

1 Dynamique

devoir 1- Antenne de Liaison par satellite
adapté à partir du concours MT98

Corrigé page 10

A. Description

A.1. Fonction globale

Le système étudié est une station de radiocommunication qui a pour fonction principale d'assurer des liaisons bidirectionnelles entre le réseau terrestre de communication et un satellite géostationnaire pour transférer des données de l'un à l'autre.



Figure 1 – Antenne

Les moyens mis en oeuvre pour constituer cette station se composent :

- d'une antenne de type « Cassegrain » à structure « Carrousel » équipée d'un source périscopique à quatre miroirs permettant d'orienter l'émetteur récepteur vers le satellite ;
- d'équipements électroniques d'émission/réception permettant de générer et recevoir les données ;
- d'équipements destinés à traiter et conditionner ces données.

Tous ces équipements électroniques ainsi que les armoires électriques de commande et de connexion au réseau sont abrités dans la structure maçonnée sur laquelle repose l'antenne. (voir figure 1)

A.2. Partie opérative

L'antenne est elle même constituée (voir figure 4) :

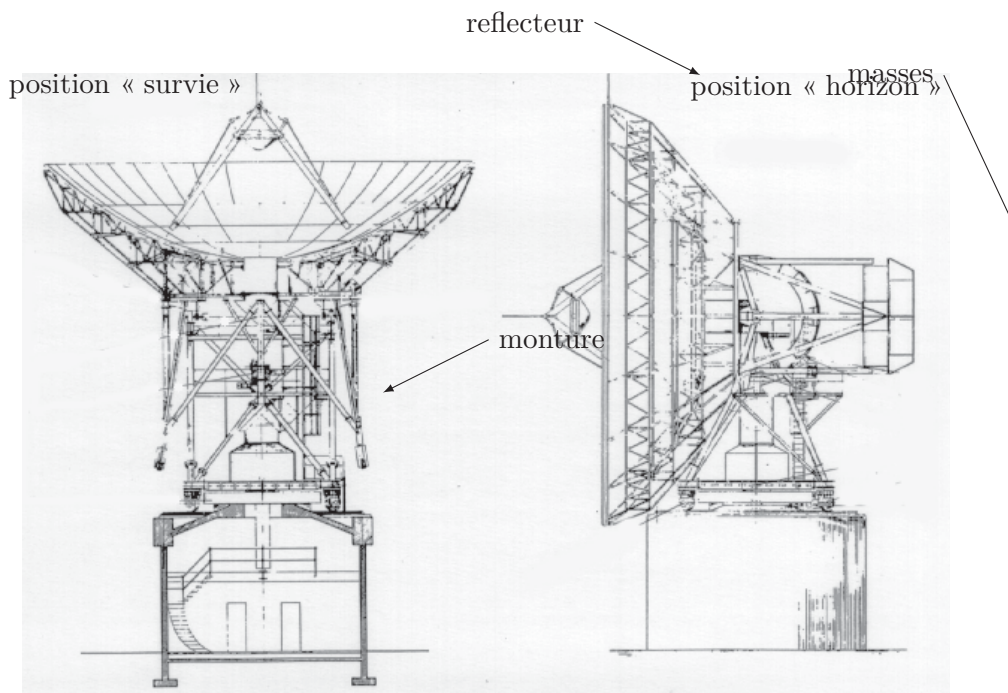


Figure 2 – Antenne-détails

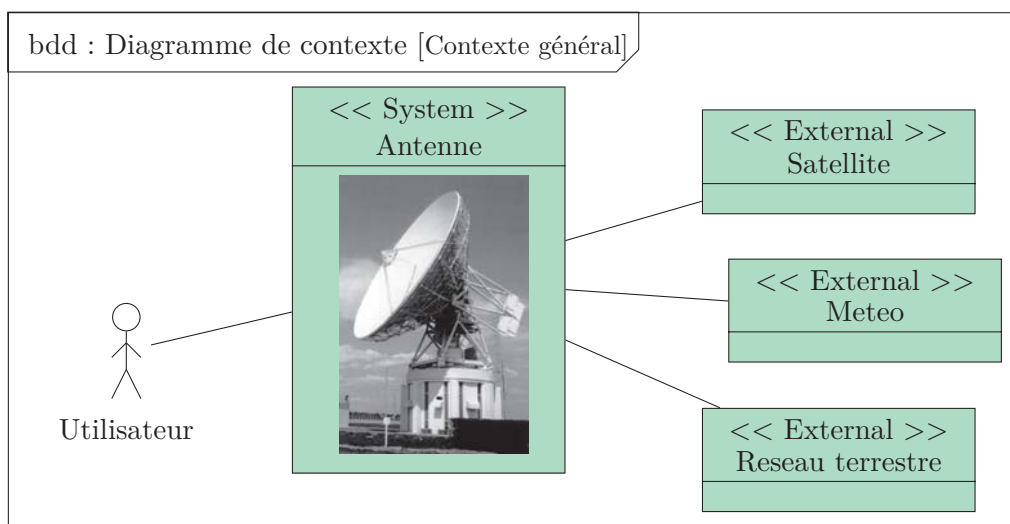


Figure 3 – Diagramme de contexte – Antenne de liaison par satellite

- d'un réflecteur principal quasi parabolique, associé à une source d'illumination périscopique et à un réflecteur auxiliaire. L'ensemble est mobile « en élévation » autour d'un axe horizontal situé au sommet d'une monture et est équilibré par deux contrepoids disposés de façon symétrique à l'arrière du réflecteur ;
