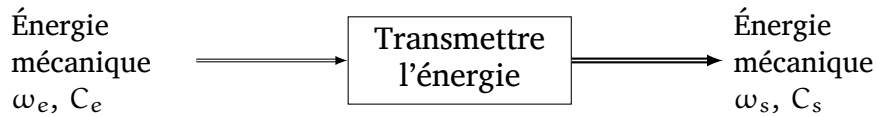


9 Transmission de puissance

Nous allons étudier dans ce chapitre quelques solutions technologiques permettant de transmettre de la puissance.



Il est souvent nécessaire de modifier les caractéristiques de l'énergie fournie par un actionneur (moteur/vérin) pour l'adapter aux besoins du mécanisme. Les problématiques principales sont :

- Réduire/augmenter la vitesse de rotation.
- Transformer un mouvement de rotation en mouvement de translation.
- Moduler la vitesse de sortie pour une vitesse d'entrée constante.

9.1 Réduire/augmenter la vitesse de rotation

Les réducteurs à engrenages, les mécanismes de transmission par chaîne ou courroies, sont parmi les principales technologies utilisées.


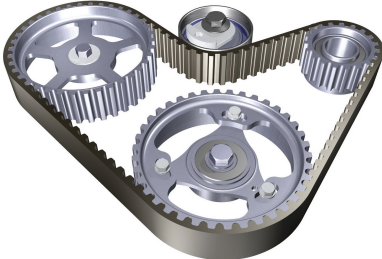

réducteurs à engrenages	réducteurs poulie courroie	réducteurs pignon - chaîne
		

TABLEAU 9.1 – Réduire ou augmenter la vitesse

Les actionneurs principaux que nous utilisons sont les moteurs, qu'ils soient électriques, ou thermiques, ils développent une énergie mécanique transmise par un mouvement de rotation (par abus de langage on nomme souvent cette énergie : énergie mécanique de rotation). La puissance fournie (motrice) est alors de la forme :

$$P_m = C_m \cdot \omega_m$$

avec : ω_m la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du moteur et C_m le couple moteur.

Le fonctionnement optimal du moteur n'est en général obtenu que pour un couple de valeur (ω_m, C_m) . Ainsi on voit sur la courbe des caractéristiques du moteur CC (figure 9.1) que le rendement du système est maximal ($\eta \approx 0,7$) pour un couple moteur (Torque en anglais) de $C_m = 100 \text{ mN}\cdot\text{m}$ et une vitesse de rotation de 4 800 tr/min.

On comprend bien en voyant cette courbe que même si la vitesse de rotation de ce moteur peut varier de 0 à $\approx 6\,200 \text{ tr/min}$ qu'il serait ridicule de l'utiliser sur toute cette gamme, le rendement serait alors médiocre.

Adapter la vitesse avec un réducteur montre ici tout son intérêt, on fait fonctionner le moteur le plus proche possible de son rendement optimal, et on réduit la vitesse mécaniquement pour obtenir la vitesse désirée au niveau de l'effecteur.

Plusieurs solutions sont envisageables pour modifier la vitesse de rotation.

a) Réducteurs à engrenages

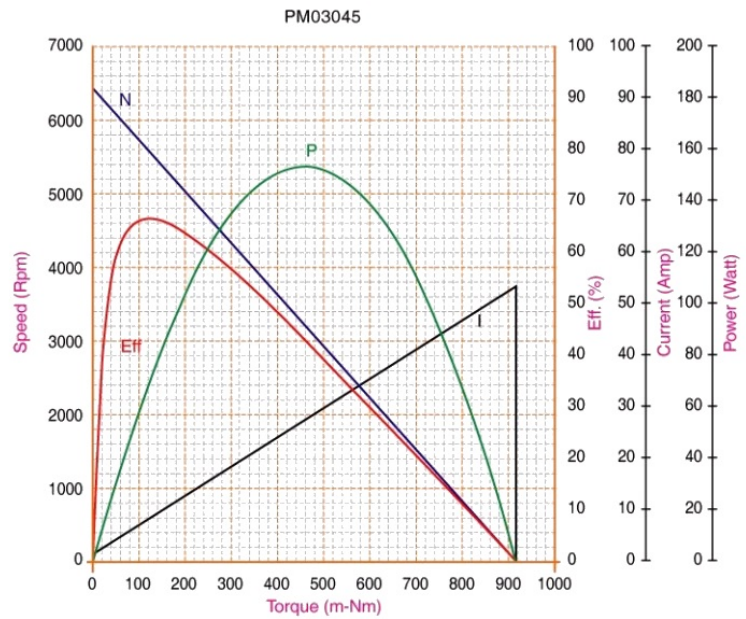


FIGURE 9.1 – Caractéristiques d'un moteur type moteur de tondeuse

a) Réducteurs à engrenages



(a) Engrenages parallèles à denture droite



(b) Engrenages parallèles à denture hélicoïdale



(c) Engrenages coniques à denture droite



(d) Engrenages coniques à denture spirale



(e) Engrenages parallèles (pignon et couronne)



(f) Engrenages à roue et vis sans fin

FIGURE 9.2 – Engrenages

On appelle engrenage un ensemble de deux solides (S1) et (S2) en mouvement par rapport à un

9.1 Réduire/augmenter la vitesse de rotation

référentiel (0), tel que la rotation de l'un, autour d'un axe fixe ou mobile, entraîne la rotation de l'autre avec un rapport des fréquences angulaires constant (homocinétique) :

$$r = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$$

Les engrenages sont une transmission de mouvement par obstacle (dents).

On trouve des engrenages parallèles, concourants (ou coniques) et quelconques. Les dents peuvent être droites, hélicoïdales ou spiroïdales (figure 9.2).

Caractéristiques des roues dentées : L'engrènement entre les deux roues dentées nécessite que les profils des dents soient conjugués, c'est-à-dire des profils capables de rouler l'un sur l'autre, dans le mouvement de (S2) par rapport à (S1) (figure 9.3). Les profils conjugués les plus utilisés en mécanique, sont des développantes de cercle.

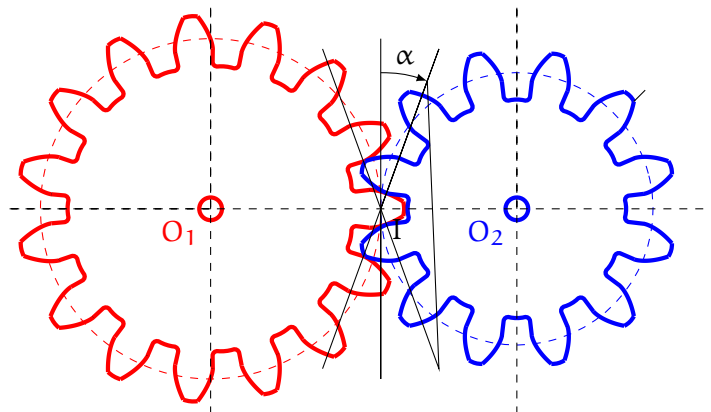
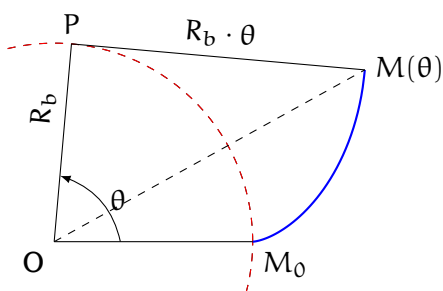


FIGURE 9.3 – Engrenage à denture droite

La terminologie et les définitions sont définies à partir des engrenages à denture droite en développante de cercle (les dents sont parallèles à l'axe de rotation).



