

**A. Unité dentaire**

Extrait concours E3A PSI 2007 3h00

Le support de l'étude est un siège de dentiste appelé ici « unité dentaire ». Cet équipement a été conçu et réalisé dans le but d'une adaptabilité maximale aux différentes méthodes de travail des chirurgiens-dentistes. Son ergonomie, sa maniabilité, son design, sa fiabilité en font une « unité universelle » qui n'impose jamais une quelconque position de travail. Sa conception est modulaire, avec une technologie avancée.



Pour assurer un acte dans les meilleures conditions, le praticien doit placer la tête du patient dans une position bien adaptée. A deux mains, le praticien tient la tête sur laquelle repose la tête du patient et appuie sur un bouton qui commande le déblocage. Tant qu'il appuie, les pièces de ce sous ensemble sont mobiles entre elles. Il relâche le bouton quand il juge que la position de la tête de son patient est adéquate. Cette position est ensuite conservée.

Afin de valider partiellement la conception de ce mécanisme, on se propose d'analyser les solutions techniques retenues pour la réalisation du mouvement de translation du coulisseau «coul» par rapport au dossier «doss» et de son blocage (figure 0.1).

**B. Questions préliminaires**

**Q1.** Représenter, en couleur (une couleur par pièce), un schéma cinématique plan dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  de cet ensemble. On indiquera : les numéros de pièces suivants et les repères :  
 dossier=0,  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ,  
 coulisseau=1,  
 cadre=2,  $(A, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$   
 avec  $\theta = (\vec{x}, \vec{u})$ ,  
 tête=3  $(O, \vec{w}, \vec{y}, \vec{t})$   
 avec  $\beta = (\vec{u}, \vec{w})$ .

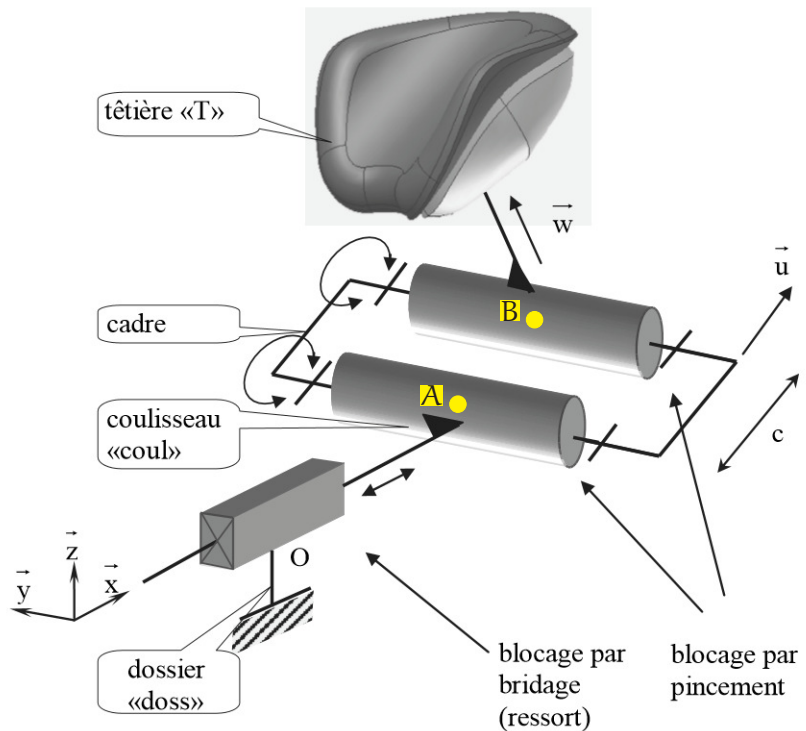


FIGURE 0.1 – Modélisation cinématique

Le paramétrage partiel est donné sur la figure 0.1.

**Q2.** Lorsque aucun blocage n'est activé, déterminer par le calcul quelle est la liaison équivalente réalisée par les 3 liaisons, entre le dossier 0 et la tête 3? On exprimera le torseur équivalent dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

**C. Liaison Coulisseau / Dossier**

**C.1. Réalisation de la liaison glissière**

Lorsque le coulisseau 1 n'est pas bloqué, il est guidé en translation grâce aux 4 pièces cylindriques (appelées « plots »)  $P_a$ ,  $P_b$ ,  $P_c$  et  $P_k$  qui sont en liaison encastrement avec le dossier (figure 0.2).

