# I - APPLICATIONS – CINEMATIQUE GRAPHIQUE

## A. Mouvements particuliers:

### 1. Mouvement de translation de S1/R0

si $\vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0}$ alors le mouvement de S1/R0 est mouvement de translation

$$\{V_{S1/0}\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{v}_{(A1/0)} \end{matrix} \right\}_A^{R_0}$$

Tous les points de S1 ont la même vitesse (et même accélération) dans le mouvement de S1/R0.

$$\vec{v}_{(B1/0)} = \vec{v}_{(A1/0)} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{AB}$$

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0}$$

$$\vec{v}_{(B1/0)} = \vec{v}_{(A1/0)}$$

### 2. Mouvement de Rotation autour d'un axe fixe (Δ) de S1/R0

S'il existe un axe (Δ) tel que quelque tous les points P ∈ (Δ) ont une vitesse $\vec{v}_{(P1/0_0)} = \vec{0}$, alors le mouvement est de S1/R0 est une rotation.

$$\vec{v}_{(B1/0)} = \vec{v}_{(P1/0)} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{PB}$$

$$si \;\; P \in (\Delta) \text{ alors } \vec{v}_{(P1/0)} = \vec{0}$$

$$\vec{v}_{(B1/0)} = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{PB}$$

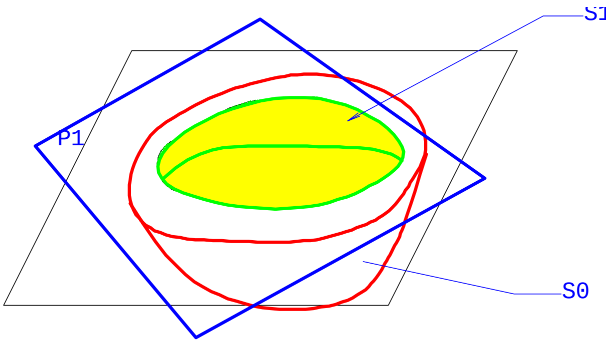
Pour déterminer (Δ) il suffit de connaître deux points de vitesse nulle.

### 3. Mouvement hélicoïdal

Si l'axe (Δ) du torseur distributeur des vitesses garde une direction constante dans le temps, le mouvement de S1/R0 est un mouvement hélicoïdal.

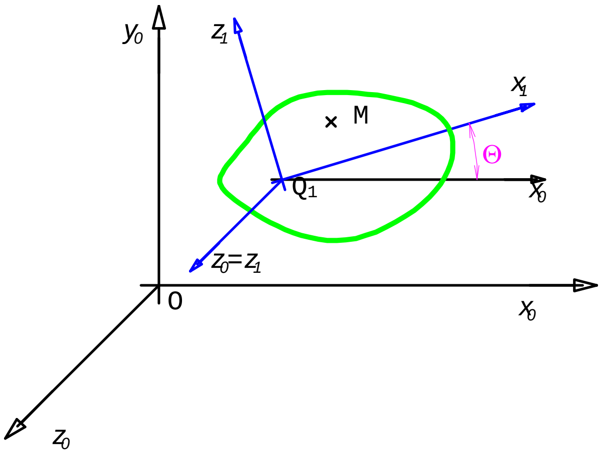
## B. Mouvement plan sur plan:

### 1. Définition




Le mouvement d'un solide S1 par rapport à un solide S0 est appelé mouvement plan lorsque un plan fictif ou réel de S1 reste constamment confondu avec un plan fictif ou réel de S0.

Le solide S1 est lié au repère R1, le solide S0 au repère R0.
Le solide S1 possède 3 degrés de libertés (possibilité de mouvement) par rapport au solide S0.
*2 Translations dans le plan de glissement;
*1 Rotation autour de l'axe perpendiculaire au plan de glissement.




La position de S1 par rapport à S0 est donc définie par trois paramètres:
* x et y les coordonnées de Q1 dans R0;
* θ angle entre $(O\vec{x}_0, O\vec{x}_1)$.

Le torseur distributeur des vitesses de S1/S0 s'écrit

$$\{V_{S1/0}\}_{Q1} = {}_{R_0}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \\ \overrightarrow{v}_{(Q1/0)} \end{Bmatrix}_{Q1}$$

avec
$$\overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \frac{d\theta}{dt} \bullet \vec{k}_0 = \theta' \bullet \vec{z}_0$$
$$\overrightarrow{v}_{(Q1/0)} = \frac{dx}{dt} \bullet \vec{i}_0 + \frac{dy}{dt} \bullet \vec{j}_0 = x' \bullet \vec{i}_0 + y' \bullet \vec{j}_0$$

#### a) Remarque

L'automoment (produit scalaire de $\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$ et $\overrightarrow{v}_{(Q1/0)}$ )est nul, $\overrightarrow{\Omega}_{1/0} \bullet \overrightarrow{v}_{(Q1/0)} = 0$ .