- d'une monture, mobile « en azimut » autour d'un axe vertical. Cette monture se déplace sur un rail circulaire solidaire de la structure bétonnée par l'intermédiaire de quatre galets de roulement, dont deux sont motorisés par des actionneurs solitaires de cette monture. Le rail est équipé d'un système de fin de course, de butées mécaniques et de griffes anti-basculement. Sur cette monture sont embarqués les systèmes de recopie des mouvements « en azimut » et « en élévation », les sécurités mécaniques et électriques des déplacements de l'antenne, l'armoire et les câbles de distribution électrique, ainsi que le système d'anti-givrage.

La motorisation du mouvement de rotation autour de l'axe vertical ou axe « d'azimut » se fait par

l'intermédiaire de deux galets moteurs. Chacun d'eux est entraîné par une chaîne fonctionnelle identique à la chaîne décrite par le diagramme des blocs internes de la figure 5.

- Le mouvement à grande vitesse du galet est obtenu grâce à un moteur asynchrone $M1_i$ (indice $i = 1$ pour le 1^{er} essieu moteur, $i = 2$ pour l'autre) associé à un réducteur à engrenages $R1_i$. Ce moteur est un moteur - frein à manque de courant. Un embrayage $E1_i$ permet d'accoupler le moteur à grande vitesse au réducteur $R1_i$.
- Le mouvement à petite vitesse est généré par un deuxième moteur $M2_i$ entraînant le galet par l'intermédiaire du réducteur $R1_i$ et d'un deuxième réducteur à engrenages $R2_i$. Ce moteur $M2_i$ est un moteur à courant continu asservi en vitesse et position. un embrayage $E2_i$ permet d'accoupler le moteur $M2_i$ au réducteur $R1_i$.