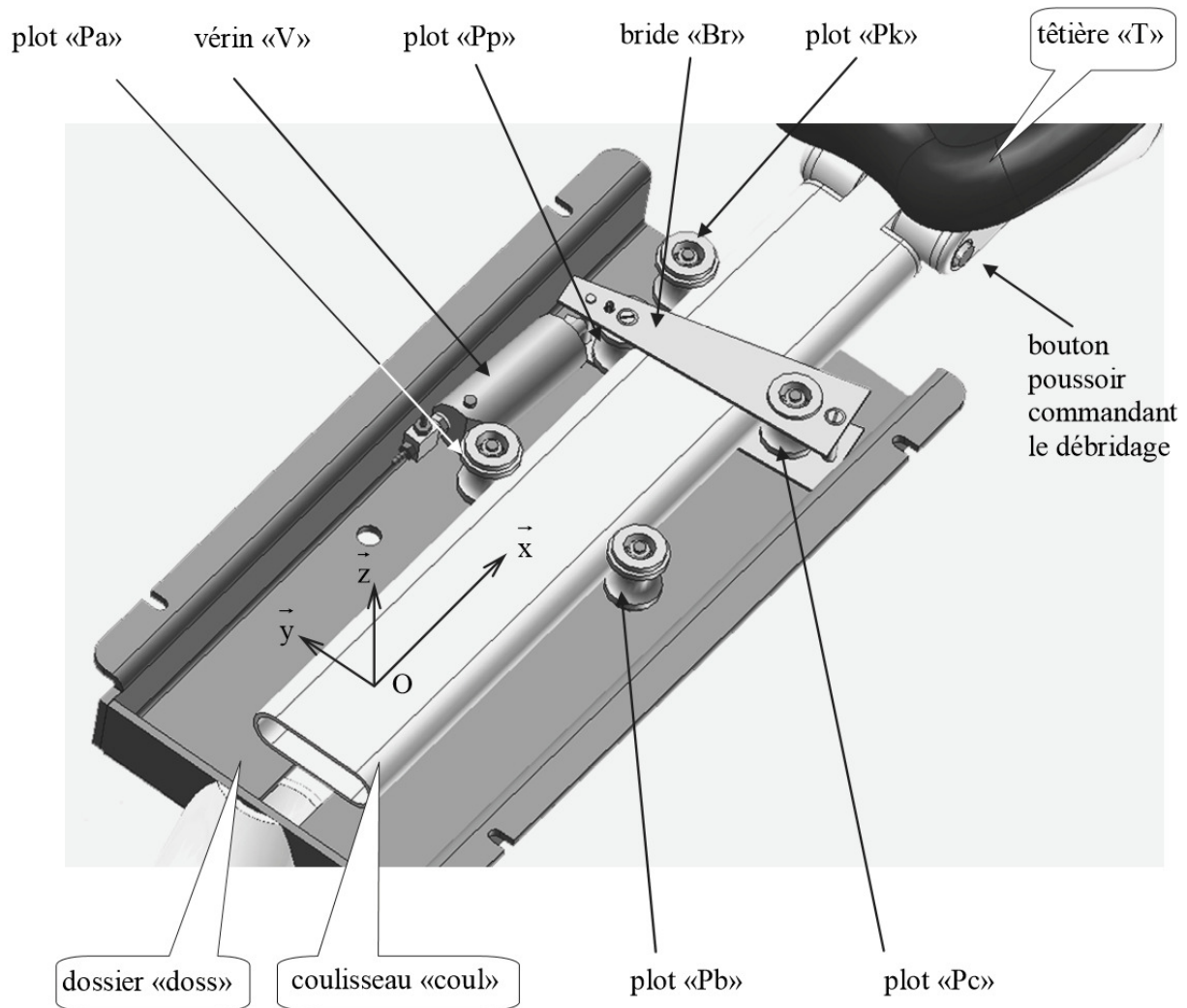


FIGURE 0.2 – Liaison glissière

Chaque liaison entre le dossier et le coulisseau via un des plots peut être modélisé par une liaison sphère-cylindre d'axe  $(P_i, \vec{x})$  avec  $i \in [a, b, c, k]$ .

On note  $\vec{P}_a \vec{P}_k = l_1 \cdot \vec{x}$ ,  $\vec{P}_b \vec{P}_c = l_2 \cdot \vec{x}$  et  $\vec{P}_a \vec{P}_b = -l_3 \cdot \vec{y}$ .

**Q3.** Tracer le schéma cinématique de la liaison entre le coulisseau et le dossier en prenant en compte les 4 liaisons élémentaires.

On considère dans un premier temps les deux liaisons réalisées par les deux plots  $P_b$  et  $P_c$ .

**Q4.** Déterminer la liaison équivalente entre le coulisseau et le dossier.

**Q5.** Déterminer le degré d'hyperstaticité de la liaison réalisée par les 4 plots entre le coulisseau et le dossier.

### C.2. Blocage de la liaison

Un vérin  $V$  permet le blocage du coulisseau une fois le réglage de la position de la tête effectué l le corps du vérin est lié au dossier, et sa tige est liée au coulisseau.

Lors du blocage, le vérin  $V$  tire sur la bride  $Br$ , qui a un mouvement de rotation autour du plot  $P_c$ . Le plot presseur  $P_p$ , encastré avec la bride  $Br$ , entre alors en contact avec le coulisseau pour le coincer. On considère que dans cette position, seuls les 3 plots  $P_b$ ,  $P_c$  et  $P_p$  sont en contact avec le coulisseau (pas de contact de  $P_a$  ni  $P_k$ ).