Le point $M(\theta)$ de la développante de cercle est défini par :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PM(\theta)} &= 0 \\ \|\overrightarrow{PM(\theta)}\| &= R_b \cdot \theta \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{OM(\theta)} = \begin{pmatrix} x_M = R_b (\cos \theta + \theta \cdot \sin \theta) \\ y_M = R_b (\sin \theta - \theta \cdot \cos \theta) \end{pmatrix}$$

avec R_b le rayon du cercle de base.

FIGURE 9.4 – Développante de cercle

Profil de la denture : Le profil d'une dent est une développante de cercle. Ce type de profil est le plus utilisé, il permet d'avoir un angle de pression constant pendant tout l'engrènement (valeur usuelle $\alpha = 20^\circ$). Les profils en développante de cercle sont des profils conjugués.

Le roulement des deux développantes l'une sur l'autre est homocinétique, c'est-à-dire que $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \text{cte}$ est constant pendant tout le mouvement.

La développante est construite en faisant rouler une droite sur le cercle de base (figure 9.4).

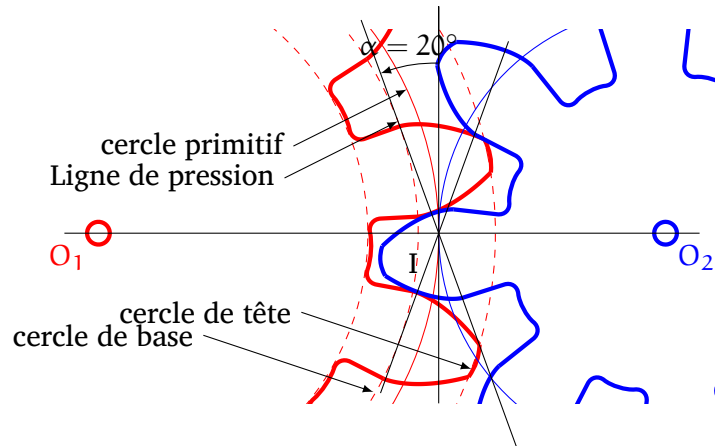


FIGURE 9.5 – Terminologie des roues dentées

Cercle de base : Le rayon du cercle de base R_b (D_b le diamètre) permet de tracer la développante de cercle (figure 9.4).

Diamètre primitif – Cercle primitif : Le diamètre primitif est défini à partir du diamètre de base et l'angle de pression désiré. Le diamètre du cercle primitif est noté D_p .

$$D_d = \cos \alpha \cdot D_p$$

On appelle circonférence primitive la circonférence du cercle théorique de contact.

Pour un engrenage (à angle de pression donné), les cercles de base et primitifs sont uniques, ils définissent le rapport de la transmission :

$$r = \left| \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} \right| = \frac{R_{p1}}{R_{p2}} = \frac{R_{b1} \cdot \cos \alpha}{R_{b2} \cdot \cos \alpha} = \frac{R_{b1}}{R_{b2}}$$

Les deux cercles primitifs sont tangents, on note I le point de tangence, en ce point, on peut écrire que la roue dentée (S2) roule sans glisser sur la roue dentée (S1). On a alors :

$$\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \vec{0}$$

Pas primitif : Le nombre de dents Z sur la circonférence primitive est obligatoirement entier. On appelle pas primitif la quantité :

$$p_p = \frac{\pi \cdot D_p}{Z}$$

Module : Le module est une grandeur caractéristique de l'épaisseur de la dent :

$$m = \frac{D_p}{Z}$$

Cette grandeur, comme le pas primitif caractérise l'épaisseur de la denture. Deux roues dentées ne peuvent engrener que si elles ont le même module.





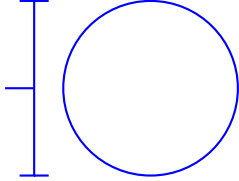
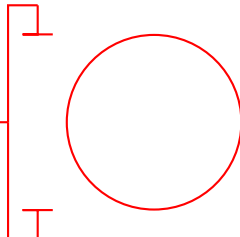
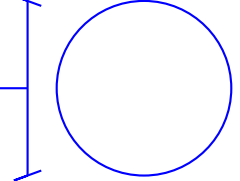
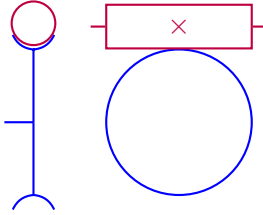
Les modules sont normalisés. Le choix d'un module pour un engrenage dépend principalement de l'effort sur les dentures.

Ligne de pression, angle de pression : C'est la ligne tangente aux deux cercles de base, elle porte en permanence l'effort de contact s'exerçant sur les roues.

Le point M de contact est toujours sur la ligne de pression. La tangente en M aux deux profils est toujours perpendiculaire à la ligne de pression. L'angle de pression est constant pendant tout l'engrènement.

9.1 Réduire/augmenter la vitesse de rotation

Symbolisation

Pignon	Couronne	Pignon conique	Roue et vis sans fin
			
			

Étude cinématique

Train simple à axes parallèles : Un train simple, est un train d'engrenage dans lequel tous les roues dentées sont en pivot par rapport à un même référentiel et parallèles.

Soit le train simple représenté sur la figure 9.6 :

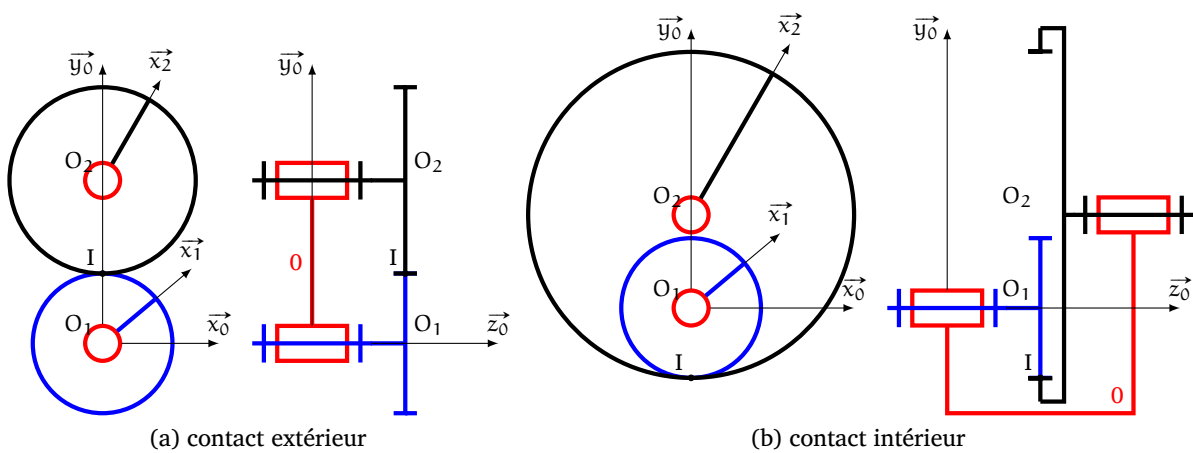


FIGURE 9.6 – Train simple

- Le pignon (1) de rayon primitif R_1 comporte Z_1 .
- Le pignon (2) de rayon primitif R_2 comporte Z_2 dents.

