est repérée par  $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  ;
- On note  $f_v = 6 \cdot \pi \eta \cdot r$  le coefficient de frottement visqueux du sang sur la bille où  $\eta$  est le coefficient de viscosité du sang (exprimé en Pas) ;
- On note  $F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$  l'action résultante des bobines de motorisation sur la bille.

Une étude dynamique a permis de déterminer l'équation différentielle non linéaire régissant la position de la bille :

$$\frac{7}{5} m \cdot (R - r) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + f_v \cdot (R - r) \frac{d\theta(t)}{dt} + m \cdot g \cdot \sin(\theta(t)) = F(t) \cdot \cos(\theta(t))$$

L'amplitude des oscillations étant petite, on peut considérer que  $\sin(\theta) \approx \theta$  et  $\cos(\theta) \approx 1$ .

On obtient ainsi l'équation linéaire suivante :

$$\frac{7}{5} m \cdot (R - r) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + f_v \cdot (R - r) \frac{d\theta(t)}{dt} + m \cdot g \cdot \theta(t) = F(t) \quad (1.1)$$

Q1. À partir de l'équation 1.1, déterminer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Theta(p)}{F(p)}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q2. Mettre  $H(p)$  sous la forme canonique d'un système du second ordre dont on donnera les expressions du gain statique  $K_S$ , de la pulsation propre non amortie  $\omega_0$  et du coefficient d'amortissement  $\xi$  en fonction de  $f_v$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $m$  et  $g$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

On prendra pour la suite les valeurs numériques suivantes :  $\omega_0 = 21,8 \text{ rad s}^{-1}$  ;  $K_S = 25 \text{ N}^{-1}$  ;  $\xi = 4f_v$ .

Q3. Déterminer le module et l'argument de  $H(j \cdot \omega)$  dans un premier temps de manière littérale en fonction de  $\omega_0$ ,  $K_S$  et  $f_v$  puis sous forme numérique.

.....

.....

.....

.....

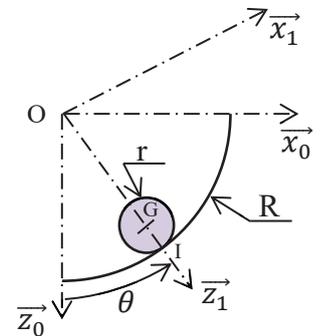


Figure 3 – Bille en contact avec le rail de la cuvette



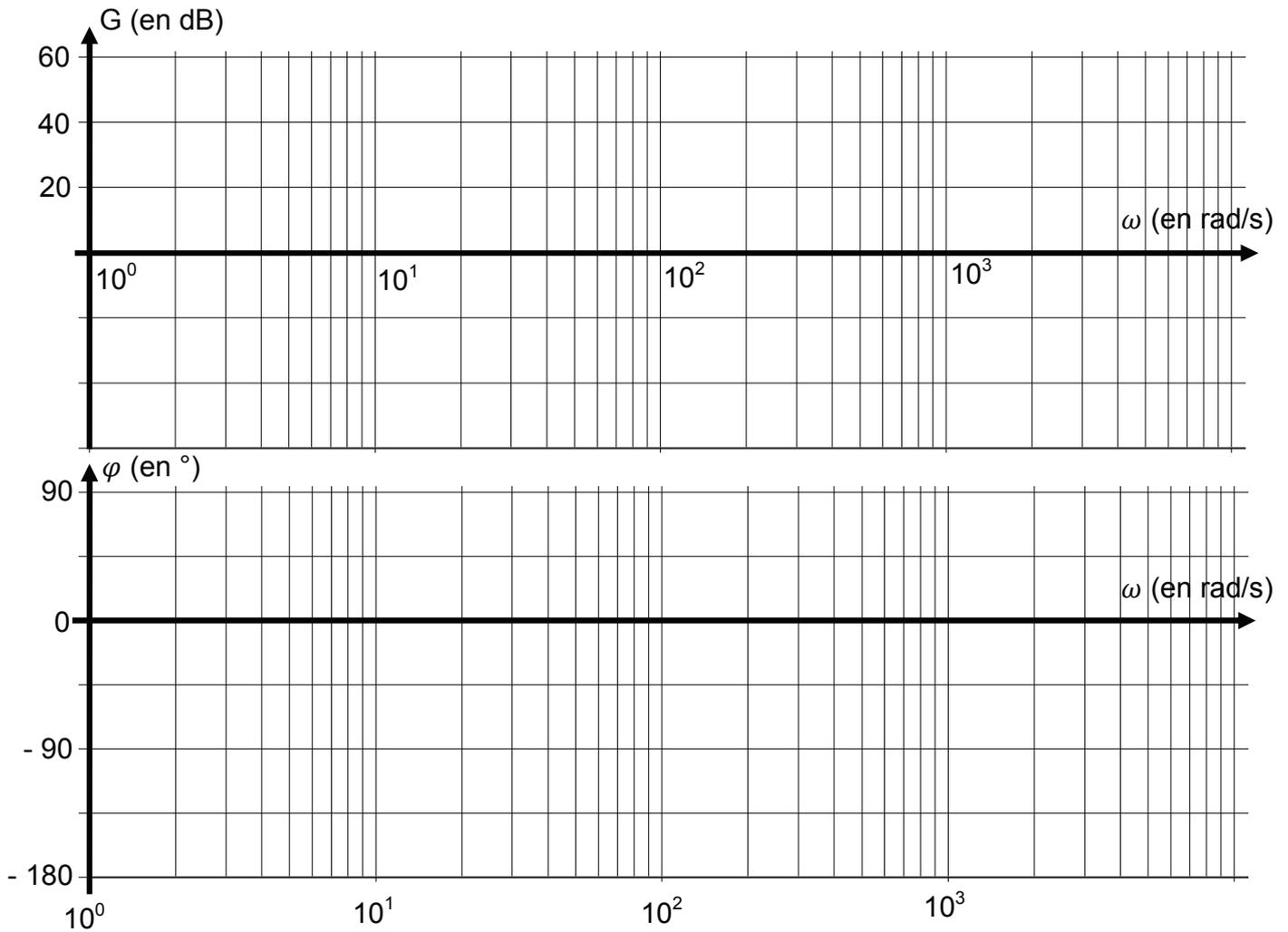


Figure 4 – Diagrammes de Bode à compléter

Nous avons considéré jusqu'à présent que  $f_v$  est constant, en fait il augmente avec le temps (suffisamment lentement pour l'étude précédente soit malgré tout valide) et l'objectif du mécanisme est de mesurer cette évolution et d'en déduire le temps de coagulation.

Q9. Comment évolue l'amplitude des oscillations de la bille en fonction du temps ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....