Ces contacts sont assimilés à des contacts ponctuels en  $B$ ,  $C$  et  $P$  (voir figure 0.3).

Dans la phase de blocage du coulisseau par la bride, on veut s'assurer que sous l'effet d'un effort

coulisseau : (échelle 1:1)

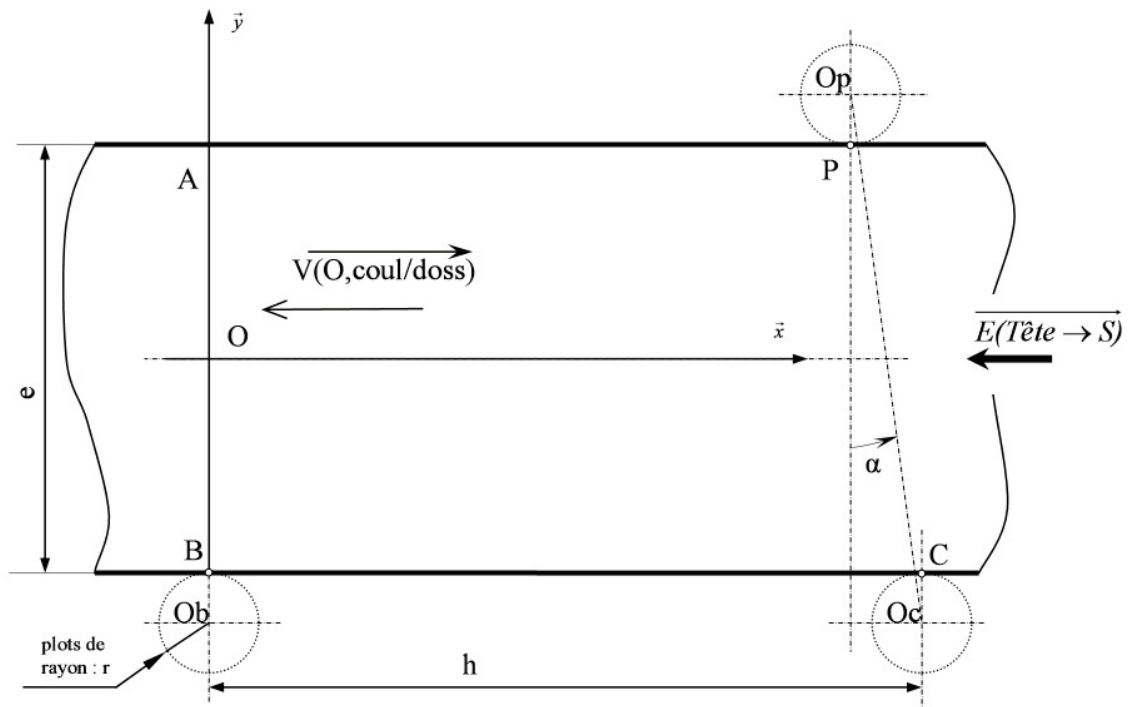


FIGURE 0.3 – Modélisation en phase de blocage

axial extérieur d'intensité  $E$ , l'effort créé par le ressort de rappel du vérin simple effet est suffisant pour maintenir le coulisseau immobile par rapport au dossier.

Hypothèses et données :

— L'étude est ramenée à une étude plane, dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ , plan médian du coulisseau, contenant les centres  $O_a, O_b, O_c, O_p$  et  $O_k$  des plots.

— L'étude statique plane est conduite dans la position considérée de la bride de la figure 0.5, et à la limite de l'adhérence, aux contacts entre les plots  $P_b, P_c, P_p$  et le coulisseau.

— Dans cette étude, seuls les 3 plots  $P_b, P_c$  et  $P_p$  sont en contact avec le coulisseau.

— La bride est en liaison pivot avec le plot  $P_c$  du dossier (voir le graphe des liaisons donné (figure 0.4).

— On note  $f = \tan$ , le facteur d'adhérence et l'angle d'adhérence.

—  $\alpha = (\vec{y}, \vec{u})$  permet de repérer l'orientation de la bride par rapport au coulisseau (pas le même «  $\vec{u}$  » que dans la partie précédente !)

— L'effet de la pesanteur sur les différentes pièces est négligé.

— On appelle  $S$  le sous ensemble, considéré comme rigide (bloqué), tel que  $S = \{\text{coulisseau 1, cadre 2, tête 3}\}$

— On modélise les actions mécaniques de la manière suivante :

— actions mécaniques exercées par la tête sur  $S$  :  $\{\mathcal{T}_{tete \rightarrow S}\} = \left\{ \begin{matrix} -E \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O$  avec  $E > 0$ .