On pose aussi :

$$\begin{aligned}
 (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \alpha &\Rightarrow \overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 = \omega_{10} \cdot \vec{z}_0 \\
 (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = \beta &\Rightarrow \overrightarrow{\Omega}_{2/0} = \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 = \omega_{20} \cdot \vec{z}_0
 \end{aligned}$$

soit les torseurs cinématiques :

$$\left\{ \mathcal{V}_{1/0} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \omega_{10} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{V}_{O_1 \in 1/0} = \vec{0} \end{array} \right\}_{O_1} \quad \text{et} \quad \left\{ \mathcal{V}_{2/0} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{2/0} = \omega_{20} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{V}_{O_2 \in 2/0} = \vec{0} \end{array} \right\}_{O_2}$$

Les deux pignons roulent l'un sur l'autre sans glisser en I.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} &= \vec{0} = \overrightarrow{V_{I \in 2/0}} - \overrightarrow{V_{I \in 1/0}} \\ \vec{0} &= \overrightarrow{V_{I \in 2/0}} - \overrightarrow{V_{I \in 1/0}} \\ \vec{0} &= \overrightarrow{V_{O_2 \in 2/0}} + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \overrightarrow{O_2 I} - \overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}} - \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{O_1 I} \\ \vec{0} &= \vec{0} + \omega_{20} \cdot \vec{z}_0 \wedge (-R_2 \cdot \vec{y}_0) - \vec{0} - \omega_{10} \cdot \vec{z}_0 \wedge (R_1 \cdot \vec{y}_0) \\ \vec{0} &= +R_2 \cdot \omega_{20} \cdot \vec{x}_0 + R_1 \cdot \omega_{10} \cdot \vec{x}_0\end{aligned}$$

ce qui nous donne le rapport de transmission d'un train d'engrenage simple à contact extérieur à axes parallèles :

$$r = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{R_1}{R_2}$$

qui devient, en fonction du nombre de dents de chaque pignon :

$$r = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

Dans le cas d'un engrenage à contact intérieur (figure 9.6b) la relation s'écrit :

$$r = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \frac{R_1}{R_2}$$

qui devient, en fonction du nombre de dents de chaque pignon :

$$r = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

Si le contact est extérieur, les deux arbres tournent en sens opposés, et dans le même sens si le contact est intérieur. Le rapport de transmission est le rapport inverse du nombre de dents.

Cette relation entre deux arbres est généralisable pour les engrenages coniques, par contre le sens de rotation ne peut pas être facilement précisé (à étudier au cas par cas). Dans le cas des engrenages à roues et vis sans fin on prendra pour la vis le nombre de filets.

Généralisation train simple : Soit le train d'engrenages de la figure 9.7

L'arbre (1) est l'arbre d'entrée, l'arbre (6) et l'arbre (7) sont deux arbres de sortie.

Ce train d'engrenage est un train simple, toutes les roues dentées sont en liaison pivot par rapport au solide (0).

Déterminons dans un premier temps $r_{51} = \frac{\omega_{50}}{\omega_{10}}$.

$$\begin{aligned}r_{51} &= \frac{\omega_{50}}{\omega_{10}} \\ r_{51} &= \frac{\omega_{50}}{\omega_{40}} \cdot \frac{\omega_{40}}{\omega_{30}} \cdot \frac{\omega_{30}}{\omega_{20}} \cdot \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}\end{aligned}$$

avec

$$-\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_1}{Z_{2a}} \text{ (engrenage simple parallèle à contact extérieur, inversion du sens de rotation)}$$

$$-\frac{\omega_{30}}{\omega_{20}} = -\frac{Z_{2b}}{Z_3} \text{ (idem)}$$

$$-\frac{\omega_{40}}{\omega_{30}} = -\frac{Z_3}{Z_{4a}} \text{ (idem)}$$

9.1 Réduire/augmenter la vitesse de rotation

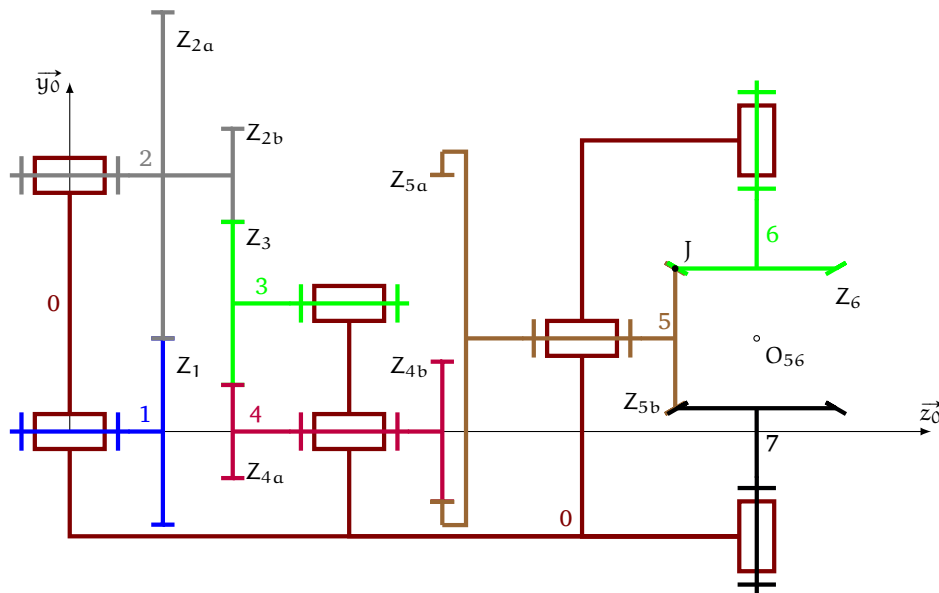


FIGURE 9.7 – Généralisation train simple

$$- \frac{\omega_{50}}{\omega_{40}} = \frac{Z_{4b}}{Z_{5a}} \text{ (engrenage simple parallèle à contact intérieur, même sens)}$$

d'où

$$\begin{aligned} r_{51} &= \frac{\omega_{50}}{\omega_{10}} \\ r_{51} &= (-1)^3 \cdot \frac{Z_1}{Z_{2a}} \cdot \frac{Z_{2b}}{Z_3} \cdot \frac{Z_3}{Z_{4a}} \cdot \frac{Z_{4b}}{Z_{5a}} \\ r_{51} &= (-1)^3 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_{2b} \cdot Z_{4b}}{Z_{2a} \cdot Z_{4a} \cdot Z_{5a}} \end{aligned}$$

On reconnaît au numérateur les roues dentées entraînant et au dénominateur les roues dentées entraînées. Le signe est défini par le nombre de contact extérieur du train d'engrenage.

La roue (3) qui est à la fois entraînée (par (2_b)) et entraînant n'apparaît pas.

Cette formule peut être mémorisée sous la forme :

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = (-1)^n \cdot \frac{\prod \text{roues entraînant}}{\prod \text{roues entraînées}}$$

avec n le nombre de contacts extérieurs.

Déterminons maintenant : $\frac{\omega_{60}}{\omega_{50}}$ et $\frac{\omega_{60}}{\omega_{50}}$

Nous avons vu que

$$|r_{65}| = \left| \frac{\omega_{60}}{\omega_{50}} \right| = \frac{Z_{5b}}{Z_6}$$

Pour déterminer le signe, il faut faire une étude en tenant compte de l'orientation des repères.

Soit O₅₆ le point d'intersection des deux pivots entre (5) et (0) et entre (6) et (0).

