I - MODELISATION CINEMATIQUE ET GEOMETRIQUE DES LIAISONS

A. Liaisons entre solides.

Nous savons que la position d'un solide dans l'espace peut être définie par 6 paramètres, 3 Rotations et 3 Translations.
Ces 6 paramètres sont les 6 degrés de libertés du solide.
En fait un solide n'est généralement pas seul, il est en liaison avec d'autres solides. Cette liaison va limiter le nombre de degrés de liberté existant entre les solides.
L'étude des liaisons réelles existantes entre les différentes pièces d'un mécanisme est délicate et difficile. En effet, les défauts entre les surfaces de contact (rugosité, défaut de forme), la présence de jeu, la déformation des pièces, les frottements, et l'usure écarte le modèle théorique de la liaison de la réalité.
Afin de pouvoir étudier le fonctionnement d'un mécanisme, il est nécessaire de modéliser les liaisons entre les différentes pièces.

1. Liaisons normalisées entre solides.

Une liaison est dite parfaite si:
- Le contact s'établit théoriquement en un point, sur une ligne ou sur une surface de définition géométrique simple (plan sphère, cylindre, surface hélicoïdale, ..);
- Les surfaces de contact sont supposées géométriquement parfaites;
- la liaison est sans jeu.

La norme NF E04-015 présente les onze liaisons élémentaires.

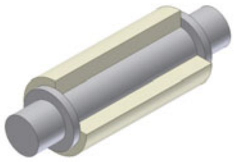
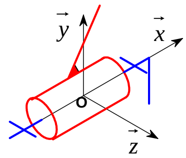
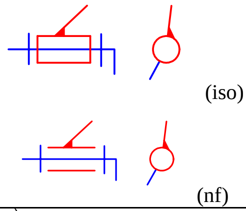
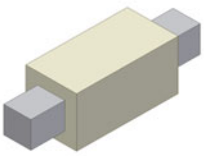
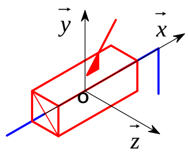
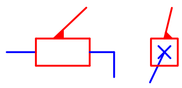
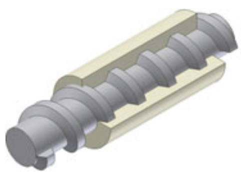
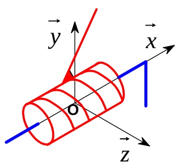
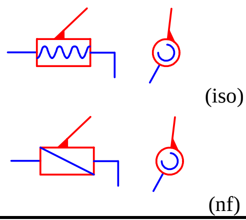
a) Schémas normalisés

Cf. tableau récapitulatif.

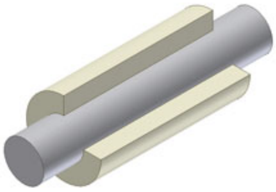
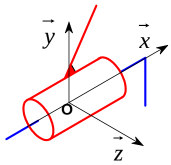
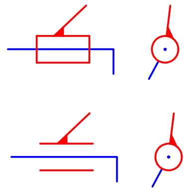
2. Degrés de liberté d'un solide par rapport à un autre:

On appelle degré de liberté d'un solide par rapport à un autre le nombre de mouvements élémentaires indépendants (3 rotations et 3 translations) entre les deux solides. Le nombre de degré de liberté de chaque liaison élémentaire est indiqué dans le tableau récapitulatif.

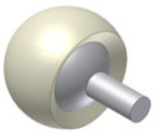
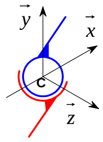
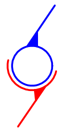
3. Tableau des liaisons

• **Pivot**		
Liaison pivot d'axe $(O,\vec{x})$	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_x\cdot\vec{x}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\left\{\begin{matrix}\omega_x & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}}_{(\vec{x},..,..)}$	
		
Degrés de liberté – 1 **Rx -** rotation autour de $(O,\vec{x})$	Le torseur a la même forme en tout point P de l'axe $(O,\vec{x})$ et dans toute base contenant l'axe principal $\vec{x}$.	
• **Glissière**		
Liaison glissière de direction $\vec{x}$ **Degrés de liberté – 1** **Tx** –translation de direction $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P}{\left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = V_x\cdot\vec{x}\end{matrix}\right\}} = \underset{\forall P}{\left\{\begin{matrix}0 & V_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}}_{(\vec{x},..,..)}$ Le torseur a la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la direction principale $\vec{x}$.	
		
• **Hélicoïdale**		
Liaison hélicoïdale d'axe $(O,\vec{x})$ **Degrés de liberté – 1** Les deux paramètres de mouvement (V_x et ω_x) sont liés	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_x\cdot\vec{x}\\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = V_x\cdot\vec{x}\end{matrix}\right\}} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\left\{\begin{matrix}\omega_x & V_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}}_{(\vec{x},..,..)}$ avec $\lvert V_x\rvert = \dfrac{p}{2\pi}\cdot\lvert\omega_x\rvert$ et **p** pas de l'hélice par tour. Le torseur a la même forme en tout point P de l'axe $(O,\vec{x})$ et dans toute base contenant l'axe principal $\vec{x}$. Le signe est fonction du sens de l'hélice	
		