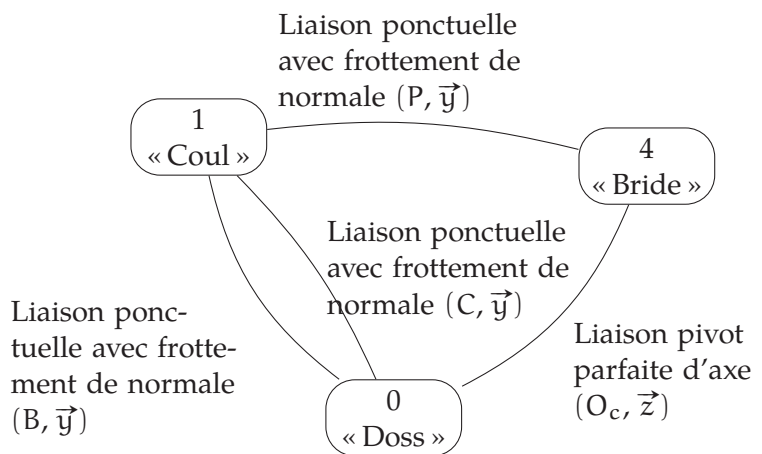


FIGURE 0.4 – Modélisation des liaisons dans la phase de blocage

- actions mécaniques exercées par le vérin sur la bride :  $\{\mathcal{T}_{\text{verin} \rightarrow \text{bride}}\} = \left\{ \begin{matrix} J \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_J$  avec  $J > 0$
- actions mécaniques exercées par un plot  $P_i$  sur le coulisseau :  $\left\{ \mathcal{T}_{\text{plot}_i \rightarrow S} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_i = X_i \cdot \vec{x} + Y_i \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_i$  avec  $i \in [B, C, P]$  et avec  $X_i$  et  $Y_i$  les composantes cartésiennes du vecteur  $\vec{R}_i$ .