On note J le point de roulement sans glissement entre les deux roues dentées (5) et (6) avec $\vec{O_{56}J} = R_5 \cdot \vec{y}_0 - R_6 \cdot \vec{z}_0$

On pose $\vec{\Omega}_{5/0} = \omega_{50} \cdot \vec{z}_0$ et $\vec{\Omega}_{60} = \omega_{60} \cdot \vec{y}_0$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_{J \in 5/6}} &= \vec{0} = \overrightarrow{V_{J \in 5/0}} - \overrightarrow{V_{J \in 6/0}} \\ \overrightarrow{V_{J \in 5/6}} &= \overrightarrow{\Omega_{5/0}} \wedge \overrightarrow{O_{56}J} - \overrightarrow{\Omega_{6/0}} \wedge \overrightarrow{O_{56}J} \\ \overrightarrow{V_{J \in 5/6}} &= \omega_{50} \cdot \vec{z}_0 \wedge (R_5 \cdot \vec{y}_0 - R_6 \cdot \vec{z}_0) - \omega_{60} \cdot \vec{y}_0 \wedge (R_5 \cdot \vec{y}_0 - R_6 \cdot \vec{z}_0) \\ \overrightarrow{V_{J \in 5/6}} &= -\omega_{50} \cdot R_5 \cdot \vec{x}_0 - R_6 \cdot \omega_{60} \cdot \vec{x}_0 \end{aligned}$$

finalement

$$r_{65} = \frac{\omega_{60}}{\omega_{50}} = -\frac{R_5}{R_6} = -\frac{Z_5}{Z_{6b}}$$

Par contre pour $r_{75} = \frac{\omega_{70}}{\omega_{50}}$ nous avons :

$$r_{75} = \frac{\omega_{70}}{\omega_{50}} = \frac{R_5}{R_6} = \frac{Z_5}{Z_{6b}}$$

Les deux arbres (6) et (7) tournent en sens inverse l'un de l'autre.

Train épicycloïdal : On appelle train épicycloïdal, un train d'engrenage dans lequel tous les axes ne sont pas fixes dans le référentiel lié au carter.

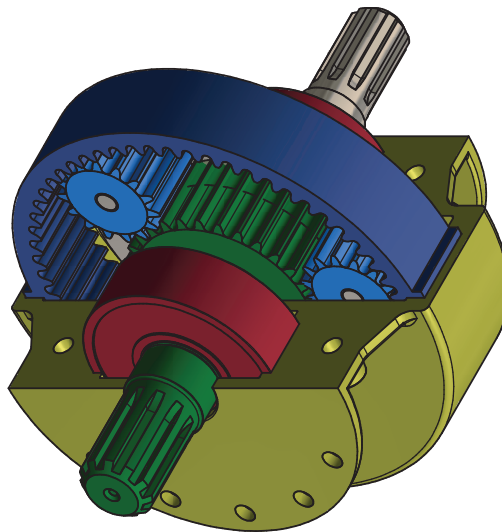


FIGURE 9.8 – Train épicycloïdal

Une animation d'un réducteur à train épicycloïdal est disponible sur le site <http://sciences-indus-cpge.papanicola.info/Train-epicycloidal-295>.

On adopte pour décrire les trains épicycloïdaux, une désignation spécifique des différentes roues dentées :

- Planétaire : les roues dentées qui tournent autour d'un axe fixe par rapport au bâti. Il y a en général 2 planétaires (pignon et/ou couronne). Sur le schéma de la figure 9.10, le pignon P_1 et la couronne P_2 sont des planétaires.

9.1 Réduire/augmenter la vitesse de rotation

- Satellite : le pignon tournant autour d'un axe du porte-satellite. Il engrène sur les deux planétaires. Les satellites ont une trajectoire épicycloïdale. le train épicycloïdal peut comporter 1, 2, 3 ou 4 satellites sur la périphérie en fonction de la puissance à transmettre. Sur le schéma, le pignon S est un satellite.
- Porte-satellite : le porte-satellite ne comporte pas de dents, il supporte les satellites. Il tourne autour du même axe que les deux planétaires.