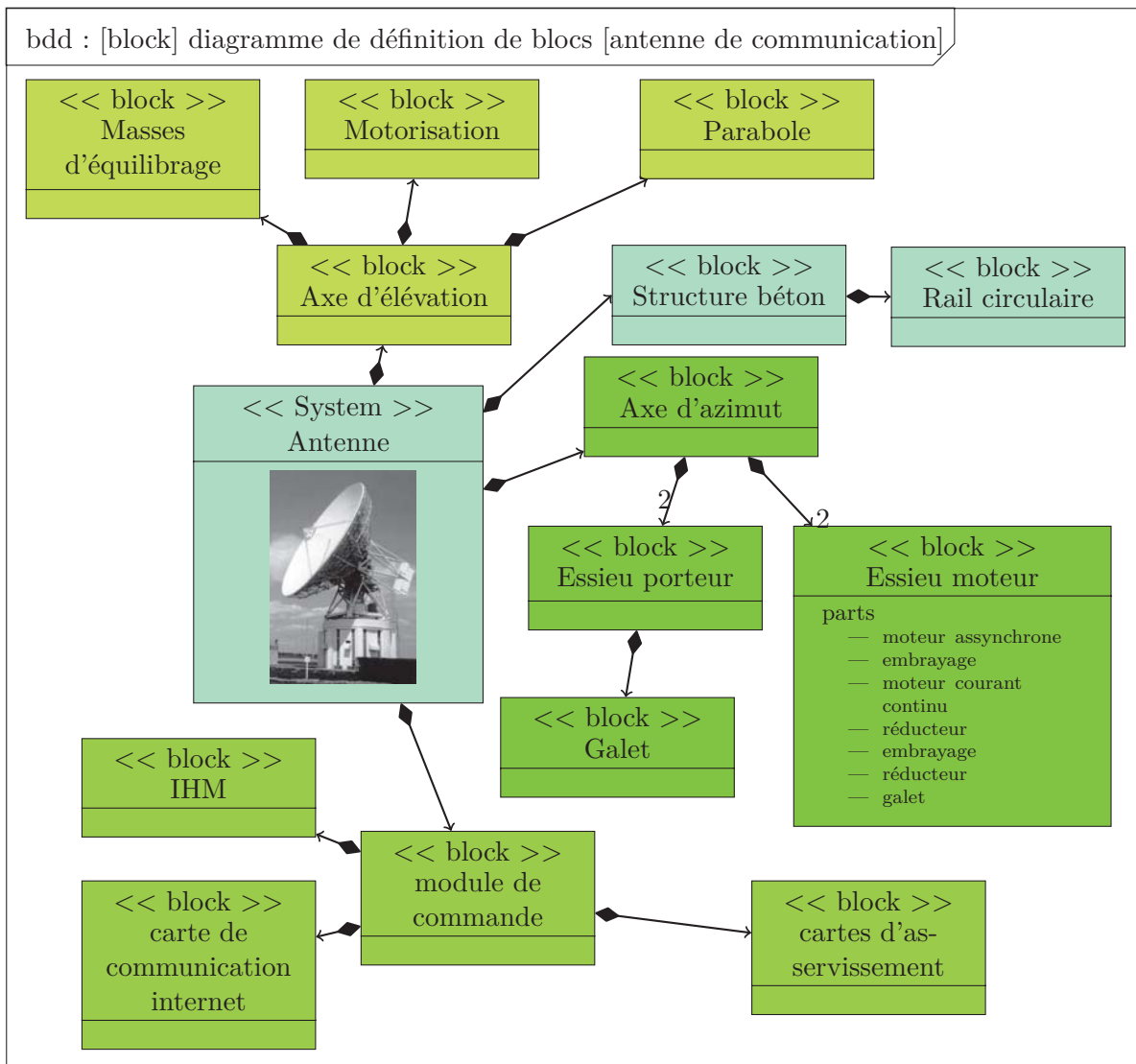


Figure 4 – Diagramme de définition des blocs de l'antenne de communication

B. Modélisation cinématique

Le modèle cinématique de comportement utilisé dans cette étude est représenté sur le document (figure 6).

Le socle de béton constitue le « solide cinématique » 0. Son repère sera considéré comme Galiléen dans l'étude dynamique. La monture constitue le « solide cinématique » 1. Elle est munie des quatre galets 3, 4, 5 et 6. Les deux galets 3 et 5 sont motorisés, les deux autres sont « fous » c'est à dire libres en rotation sur leur axe. La monture est globalement en liaison pivot d'axe vertical avec le socle 0. Le réflecteur

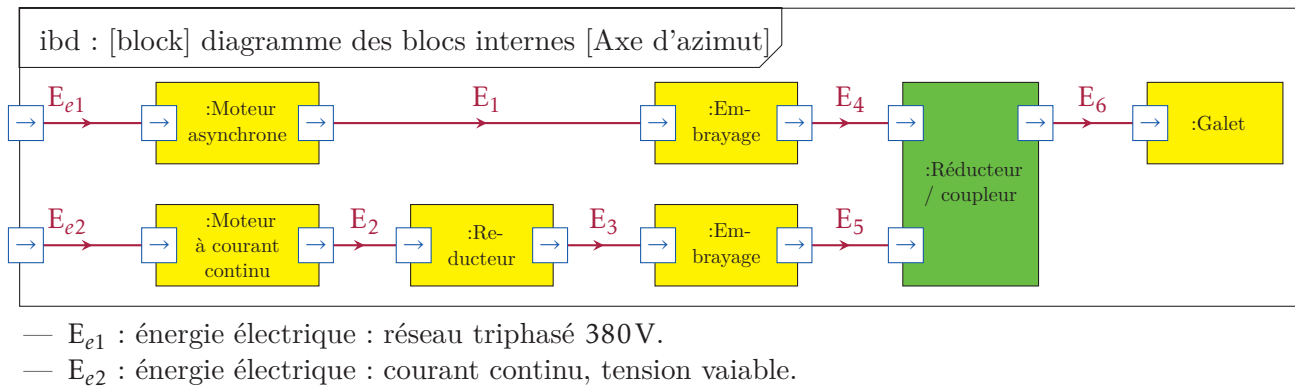


Figure 5 – Diagrammes des blocs internes de l'axe d'azimut

constitue le « solide cinématique » 2. Il est en liaison pivot d'axe horizontal avec la monture 1.