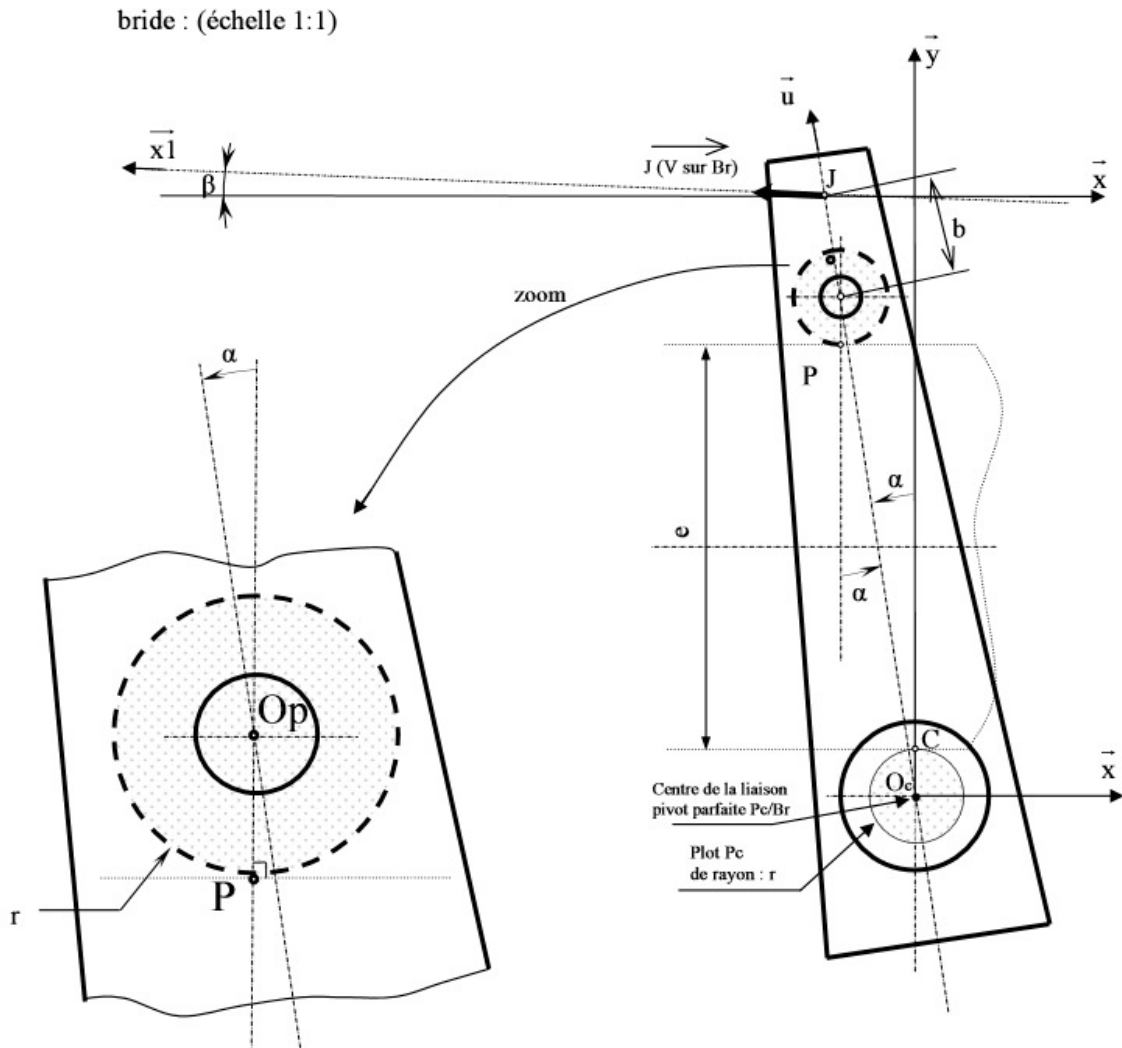


FIGURE 0.5 – Bride en position blocage

**Q6.** En tenant compte du phénomène de frottement, reproduire sur votre feuille la figure 0.3 et représenter par leurs projections normales  $N_i$  et tangentielles  $T_i$  ( $N_i$  et  $T_i$  sont ici des normes), orientées correctement, les actions mécaniques s'exerçant sur le coulisseau en P, C et B.

**Q7.** En se plaçant à la limite du glissement en chaque point, donner une relation entre les composantes normale  $Y_i$  et tangentielle  $X_i$  en chaque point B, C et P.

**Q8.** Effectuer un bilan des actions mécaniques extérieures au coulisseau (modéliser les actions par des torseurs).

**Q9.** A partir de l'étude de l'équilibre du coulisseau, déterminer analytiquement les actions en B, P et C (on donnera des expressions littérales).

(Indication : pour la résolution, on cherchera à exprimer d'abord  $Y_P$  (noté aussi  $Y_{P,Br \rightarrow coul}$  en fonction de E et f à partir des 2 équations du théorème de la résultante statique).

Quels que soient les résultats précédents, on admettra que  $Y_P, Y_{P,Br \rightarrow coul} = -500\text{N}$  et on prendra  $f = \tan = 0,1$ .

On se propose maintenant de déterminer l'action du vérin. La figure 0.5 présente la bride Br en position de blocage.

A partir d'une résolution analytique, on a obtenu l'expression littérale de cet effort sous la forme suivante :

$$J = \frac{E \cdot [(2 \cdot r + e) \cdot \tan \alpha - f \cdot (r + e)]}{2 \cdot f \cdot (e + 2 \cdot r + b \cdot \cos \alpha) \cdot (\cos \beta - \tan \alpha \cdot \sin \beta)} = \frac{E \cdot [r \cdot (2 \cdot \tan \alpha - \tan \phi) + e \cdot (\tan \alpha - \tan \phi)]}{2 \cdot f \cdot (e + 2 \cdot r + b \cdot \cos \alpha) \cdot (\cos \beta - \tan \alpha \cdot \sin \beta)}$$

**Q10.** Décrire la démarche suivie (système isolé, principes utilisés...) pour obtenir cette expression. Ne pas poser les équations.

**Q11.** Donner l'expression littérale de l'angle  $\alpha$  limite permettant le bridage du coulisseau (on considère que  $\beta$  est faible).

**Q12.** En prenant  $\alpha = 8^\circ$ , calculer approximativement J avec les données numériques disponibles :  $E = 100N$ ,  $\tan \phi = 0,1$ ,  $\beta = 2^\circ$ ,  $b = 16mm$ ,  $e = 60mm$ ,  $h = 100mm$ ,  $r = 7mm$

**Considérer que les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont petits, et faire de grosses approximations**

#### D. Étude de la chaîne de transmission de puissance permettant le mouvement de montée ou de descente de l'assise

On s'intéresse dorénavant aux mouvements du siège de dentiste, encastré à l'assise  $S_2$ .

La figure 0.6 représente une vue plane du mécanisme de guidage de l'assise  $S_2$  et montre l'installation du vérin électromécanique actionnant la rotation du bras supérieur  $S_1$ .

Paramétrage :

—  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  repère de la position angulaire de  $S_1$  par rapport à  $S_0$ .

—  $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$  repère de la position angulaire de  $S_3$  par rapport à  $S_0$ .