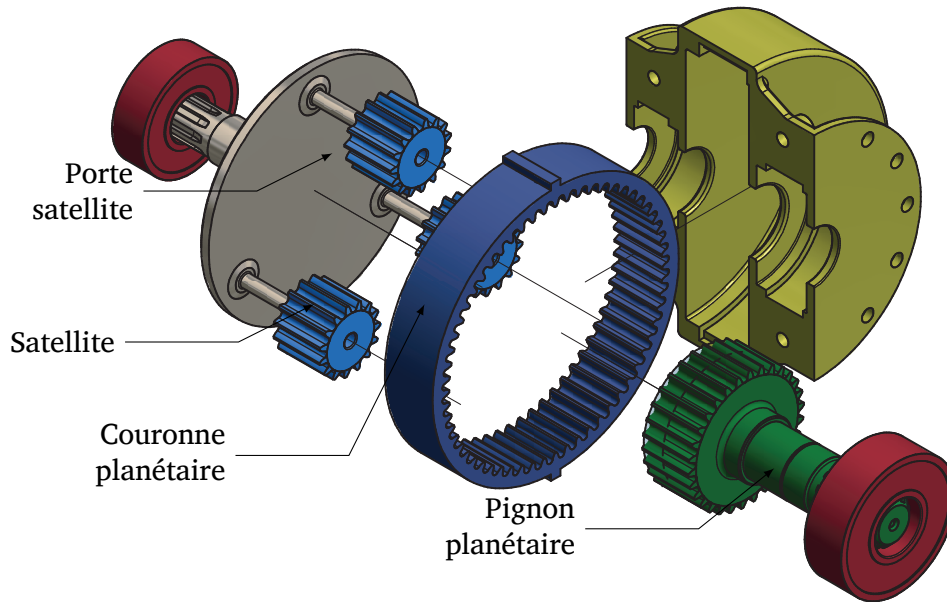


FIGURE 9.9 – Réducteur épicycloïdal simple éclaté

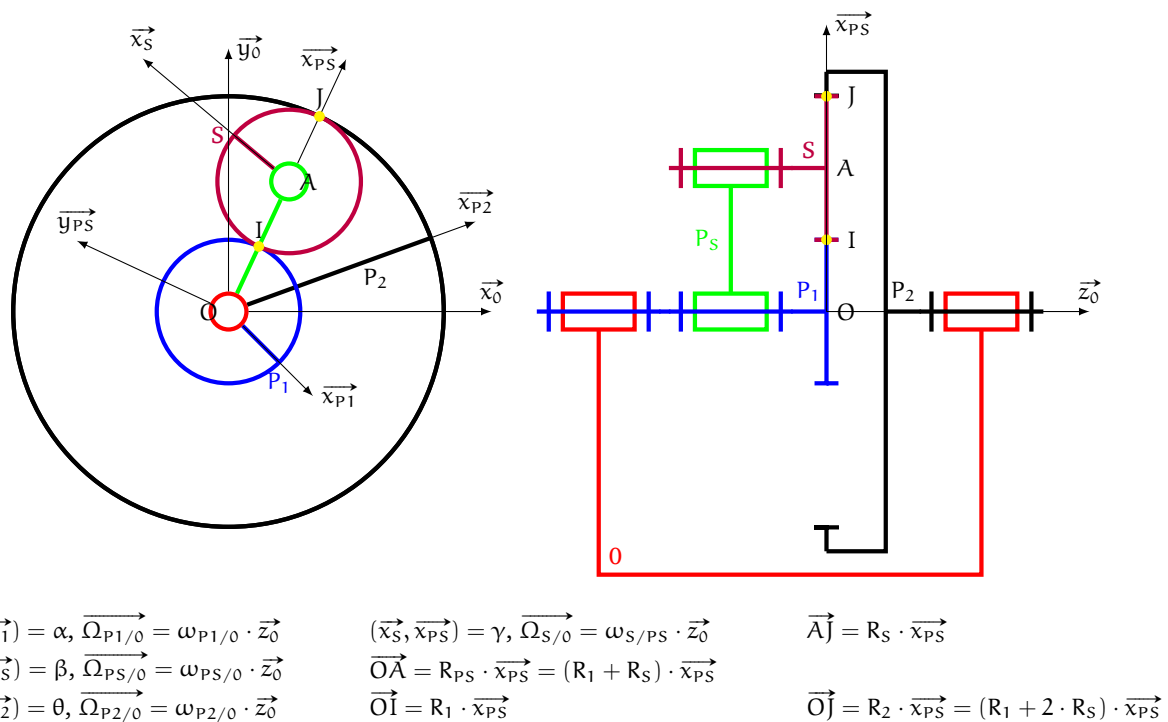


FIGURE 9.10 – Schéma cinématique d'un train épicycloïdal

Sur un train épicycloïdal, chacun des planétaires ou le porte-satellite peut être l'arbre d'entrée ou de sortie.

On se propose de déterminer la relation entre $\omega_{PS/0}$, $\omega_{P1/0}$ et $\omega_{P2/0}$ pour le réducteur de la figure 9.10.

On sait que le satellite (S) roule sans glisser en I par rapport au pignon planétaire (P1) et en J par rapport à la couronne planétaire (P2) : $\vec{V}_{I \in S/P1} = \vec{0}$ et $\vec{V}_{I \in S/P2} = \vec{0}$.

Pour le point I, on décompose $\vec{V}_{I \in S/P1}$ sur les trois solides (S), (PS) et (P1) :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{I \in S/P1} = \vec{0} &= \vec{V}_{I \in S/PS} + \vec{V}_{I \in PS/0} - \vec{V}_{I \in P1/0} \\ \vec{V}_{I \in S/P1} = \vec{0} &= \vec{V}_{A \in S/PS} + \vec{\Omega}_{S/PS} \wedge \vec{AI} + \vec{V}_{O \in PS/0} + \vec{\Omega}_{PS/0} \wedge \vec{OI} - \vec{V}_{O \in P1/0} - \vec{\Omega}_{P1/0} \wedge \vec{OI} \\ \vec{0} &= \omega_{S/PS} \cdot \vec{z}_0 \wedge (-R_S \cdot \vec{x}_{PS}) + \omega_{PS/0} \cdot \vec{z}_0 \wedge R_1 \cdot \vec{x}_{PS} - \omega_{P1/0} \cdot \vec{z}_0 \wedge R_1 \cdot \vec{x}_{PS} \\ \vec{0} &= -R_S \cdot \omega_{S/PS} \cdot \vec{y}_{PS} + R_1 \cdot \omega_{PS/0} \cdot \vec{y}_{PS} - R_1 \cdot \omega_{P1/0} \cdot \vec{y}_{PS} \end{aligned}$$

d'où une première relation :

$$-R_S \cdot \omega_{S/PS} + R_1 \cdot \omega_{PS/0} - R_1 \cdot \omega_{P1/0} = 0$$

Pour le point J, on décompose de même sur les solides (S), (PS) et (P2) :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{J \in S/P2} = \vec{0} &= \vec{V}_{J \in S/PS} + \vec{V}_{J \in PS/0} - \vec{V}_{J \in P2/0} \\ \vec{V}_{J \in S/P2} = \vec{0} &= \vec{V}_{A \in S/PS} + \vec{\Omega}_{S/PS} \wedge \vec{AJ} + \vec{V}_{O \in PS/0} + \vec{\Omega}_{PS/0} \wedge \vec{OJ} - \vec{V}_{O \in P2/0} - \vec{\Omega}_{P2/0} \wedge \vec{OJ} \\ \vec{0} &= \omega_{S/PS} \cdot \vec{z}_0 \wedge (R_S \cdot \vec{x}_{PS}) + \omega_{PS/0} \cdot \vec{z}_0 \wedge R_2 \cdot \vec{x}_{PS} - \omega_{P2/0} \cdot \vec{z}_0 \wedge R_2 \cdot \vec{x}_{PS} \\ \vec{0} &= +R_S \cdot \omega_{S/PS} \cdot \vec{y}_{PS} + R_2 \cdot \omega_{PS/0} \cdot \vec{y}_{PS} - R_2 \cdot \omega_{P2/0} \cdot \vec{y}_{PS} \end{aligned}$$

d'où la seconde relation :

$$+R_S \cdot \omega_{S/PS} + R_2 \cdot \omega_{PS/0} - R_2 \cdot \omega_{P2/0} = 0$$

Ces deux relations s'écrivent en isolant $\omega_{S/PS}$:

$$\begin{aligned} R_1 \cdot \omega_{PS/0} - R_1 \cdot \omega_{P1/0} &= R_S \cdot \omega_{S/PS} \\ R_2 \cdot \omega_{PS/0} - R_2 \cdot \omega_{P2/0} &= -R_S \cdot \omega_{S/PS} \end{aligned}$$

on en déduit une relation entre les trois vitesses de rotation $\omega_{PS/0}$, $\omega_{P1/0}$ et $\omega_{P2/0}$ cette relation peut s'écrire soit :

Relation de Willis : on fait le rapport

$$\frac{\omega_{P2/PS}}{\omega_{P1/PS}} = \frac{\omega_{P2/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{P1/0} - \omega_{PS/0}} = -\frac{R_1}{R_2} = -\frac{Z_1}{Z_2} = \lambda$$

On nomme λ la raison basique du train épicycloïdal entre (P1) et (P2).

Relation de Ravignaux : on somme les deux relations :

$$(R_1 + R_2) \cdot \omega_{PS/0} - R_1 \cdot \omega_{P1/0} - R_2 \cdot \omega_{P2/0} = 0$$

Remarque importante : on peut retrouver rapidement la relation de Willis en ne considérant plus le référentiel (0) comme référentiel d'étude mais en choisissant plutôt le référentiel associé au porte-satellite (PS). Dans ce référentiel tous les axes du train d'engrenage sont fixes. On peut donc considérer que le train d'engrenage dans ce référentiel est un train simple dans lequel on peut appliquer la relation élémentaire donnant le rapport de transmission en choisissant comme entrée le planétaire (P1) et comme sortie l'autre planétaire (P2).

La relation s'écrit alors :

9.2 Transformer un mouvement de rotation en translation

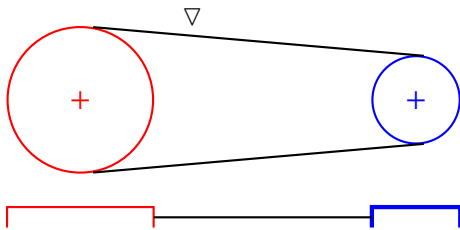
$$\frac{\omega_{P2/PS}}{\omega_{P1/PS}} = (-1)^n \cdot \frac{\prod \text{roues menantes}}{\prod \text{roues menées}} = (-1)^1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_3 \cdot Z_2} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

en décomposant les vitesses en passant par le référentiel (0), on retrouve la relation de Willis :

$$\frac{\omega_{P2/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{P1/0} - \omega_{PS/0}} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

b) Transmission par poulie-courroie et pignon-chaîne

Poulie-courroie



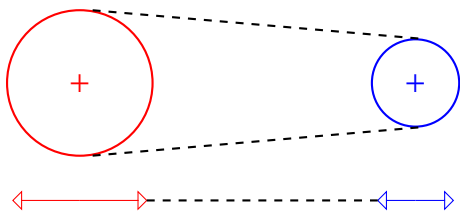
Le symbole (non obligatoire) au-dessus de la courroie précise le type de courroie.