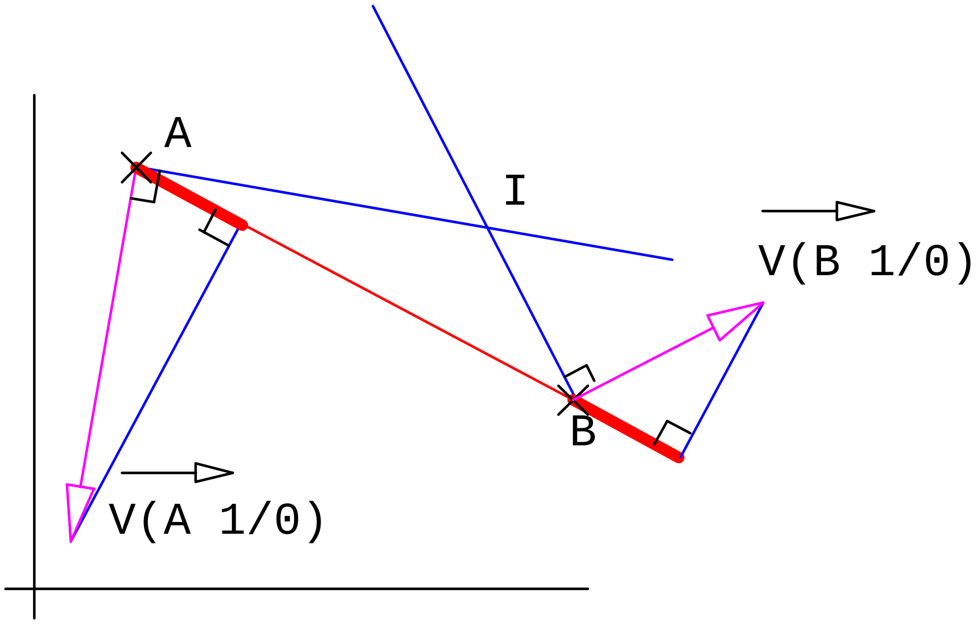
### 2. Centre instantané de rotation.

#### a) Définition

Le Centre Instantané de Rotation (C.I.R) est le point de vitesse nulle dans le mouvement du plan P1 (lié à S1) par rapport au plan P0 (lié à S0) situé dans le plan P0.
Le C.I.R est l'intersection de l'axe central (Δ) du torseur distributeur des vitesses avec le plan de glissement.

#### b) Détermination graphique du C.I.R

Soient A et B deux points ∈ P1 (lié à S1) dont on connaît la vitesse dans leur mouvement par rapport à P0.




Nous connaissons la relation d’équiprojectivité du champ des vecteurs vitesses d'un solide.

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{v}_{(B1/0)} = \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{v}_{(A1/0)}$

Traçons la droite $\perp$ à $\overrightarrow{v}_{(A1/0)}$ passant par A

Traçons la droite $\perp$ à $\overrightarrow{v}_{(B1/0)}$ passant par B.

Les deux droites se coupent en I. Le point I est le C.I.R

vérifions:

appliquons l'équiprojectivité au segment AI et au segment BI

$\overrightarrow{AI} \bullet \overrightarrow{v}_{(I1/0)} = \overrightarrow{AI} \bullet \overrightarrow{v}_{(A1/0)} = 0$

$\overrightarrow{BI} \bullet \overrightarrow{v}_{(I1/0)} = \overrightarrow{BI} \bullet \overrightarrow{v}_{(B1/0)} = 0$

par construction ces deux égalités sont nulles.

La projection de $\overrightarrow{v}_{(I1/0)}$ sur deux directions différentes (AI et BI) étant nulle, on a donc $\overrightarrow{v}_{(I1/0)} = \vec{0}$.

I est bien le C.I.R dans le mouvement de P1/PO.

**c) Détermination analytique.**

soient:

$$\overrightarrow{OM} = a.\vec{i}_0 + b.\vec{j}_0$$

$$\overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \frac{d\theta}{dt}.\vec{k}_0 \quad \text{on a} \quad \overrightarrow{v}_{(M\in S_1/R_0)} = \left[\frac{d\ \overrightarrow{OM}}{dt}\right]_0 \Rightarrow \overrightarrow{v}_{(M\in S_1/R_0)} = \frac{da}{dt}.\vec{i}_0 + \frac{db}{dt}.\vec{j}_0 = a'.\vec{i}_0 + b'.\vec{j}_0$$

$$\overrightarrow{OI} = X.\vec{i}_0 + Y.\vec{j}_0 \qquad \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OI} \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (a-X).\vec{i}_0 + (a-Y).\vec{j}_0$$