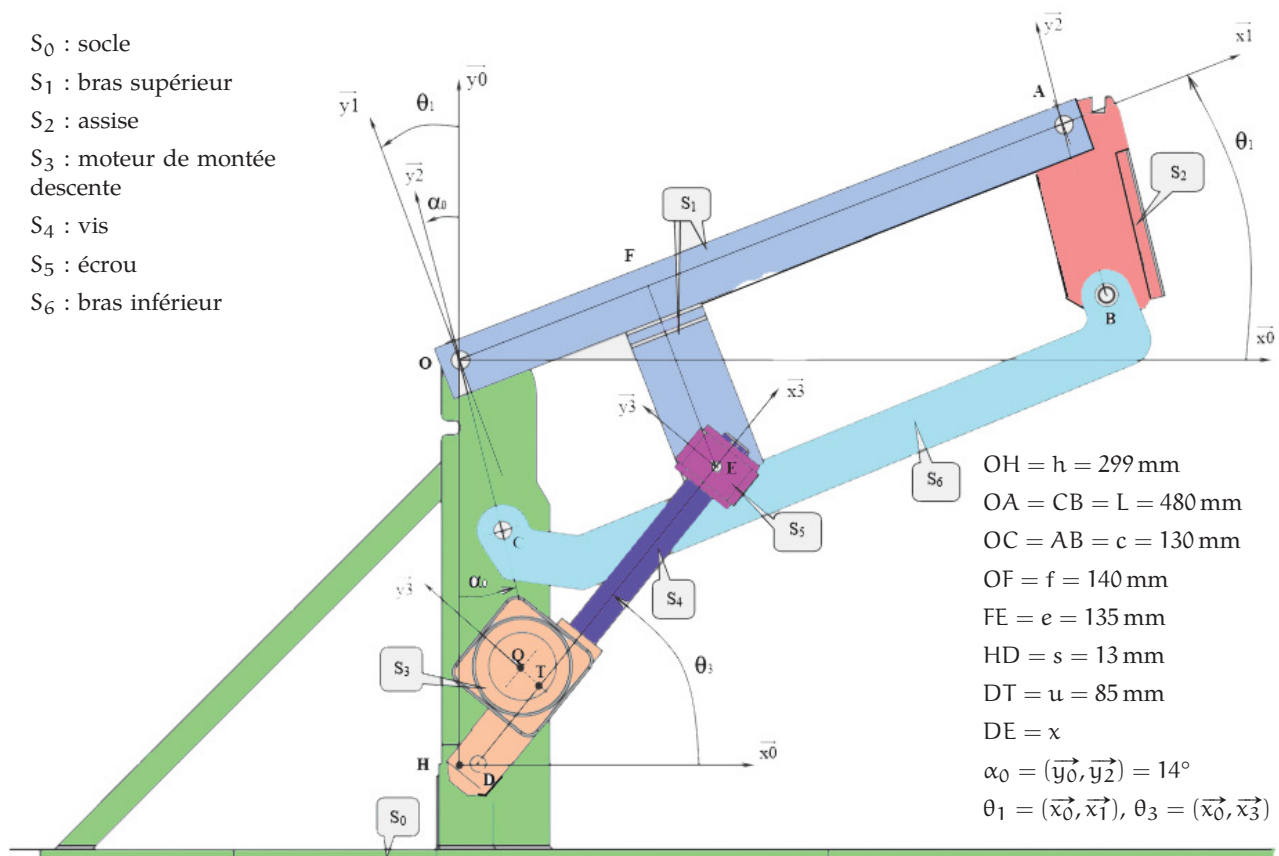


FIGURE 0.6 – Mécanisme de guidage de l'assise

On s'intéresse dans cette partie qu'à la boucle du mécanisme qui impose le mouvement de l'ensemble (figures 0.7 et 0.8).

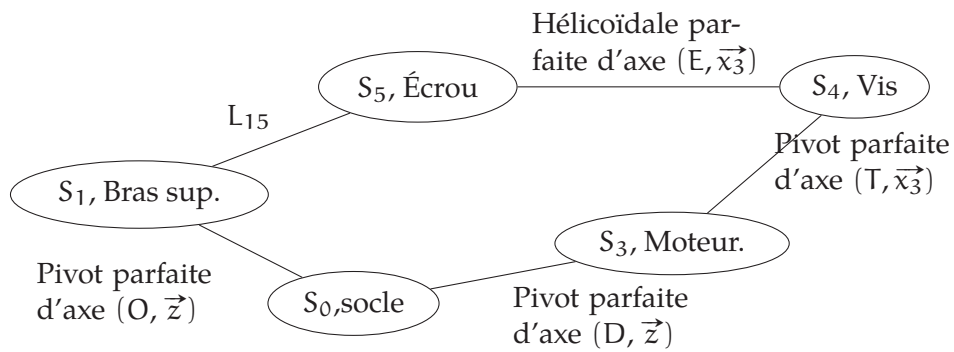


FIGURE 0.7 – Graphe des liaisons de la boucle motrice

Le mouvement de rotation de la vis  $S_4$ , entraînée par le motoréducteur, provoque le mouvement de rotation du bras supérieur  $S_1$  par rapport au socle  $S_0$  par l'intermédiaire d'un système vis-écrou et de la liaison  $L_{15}$ , volontairement non définie.

**Q13.** Déterminer la liaison équivalente entre la vis  $S_4$  et le socle  $S_0$ .

**Q14.** En supposant dans un premier temps que la liaison entre  $S_1$  et  $S_5$  est modélisée par une liaison pivot d'axe  $(E, \vec{z})$ , calculer en justifiant le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme, et sans écrire de fermeture de chaîne cinématique.