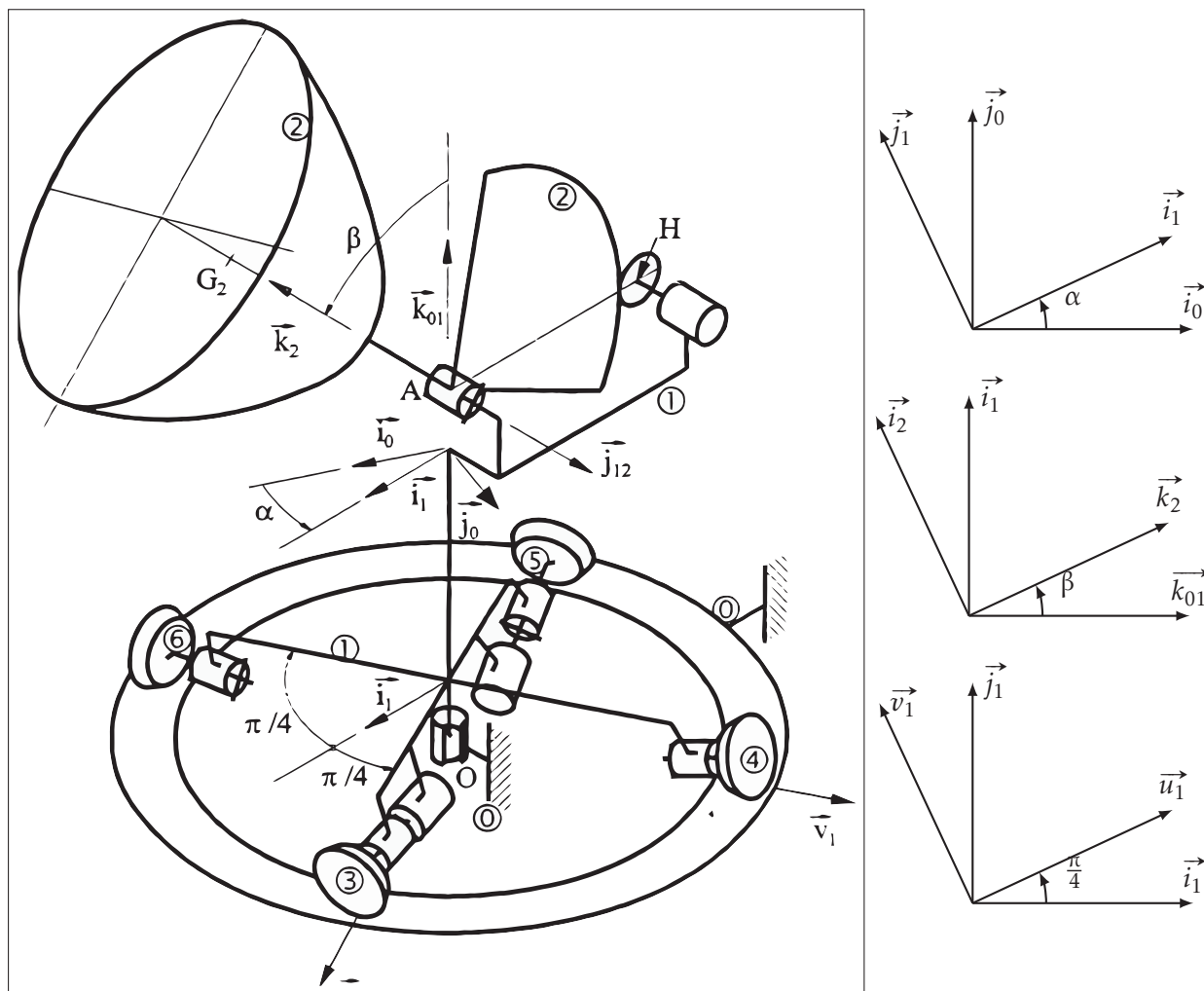


Figure 6 – Schéma cinématique et paramétrage

C. Motorisation de la liaison « azimut »

La liaison 1-0 est globalement considérée comme une pivot d'axe (O, \vec{k}_{01}) .

L'étude est réalisée lorsque la liaison 2/1 est bloquée à : l'axe du « bol » est horizontal (position dite « horizon »), (voir figure 7).

Q1. Exprimer dans ces conditions, par leurs éléments de réduction en un point, les torseurs cinématiques des mouvements de 1 par rapport à 0, et de 2 par rapport à 0 : $\{\mathcal{V}_{1/0}\}, \{\mathcal{V}_{2/0}\}$.

Le solide 1, de masse M_1 , a pour centre de gravité le point G_1 situé sur (O, \vec{k}_{01}) , et a pour matrice

$$\text{d'inertie en A, dans la base } B_1(\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_{01}) : \overline{\overline{\mathcal{I}_A(1)}} = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{B_1}^A$$

Le solide 1 possède deux plans de symétrie matérielle : $(A, \vec{i}_1, \vec{k}_{01})$ et $(A, \vec{j}_1, \vec{k}_{01})$.

Q2. En déduire la forme la plus simple de sa matrice d'inertie $\overline{\overline{\mathcal{I}_A(1)}}$.

Le solide 2, de masse M_2 , a pour centre de gravité le point G_2 tel que $\overline{AG_2} = a \cdot \vec{k}_2$, et a pour matrice

$$\text{d'inertie en A, dans la base } B_2(\vec{i}_2, \vec{j}_{12}, \vec{k}_2) : \overline{\overline{\mathcal{I}_A(2)}} = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{B_2}^A$$

Le solide 2 possède un plan de symétrie matérielle : $(A, \vec{i}_2, \vec{k}_2)$.

Q3. En déduire la forme la plus simple de sa matrice d'inertie $\overline{\overline{\mathcal{I}_A(2)}}$.