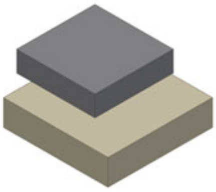
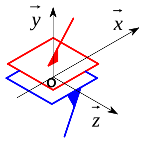
• Pivot glissant

Liaison pivot glissant d'axe $(O,\vec{x})$ **Degrés de liberté – 2** **Rx, Tx :** 2 mouvements possibles	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_x\cdot\vec{x}\\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = V_x\cdot\vec{x}\end{Bmatrix}} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{Bmatrix}\omega_x & V_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}}_{(\vec{x},\dots,\dots)}$ Le torseur à la même forme en tout point P de l'axe $(O,\vec{x})$ et dans toute base contenant l'axe principal $\vec{x}$.	
		 (iso) (nf)

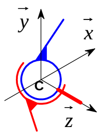
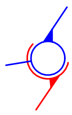
• Sphérique (Rotule)

Liaison sphérique de centre C **Degrés de liberté – 3** **Rx, Ry, Rz**	$\{V_{2/1}\} = \underset{C}{\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}} = \underset{C}{\begin{Bmatrix}\omega_x & 0\\ \omega_y & 0\\ \omega_z & 0\end{Bmatrix}}_{(\dots,\dots,\dots)}$ Dans tout repère de centre C, centre de la sphère	
		

• Appui plan

Liaison appui plan de normale $\vec{y}$ **Degrés de liberté – 3** **Tx, Tz, Ry**	$\{V_{2/1}\} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \omega_y\cdot\vec{y}\\ \overrightarrow{V_{P\in 2/1}}\end{Bmatrix}} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix}0 & V_x\\ \omega_y & 0\\ 0 & V_z\end{Bmatrix}}_{(\dots,\vec{y},\dots)}$ avec $\overrightarrow{V_{P\in 2/1}}\cdot\vec{y} = 0$ Le torseur a la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la normale au plan –ici $\vec{y}$ –	
		

• Sphérique à doigt

Liaison Sphérique à doigt de centre C **Degrés de liberté – 2** **Ry, Rz**	$\{V_{2/1}\} = \underset{C}{\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}} = \underset{C}{\begin{Bmatrix}0 & 0\\ \omega_y & 0\\ \omega_z & 0\end{Bmatrix}}_{(\dots,\dots,\dots)}$ Le torseur doit être écrit en C, centre de la sphère, dans une base dont l'un des vecteurs est porté par le doigt, ici $\vec{z}$.	
		

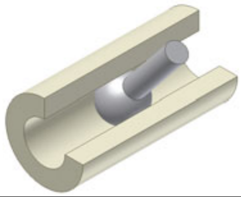
• Sphère-cylindre (linéaire annulaire))

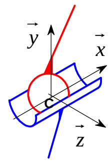
Liaison Sphère –cylindre d'axe $(C,\vec{x})$

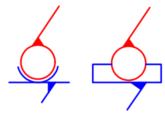
Degrés de liberté –4–
Rx, Ry, Rz, Tx

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{C\in 2/1}} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{C\,(\vec{x},\ldots,\ldots)}$$

Le doit torseur doit être écrit en C centre de la sphère, avec un des vecteurs de base – ici $\vec{x}$ – le long de l'axe du mouvement de translation







• Linéaire rectiligne

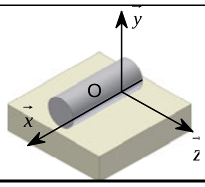
Liaison linéaire rectiligne d'axe $(O,\vec{x})$ et de normale $\vec{z}$

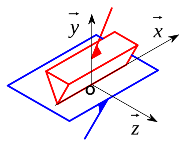
Degrés de liberté – 4
Rx, Ry,
Tx, Tz

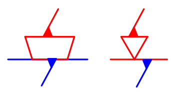
$$\{V_{2/1}\}_{\forall P\in(O,\vec{x})} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{C\in 2/1}} \end{Bmatrix}_{\forall P\in(O,\vec{x})} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ 0 & V_z \end{Bmatrix}_{\forall P\in(O,\vec{x})\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Le repère idéal est défini par un point P sur la droite de contact –ici $(O,\vec{x})$ et la normale à la surface de contact –ici $\vec{y}$ –

Nota : cette liaison était définie dans la norme NFE 04015 mais n'apparaît pas dans la norme ISO 3952







(nf)

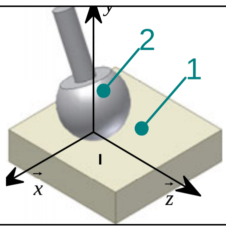
• Sphère-plan (ponctuelle)

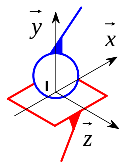
Liaison sphère-plan de normale $(I,\vec{y})$

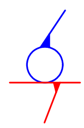
Degrés de liberté – 5
Tx, Ty
Rx, Ry,Rz

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{C\in 2/1}} \end{Bmatrix}_I = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{C\,(\ldots,\vec{y},\ldots)}$$

Le torseur s'écrit en I point de contact, dans toute base contenant la normale au plan de contact







• Liaison encastrement ou liaison complète

On appelle liaison complète une liaison entre deux solides qui annule tous les mouvements.
La liaison encastrement est représentée par un triangle noirci entre les deux solides.