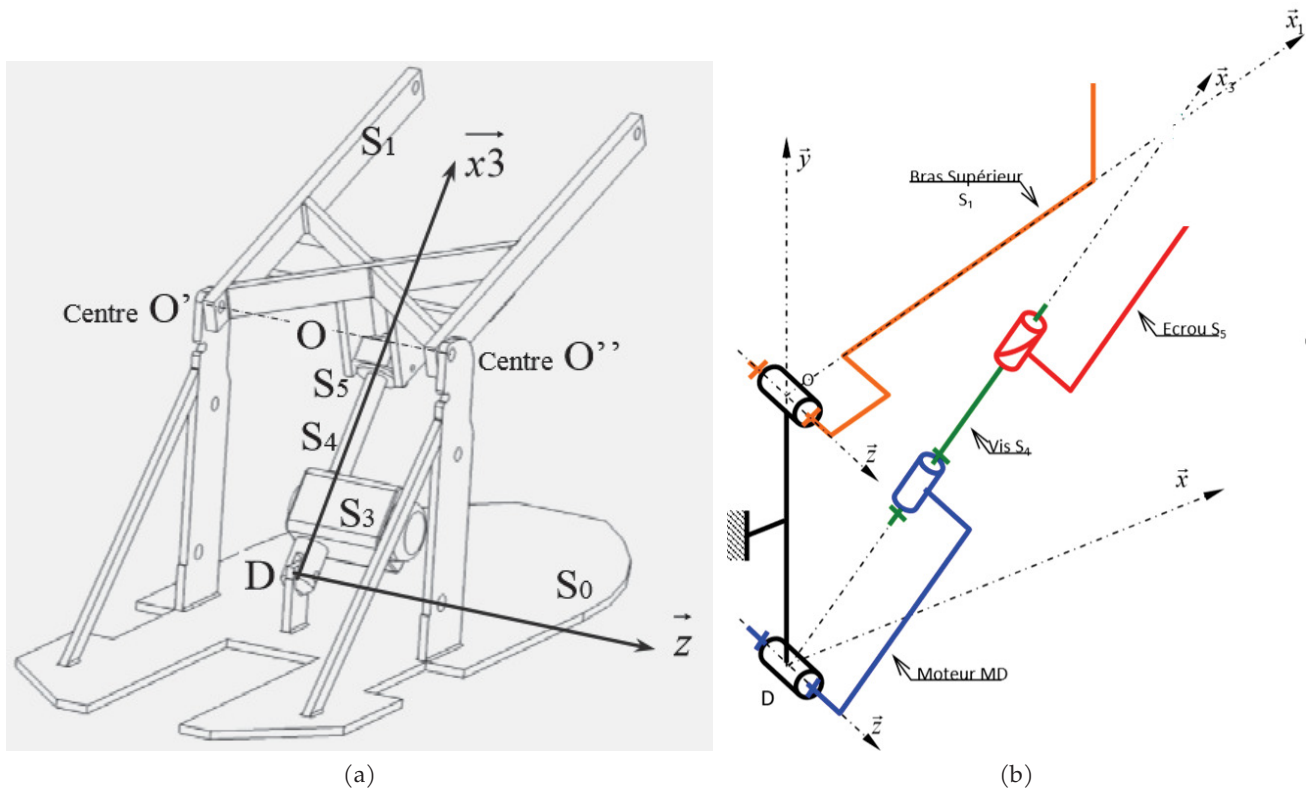


FIGURE 0.8 – Mécanisme moteur

**Q15.** La solution retenue est précisée sur le schéma cinématique de la figure 0.9. Tracer le graphe de structure modifié (on note  $S_6$  le nouveau solide). Vérifier (sans fermeture de chaîne cinématique) que le mécanisme est isostatique.

**Q16.** Déterminer le torseur cinématique équivalent entre le bras supérieur et l'écrou. Proposer, si elle existe, une liaison équivalente si non, un nom pour cette liaison.