Nous avons la relation du champ des vitesses: $\overrightarrow{v}_{(I1/0)} = \overrightarrow{v}_{(M1/0)} + \overrightarrow{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{MI}$

$$\overrightarrow{v_{(I1/0)}} = a'.\vec{i}_0 + b'.\vec{j}_0 + \theta'.\vec{k}_0 \wedge \left((X-a).\vec{i}_0 + (Y-b).\vec{j}_0\right)$$
$$\overrightarrow{v_{(I1/0)}} = a'.\vec{i}_0 + b'.\vec{j}_0 + \theta'.(X-a).\vec{j}_0 - \theta'.(Y-b).\vec{i}_0$$
$$\overrightarrow{v_{(I1/0)}} = (a' - \theta'.(Y-b)).\vec{i}_0 + (b' + \theta'.(X-a)).\vec{j}_0$$

Si I est le C.I.R alors $\overrightarrow{v_{(I1/0)}} = (a' - \theta'.(Y-b)).\vec{i}_0 + (b' + \theta'.(X-a)).\vec{j}_0 = \vec{0}$ on a donc

$$\begin{cases} a' - \theta'.(Y-b) = 0 \\ b' + \theta'.(X-a) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = b + \dfrac{a'}{\theta'} \\ X = a - \dfrac{b'}{\theta'} \end{cases}$$

### 3. Base, roulante.

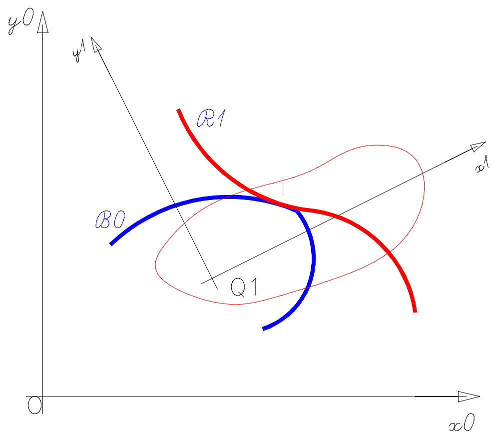
#### a) Définitions

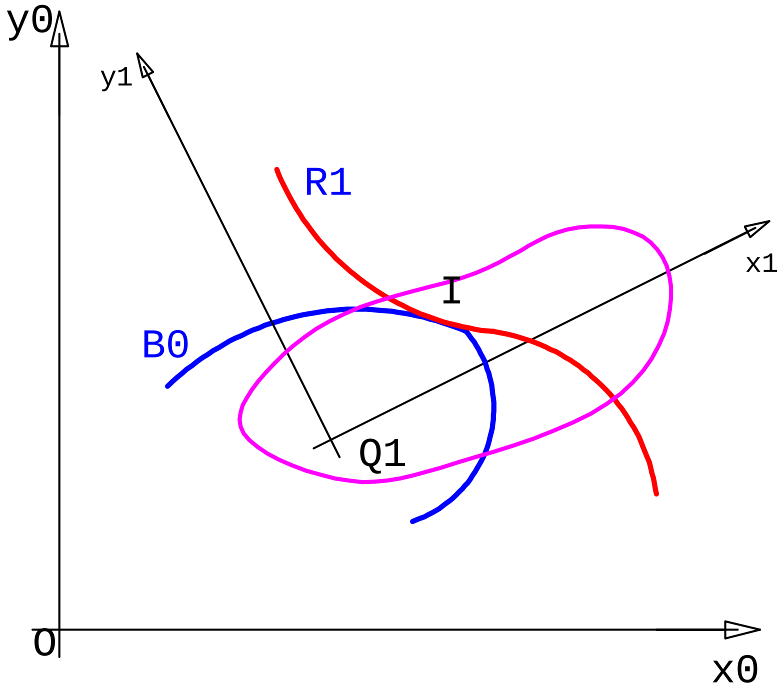
A un instant donné, tous les points du solide (S1) semble tourner autour du C.I.R mais au cours du temps le point I n'occupe pas toujours la même position. Il décrit une trajectoire dans R0 mais aussi dans (S1)

<u>BASE du mouvement</u>: C'est la trajectoire du C.I.R dans le repère R0;

<u>ROULANTE</u> : C'est la trajectoire du C.I.R dans le repère lié au solide S1.

#### b) Propriétés






P1: base et roulante sont deux courbes qui roulent sans glisser l'une sur l'autre au point de contact I.

$$\vec{v}_{(I\in r_1/b_0)} = \vec{v}_{(I\in b_0/R_0)} - \vec{v}_{(I\in r_1/R_1)}$$

P2: la base et la roulante ont même tangente en I et les espaces parcourus pendant le temps dt sont les mêmes/