Le constructeur du système a ajouté au solide 2 deux masses identiques M dont les positions des centres de gravité G_{M1} et G_{M2} sont définies par : $\overline{AG_{M1}} = -L \cdot \vec{k}_2 + b \cdot \vec{j}_{12} + c \cdot \vec{i}_2$ et $\overline{AG_{M2}} = -L \cdot \vec{k}_2 - b \cdot \vec{j}_{12} + c \cdot \vec{i}_2$

L'addition des deux masses M au solide 2 permet de placer le centre de gravité de l'ensemble $\{2M+2\}$ au point G_{2M} tel que $\overline{AG_{2M}} = -e \cdot \vec{k}_2$. Cette position facilite la mise en position dite « de survie » (axe (A, \vec{k}_2) vertical) en cas de risque (tempête par exemple).

Q4. Déterminer alors l'expression de L en fonction de a, e, M et M_2 .

La matrice d'inertie de chaque solide additionnel de masse M , s'écrit en son centre de gravité G_{M1} ou G_{M2} dans la base $B_2(\vec{i}_2, \vec{j}_{12}, \vec{k}_2)$:

$$\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_{Mi}}(M)}} = \begin{pmatrix} A_M & 0 & -E_M \\ 0 & B_M & 0 \\ -E_M & 0 & C_M \end{pmatrix}_{B_2}^{G_{Mi}}$$

Q5. En déduire la forme de la matrice d'inertie $\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_{M1}}(2M)}}$ des deux masses additionnelles au point A dans la base $B_2(\vec{i}_2, \vec{j}_{12}, \vec{k}_2)$.

L'addition des deux masses M au solide 2 permet également de rendre diagonale la matrice d'inertie de l'ensemble $\{2M+2\}$.

Q6. En déduire l'expression de c en fonction de E_M, E_2, M et L .

Pour la suite on notera si nécessaire

$$\overline{\overline{\mathcal{I}_A(2+2M)}} = \overline{\overline{\mathcal{I}_A(2')}} = \begin{pmatrix} A'_2 & 0 & 0 \\ 0 & B'_2 & 0 \\ 0 & 0 & C'_2 \end{pmatrix}_{B_2}^A$$

Le centre d'inertie G_2 de $\Sigma = \{2+2M\}$ est tel que $\overline{AG_2} = -e \cdot \vec{k}_2$ et $M2' = M_2 + 2 \cdot M$.

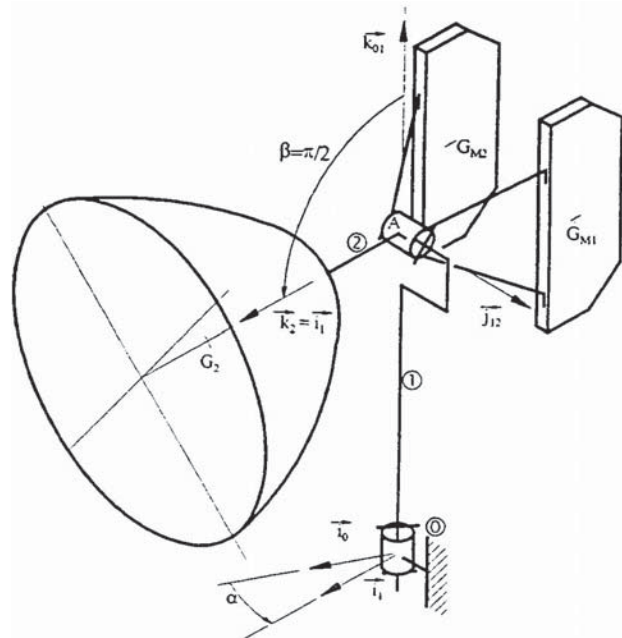


Figure 7 – modélisation cinétique

Q7. Exprimer dans la base B_1 , par ses éléments de réduction en A le torseur cinétique du solide 1 dans son mouvement par rapport à 0 : $\{C_{1/0}\}$.

Q8. Exprimer dans la base B_1 , par ses éléments de réduction en A le torseur cinétique du solide 2 dans son mouvement par rapport à 0 : $\{C_{2/0}\}$.

Q9. Exprimer dans la base B_1 , par ses éléments de réduction en A le torseur dynamique du système $\Sigma = \{1, 2\}$ dans son mouvement par rapport à 0 : $\{D_{\Sigma/0}\}$

La motorisation de la liaison 1-0 permet d'exercer une action mécanique de 0 sur 1 réductible au torseur couple $\{A_{0 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_{m_1} \cdot \vec{k}_{01} \end{matrix} \right\}_{VP}$ où C_{m_1} est le couple moteur de la liaison 1-0 exprimé en Nm.