- plate : —
- trapézoïdale : ∇
- ronde : ○
- crantée : ~

Pour le mécanisme poulie-courroie, le rapport de transmission est le rapport inverse des rayons :

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \frac{R_1}{R_2}$$

Pignon-chaîne



Dans le cas de la transmission par pignon et chaîne, on préfère prendre en compte le nombre de dents :

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

9.2 Transformer un mouvement de rotation en translation

Parmi les solutions, on trouve :

a) Mécanisme vis-écrou

Une liaison vis-écrou (figure 9.11a) est modélisée par une liaison hélicoïdale. Nous avons déjà décrit la liaison hélicoïdale :

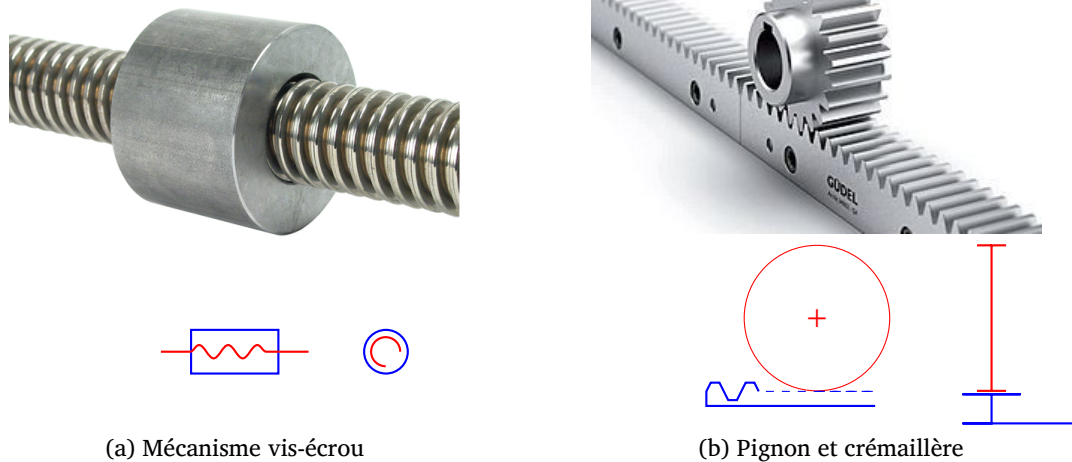
$$v_{21} = \varepsilon \cdot \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \omega_{21}$$

avec p le pas et $\varepsilon = \pm 1$ en fonction de l'orientation de l'hélice (droite ou gauche) de la vis.

Ce mécanisme n'est pas toujours réversible, les frottements empêchent en général le mouvement inverse. Si on souhaite une conversion de la translation vers la rotation, il est nécessaire que le pas de vis soit relativement grand et que le mécanisme soit de grande qualité (on utilisera des vis à billes).

b) Pignon et crémaillère

Le pignon crémaillère est composé d'une roue dentée, normalement à denture droite et un élément rectiligne composé d'une denture adaptée à la roue qui vient engrener (figure 9.11b). Cet élément



(a) Mécanisme vis-écrou

(b) Pignon et crémaillère

FIGURE 9.11

rectiligne du pignon crémaillère est comparable à une courroie crantée dont le rayon tendrait vers l'infini.

Si la roue dentée tourne par rapport à un axe fixe de (0), alors la crémaillère translate par rapport à (0). Si la crémaillère est fixe, la roue avance et tourne.

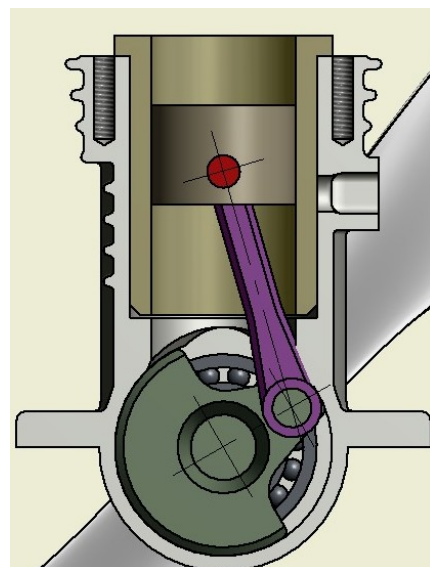
On note ω_{10} la vitesse de rotation du pignon (1) par rapport au bâti (0) avec R_1 son rayon et v la vitesse de translation de la crémaillère (2) par rapport au bâti (0).

$$|v| = |R_1 \cdot \omega_{10}|$$

Le signe est fonction de la position relative de la crémaillère et de la roue.

c) Bielle-manivelle

Le mécanisme bielle-manivelle est utilisé aussi bien dans le sens rotation \rightarrow translation par exemple dans les pompes que dans l'autre sens (moteur). Dans le sens translation \rightarrow rotation, le mécanisme n'est pas complètement réversible. Dans les moteurs, c'est l'inertie du système qui assure le franchissement des points morts (les points extrêmes du mouvement de translation). L'étude du mécanisme est réalisée dans l'exercice de la page ??.



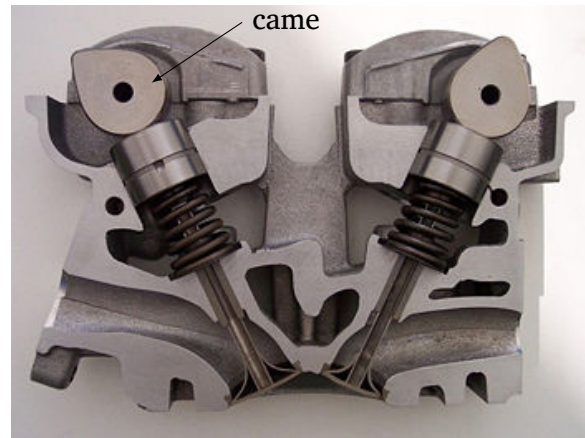
9.3 Moduler la vitesse de sortie pour une vitesse d'entrée constante

d) Mécanismes à cames

Les mécanismes à came permettent d'obtenir une loi de transformation de mouvement de rotation en translation qui peut être complexe. Le poussoir est tenu de suivre le profil usiné sur la came.

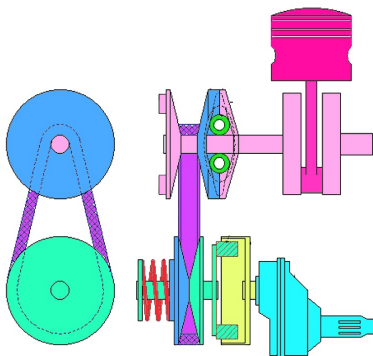
L'arbre à cames qui équipe les moteurs à explosion (figure ci-contre) est une utilisation courante d'un mécanisme à came, le vilebrequin entraîne la rotation de l'arbre à came afin d'autoriser l'ouverture et la fermeture des soupapes permettant l'alimentation de la chambre du piston et l'évacuation des gaz brûlés.

Un mécanisme à cames n'est en général pas réversible.