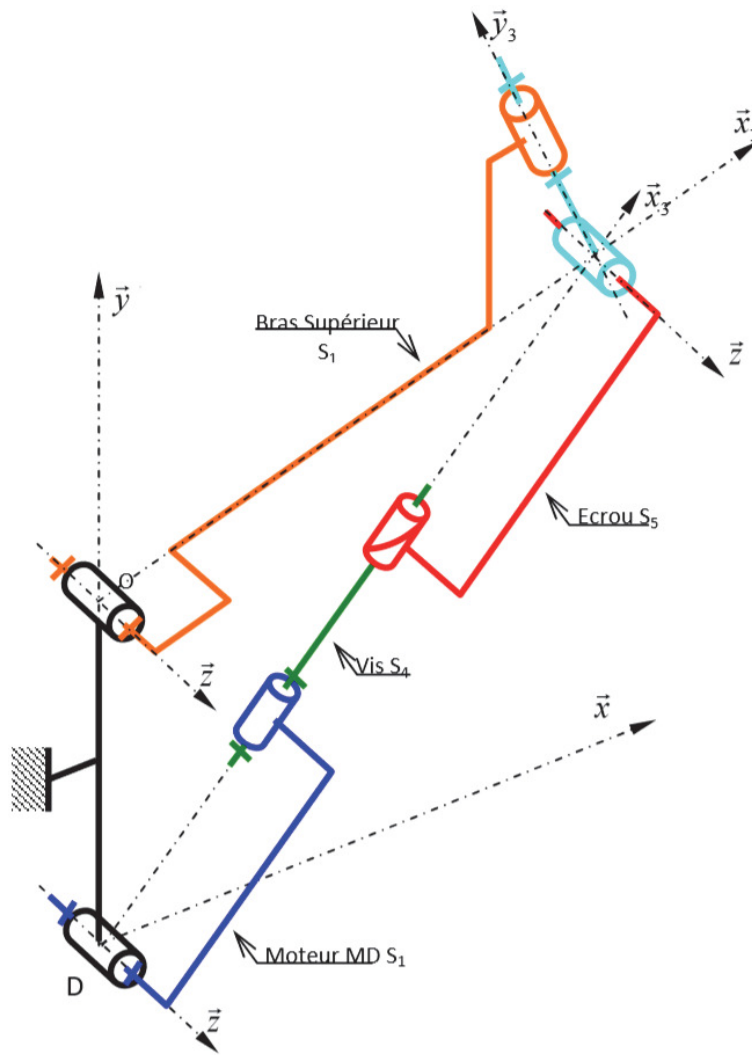


FIGURE 0.9

### E. Étude du mécanisme guidant l'assise

On s'intéresse dorénavant qu'à la boucle du mécanisme qui guide le mouvement de l'ensemble. La montée et descente de l'assise  $S_2$  est guidé par l'association en parallélogramme du bras supérieur  $S_1$ , et du bras inférieur arrière  $S_6$ .

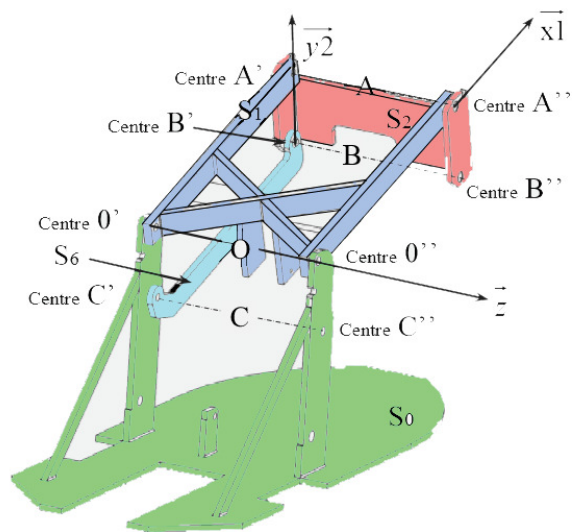
Par une étude de fermeture de chaîne cinématique, on va caractériser le mouvement de l'assise et analyser l'hyperstatisme de la structure à parallélogramme :  $(AB) // (OC)$  et  $(OA) // (CB)$ .

La base  $B_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$  est associée au solide  $S_2$ , et la base  $B_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  est associées aux solides  $S_1$  et  $S_6$ .

**Q17.** Écrire les 6 équations scalaires de la fermeture cinématique de la boucle  $\{S_0 - S_1 - S_2 - S_6, \}$  au point O et dans la base 1 (les liaisons 6-2 et 0-6 seront directement définies en B et C).

**Q18.** Déterminer le rang cinématique et en déduire la mobilité, ainsi que le degré d'hyperstatisme.

**Q19.** Déterminer le torseur cinématique caractérisant le mouvement de l'assise par rapport au socle



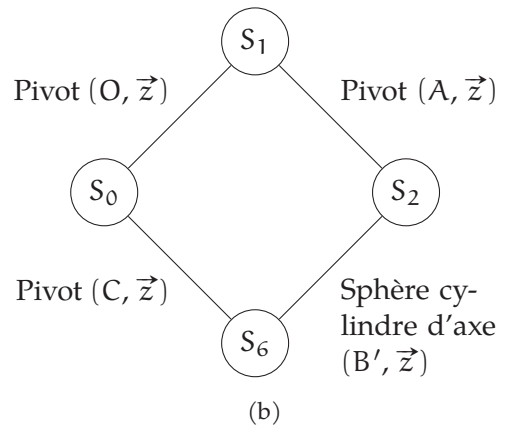
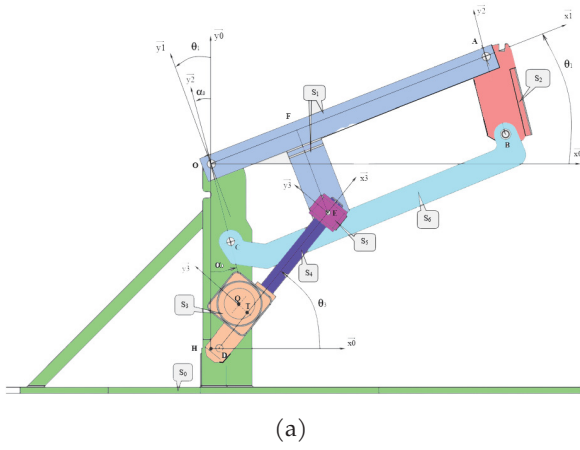


FIGURE 0.10 – Mécanisme de guidage

$S_0$  au point O.

**Q20.** Préciser quelle est la nature du mouvement de l'assise  $S_2$  par rapport au socle  $S_0$  ?