Q10. Le repère lié à 0 étant considéré comme galiléen, exprimer en fonction de \dot{a} , \ddot{a} , a et g (accélération de la pesanteur au lieu considéré) et des caractéristiques d'inertie des solides 1 et 2 :

Q10a. les coordonnées du torseur des efforts transmis par la liaison 1-0 ;

Q10b. le couple C_{m_1} ;

Q11. Expliquer à quelles conditions, les coordonnées du torseur 0 1 sont indépendantes du temps, et quels avantages cela présente pour le fonctionnement du mécanisme.

D. Modélisation cinématique

La liaison globale entre la monture (1) et le socle en béton doit être une liaison pivot d'axe (O, \vec{k}_{01}) . Cette liaison est réalisée à la fois par une liaison en O (voir la figure 6) et la liaison équivalente réalisée par les 4 galets roulants sur le socle en béton.

D.1. Modélisation cinématique de la liaison galets/sol

La figure 8 présente un premier modèle de la liaison entre la monture (1) et le socle en béton (0). Sur ce schéma n'est pas représentée la liaison en O.

Dans ce modèle, on considère que les quatre galets (3) sont cylindriques de rayon r et de hauteur L .

Les axes des liaisons entre 1 et les galets coupent l'axe (A, \vec{k}_{01}) en O. Le point C est le « centre » de la roue. Le point D est point médian de la ligne de contact entre 3 et 0

La vitesse de glissement entre le galet et le socle de béton est nulle au point médian de la ligne de contact de chaque galet.

On choisit de modéliser la liaison $L_{3/0}$ entre le galet et le socle en béton par une liaison cylindre - plan de normale \vec{k}_{01} et de direction (D, \vec{u}_1)

Q12. Justifier ce choix. Quel autre choix aurait-on pu faire ?

Q13. Tracer le graphe des liaisons limité aux pièces $\{0, 1, 3, 4, 5, 6\}$ (ne pas oublier la liaison en O).

Q14. À partir d'une étude cinématique, déterminer la liaison équivalente $L_{1/0}^3$ aux deux liaisons en série $L_{1/3}$ et $L_{3/0}$.

La liaison équivalente entre la monture et le socle en béton doit être une liaison pivot.

Q15. Cette liaison est-elle réalisée ? Conclure.

D.2. Actions transmissibles dans les liaisons

On se propose d'évaluer l'action mécanique de contact entre les galets et le socle à l'arrêt.

On considère le mécanisme complet $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

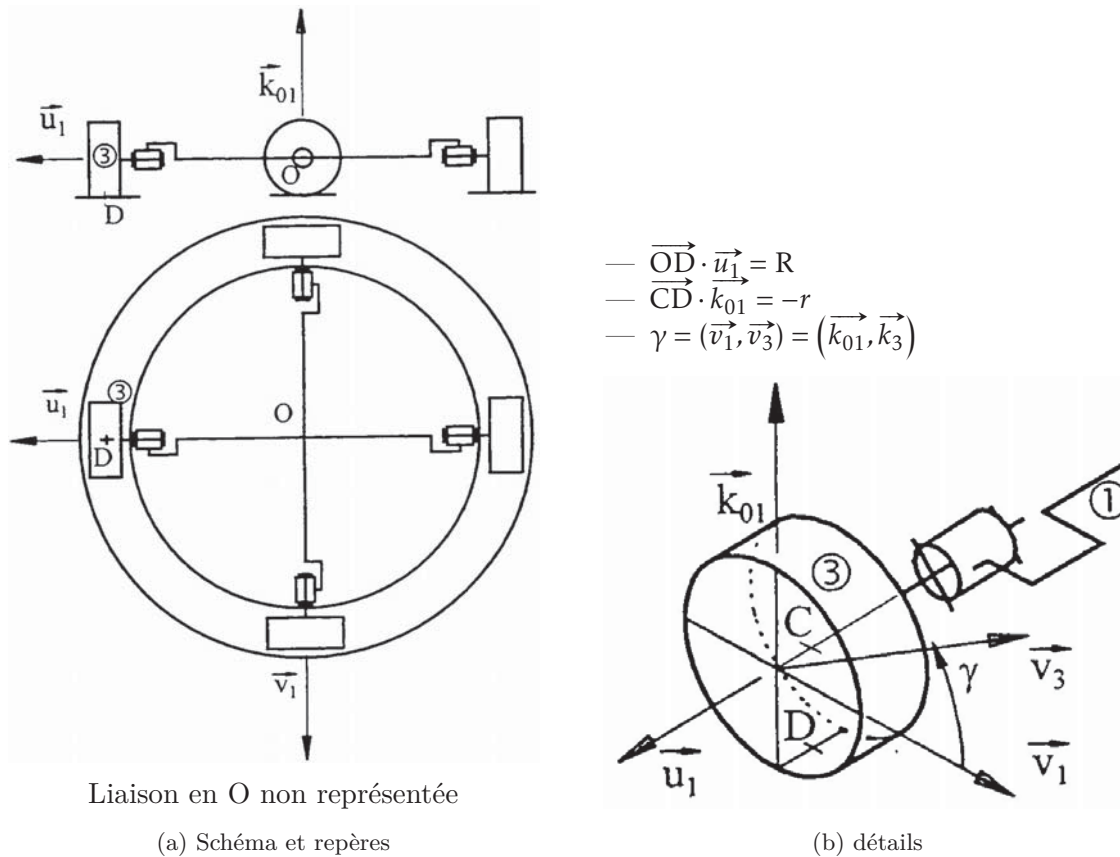
On note G_Σ le centre d'inertie de l'ensemble mobile $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ tel que $\vec{OG}_\Sigma = l \cdot \vec{k}_{01}$ et \vec{P}_Σ son poids.