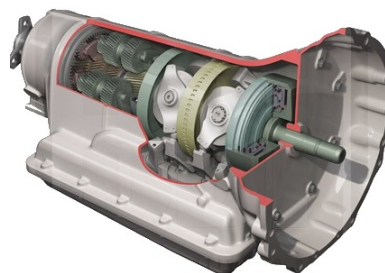


9.3 Moduler la vitesse de sortie pour une vitesse d'entrée constante

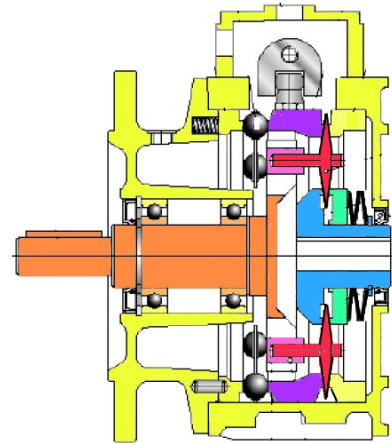
Variateur à courroie



Variateur toroïdal



Variateur à galets coniques



Les variateurs mécaniques étaient fréquemment utilisés dans le passé, ils étaient souvent le seul moyen de faire varier continûment la vitesse de sortie d'un arbre pour une vitesse d'entrée constante. Ces variateurs ne fonctionnant que grâce aux frottements entre les surfaces en contact, ils étaient soumis à une usure rapide et nécessitaient une maintenance fréquente.

Ils ont été abandonnés avec l'évolution de la commande électronique des moteurs.

Ces dernières années, avec l'évolution des technologies et surtout des matériaux ils sont de nouveaux très en vogue. On trouve par exemple des variateurs à courroie dans les scooters récents et le variateur toroïdal développée par Torotrak est utilisé dans les formules 1 (dans le système de récupération de l'énergie cinétique -KERS-).

Je n'irai pas plus loin dans la description des variateurs de vitesse qui peuvent chacun faire l'objet d'un sujet complet.

Je vous invite à lire l'article de Wikipédia sur les variateurs (très bien écrit)

https://fr.wikipedia.org/wiki/Variateur_de_vitesse_mécanique ou la documentation du variateur CVT de Nissan https://www.nissan-global.com/PDF/tcvt_e.pdf

9.4 Feuille de travaux dirigés n°9

Exercice 1 - Roue électrique Airbus

Extrait et adapté de l'agrégation interne SII 2016

Corrigé page ??

A. Présentation

Safran développe en partenariat avec Honeywell l'ElectricGreen Taxiing System (EGTS), présenté pour la première fois au public au salon du Bourget en juin 2013. Grâce à cet actionneur électromécanique, situé au niveau des roues de l'avion et puisant son énergie dans l'APU (Auxiliary Power Unit), les avions seront en mesure de se déplacer au sol sans avoir recours à l'énergie des réacteurs principaux.

Sur l'A320 actuellement utilisé dans le cadre de la conception de l'EGTS, on trouve un seul actionneur électromécanique par train principal, donc 2 actionneurs au total pour l'avion. Un train principal comporte deux roues mais seule la roue extérieure est motorisée.

La chaîne de transmission de puissance de l'EGTS comporte (figure 9.13) :

- Un moteur électrique PMSM (fourni par Honeywell).
- Un premier étage de réduction (appelé Gearbox 12 – GB12) avec

	Étage 1	Étage 2
Pignon	$Z_2 = 20$	$Z_{3-4} = 21$
Roue dentée	$Z_{3-2} = 79$	$Z_{4-3} = 71$

- Un embrayage.
- Une transmission (appelée Gearbox 3 – GB3) en liaison avec la roue de l'avion avec

Pignon	$Z_{4-5} = 32$
Roue dentée liée à la jante	Z_5

- On note respectivement R_{m1} et R_{m2} les roues motorisées du premier et du deuxième train principal (figure 9.14).

Les 4 roues des trains principaux sont modélisées par des solides indéformables dont le rayon est noté $R = 0,55$ m.

L'avion avance sur la piste en translation rectiligne, à l'aide des deux roues motorisées. Les réacteurs ne sont pas allumés. La vitesse de l'avion par rapport à la piste est notée $v(t)$.

Notation : $\vec{\Omega}_{i/j} = \omega_{i/j} \cdot \vec{x}_a$ vecteur instantané de rotation de solide i dans son mouvement par rapport au solide j .

Q1. À partir du modèle cinématique défini sur la figure 9.13, déterminer l'expression de k avec $k = \left| \frac{\omega_{2/1}}{\omega_{5/1}} \right| = \left| \frac{\omega_{mot1}}{\omega_{R_{m1}}} \right|$ en fonction des nombres de dents Z_i des différentes roues i . En déduire le nombre de dents Z_5 sachant que $k = 53$.

On suppose un roulement sans glissement des roues de l'avion par rapport à la piste. L'avion se déplace en ligne droite, sa vitesse par rapport à la piste est notée $V(t)$.

Q2. Déterminer l'expression de la vitesse de rotation des rotors des moteurs M_1 et M_2 par rapport au train principal en fonction de $V(t)$. Ces vitesses seront notées respectivement ω_{mot1} et ω_{mot2} .

Q3. Lors du taxiage, le CdCF donne une vitesse maxi de l'avion par rapport à la piste de $20 \text{ kn} = 20 \text{ nœuds}$ ($1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$), calculer la vitesse de rotation maximale des moteurs en tr/min.

On se place maintenant dans le cas où l'avion effectue un virage (figure 9.14). Le mouvement de l'avion par rapport à la piste est un mouvement plan, on définit le point I (appelé centre instantané de rotation de l'a/0) tel que : $\vec{V}_{I \in a/0} = \vec{0}$.

Notations :