Q16. Exprimer les torseurs des actions transmissibles par les liaisons cylindre - plan entre les galets et le socle et les torseurs des actions transmissibles par la liaison en O.

Q17. En isolant l'ensemble Σ , écrire les équations permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons entre les galets et le socle. Est-il possible de résoudre ? Conclure.

On ajoute une hypothèse supplémentaire : Compte tenu de la symétrie du problème, les actions mécaniques sur les 4 galets sont identiques.

Q18. Conclure.



$$\begin{aligned}
 & - \overrightarrow{OD} \cdot \vec{u}_1 = R \\
 & - \overrightarrow{CD} \cdot \vec{k}_{01} = -r \\
 & - \gamma = (\vec{v}_1, \vec{v}_3) = (\vec{k}_{01}, \vec{k}_3)
 \end{aligned}$$

Figure 8 – Schéma partiel de la liaison monture (1) / socle (0)

D.3. Choix de la solution technologique

Remarque : : Étude complémentaire :

Pour cette dernière partie les 3/2 ne calculerons pas les puissances, les 5/2 peuvent faire tous le sujet !

Deux dispositions sont proposées pour réaliser la liaison monture (1) socle en béton (0).

— La première a été décrite au dessus, elle est constituée de galets cylindrique de rayon r et d'hauteur L (figure 9a).

— La seconde est réalisée avec des galets coniques (figure 9b).

“Pour les deux dispositions, on considère le point D, au milieu de la ligne de contact entre le galet et le sol. Pour ce point, on suppose que la vitesse de glissement est nulle : $\vec{V}_{D \in 3/0} = \vec{0}$.”

Première disposition

Q19. Déterminer la relation entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\gamma}$ en fonction de r et R .

Soit M un point quelconque de la ligne de contact tel que $\overrightarrow{DM} = \lambda \cdot \vec{u}_1$ avec $\lambda \in [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$.

Q20. Déterminer $\vec{V}_{M \in 3/0}$, en deduire le torseur cinématique de la liaison $L_{3/0}$ en M.

Soit p_0 , la densité linéique de charge (en Nm^{-1}), et f_g le coefficient de frottement de glissement, du contact entre le galet 3 et le rail 0.

La densité linéique est supposée répartie uniformément le long de la ligne de contact entre 3 et 0.

On rappelle les lois de Coulomb dans le cas d'un contact ponctuel en I avec frottement et glissement entre deux solides S_0 et S_1 :

- la composante tangentielle de l'action du solide S_0 sur le solide S_1 au point de contact est de sens opposé à la vitesse de glissement au point de contact I du solide S_1 par rapport au solide S_0
- le module de cette composante tangentielle est égale au module de la composante normale multiplié par le coefficient de frottement de glissement.

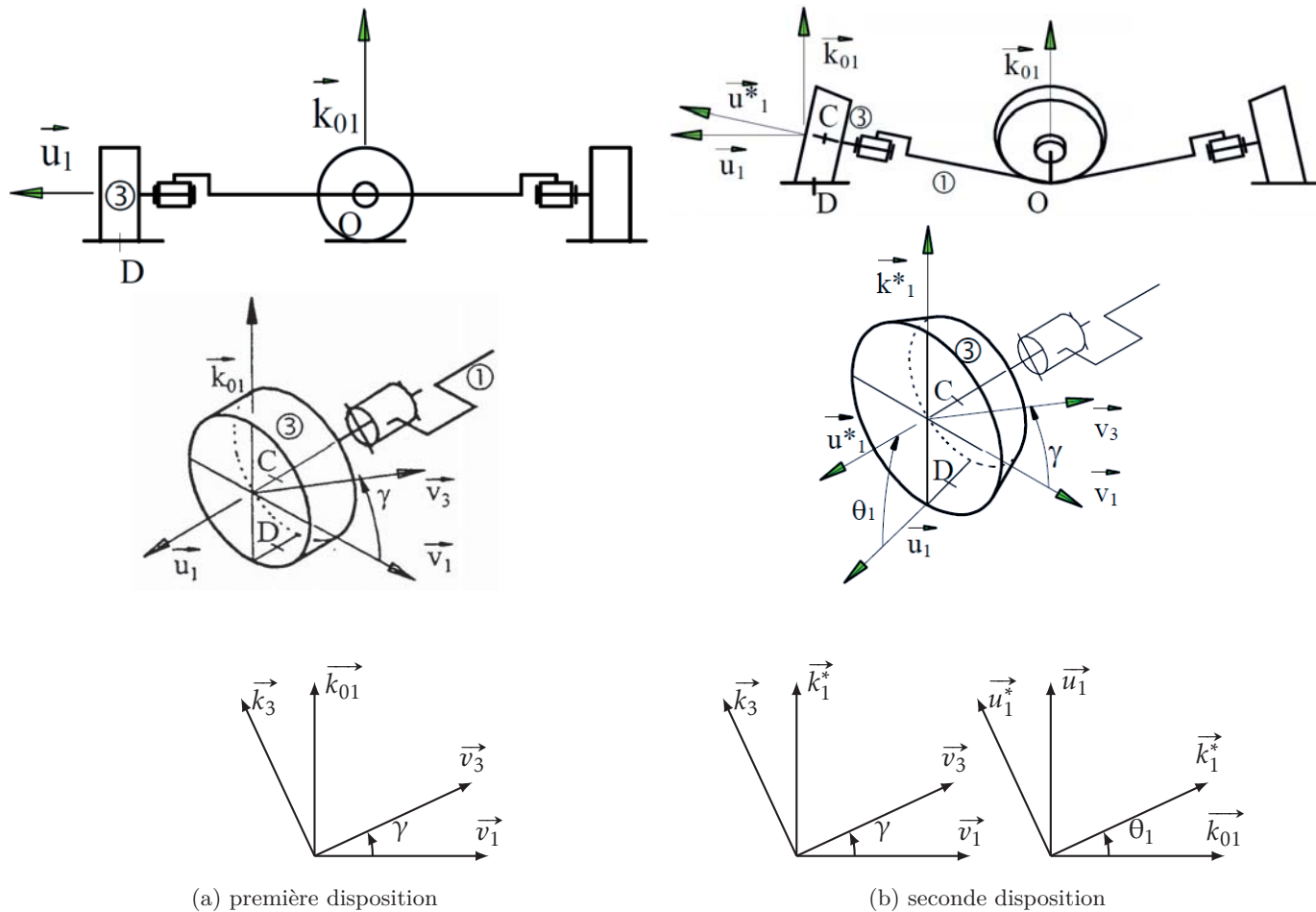


Figure 9 – dispositions constructives

On note : $\overrightarrow{dR}_{M_0 \rightarrow 3} = \overrightarrow{dN}_{M_0 \rightarrow 3} + \overrightarrow{dT}_{M_0 \rightarrow 3}$, l'action élémentaire de contact au point M entre le socle et le galet avec $\overrightarrow{dN}_{M_0 \rightarrow 3}$ la composante normale et $\overrightarrow{dT}_{M_0 \rightarrow 3}$ la composante tangentielle.

Q21. Exprimer $\overrightarrow{dR}_{M_0 \rightarrow 3}$ en fonction de p_0 , f_g et $d\lambda$ (élément d'intégration de long de la ligne de contact) et les vecteurs de base nécessaires. En déduire le torseur de l'action élémentaire de contact en M.

Q22. Déterminer le torseur résultant de l'action mécanique de contact entre le sol et galet en D.

On note $P_{0 \rightarrow 1}$, la puissance dissipée dans une liaison entre deux solide S_1 et S_0 , par définition cette puissance est le comoment du torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ et du torseur des actions transmissibles $\{\mathcal{A}_{0 \rightarrow 1}\}$

Q23. Déterminer $P_{0 \rightarrow 3}$, la puissance dissipée par les frottements dans la liaison entre le galet et le socle.

Seconde disposition

Dans cette disposition, les axes des liaisons entre la monture (1) et les galets coupent l'axe (O, \vec{k}_{01}) en O et les génératrices des galets se coupent aussi en O.

Le point D est tel que : $\overrightarrow{OD} = R \cdot \vec{u}_1$ et $\overrightarrow{CD} \cdot \vec{k}_1^* = -r$. On note θ_1 le demi-angle au sommet du cône des galets.

Q24. Exprimer la relation entre $\dot{\gamma}$, $\dot{\alpha}$, R et r qui traduit la relation de non glissement en D de 3 sur 0.

Soit M un point quelconque de la ligne de contact tel que $\overrightarrow{DM} = \lambda \cdot \vec{u}_1$ avec $\lambda \in [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$.

Q25. Déterminer $\overrightarrow{V_{M \in 3/0}}$

Q26. Déterminer $P_{0 \leftarrow 3}$, la puissance dissipée par les frottements dans la liaison entre le galet et le socle pour cette seconde disposition.

Choix de la disposition constructive

Q27. À partir des résultats précédents, quelle disposition constructive proposez-vous ?