FIGURE 9.12 – EGTS monté sur un train d'atterrissage principal

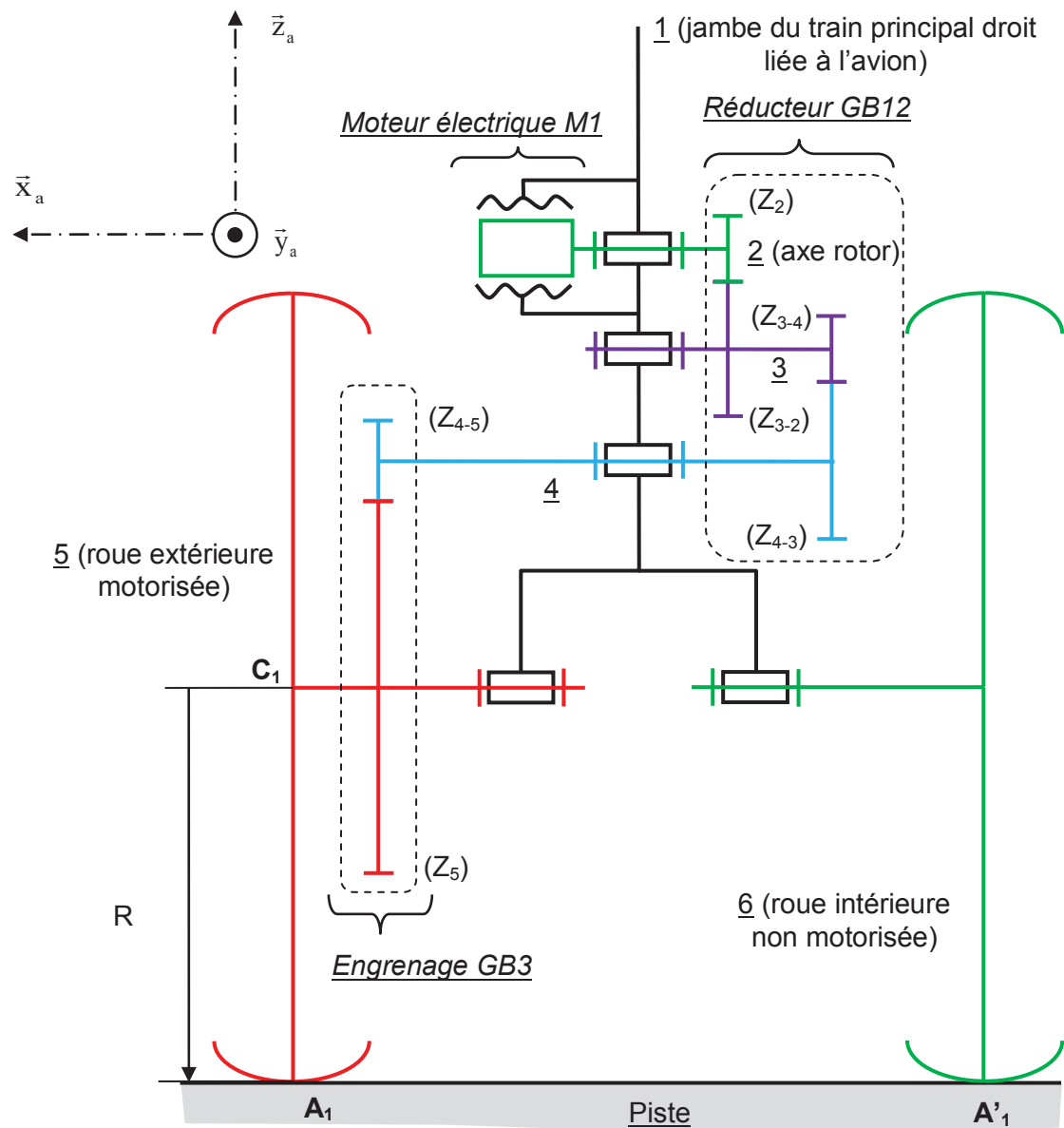


FIGURE 9.13 – Chaîne de transmission de puissance de l'EGTS

- Le repère $\mathcal{R}_0 = (I, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à la piste avec \vec{y}_0 dans l'axe de la piste et \vec{z}_0 normal ascendant à la piste.
- Le repère $\mathcal{R}_a = (E, \vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$ lié à l'avion (fuselage) avec $\vec{z}_a = \vec{z}_0$.
- Le repère $\mathcal{R}_{ta} = (D, \vec{x}_{ta}, \vec{y}_{ta}, \vec{z}_{ta})$ lié au train avant orientable de l'avion avec $\vec{z}_{ta} = \vec{z}_a$.
- Le rayon moyen du virage est noté R_{vm} .
- Soit E le point médian des deux trains principaux, la vitesse du point E appartenant à l'avion dans son mouvement par rapport à la piste : $\vec{V}_{E \in a/0} = V(t) \cdot \vec{y}_a$ et $[IE] = R_{vm}$.

Q4. En supposant qu'il y a roulement sans glissement en A_1 et A_2 entre les roues motorisées et la piste, déterminer l'expression des vitesses de rotation (ω_{mot1} et ω_{mot2}) à imposer aux moteurs M_1 et M_2 en fonction de R , k , $V(t)$, L_2 , L_3 et $\theta(t)$.

Q5. Le CdCF impose $R_{vm} = L_3$ c'est-à-dire que l'avion doit pouvoir tourner autour du point A_1 ou du point A_2 , en déduire les expressions de ω_{mot1} et ω_{mot2} .

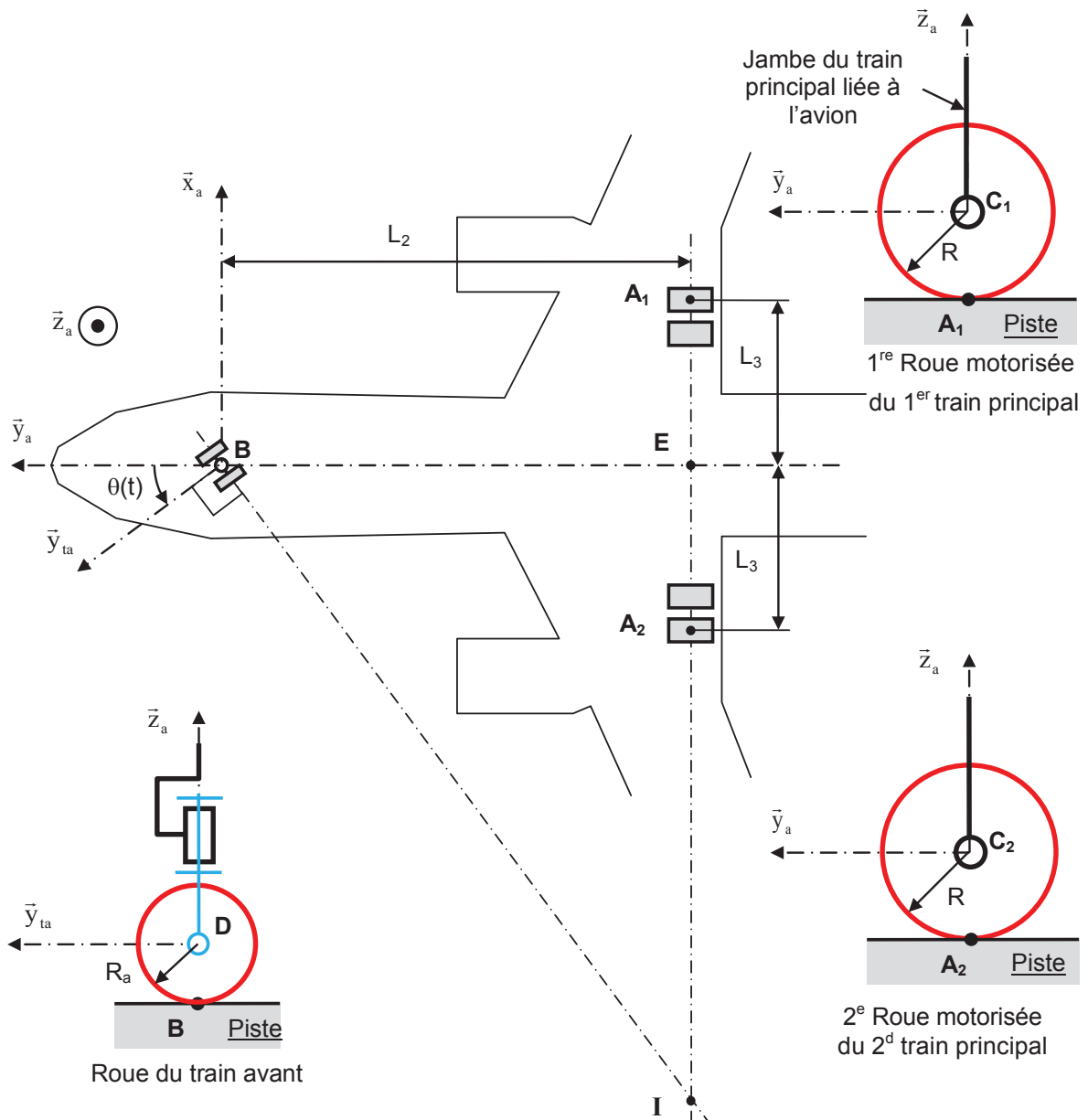


FIGURE 9.14 – Modèle pour un virage à gauche

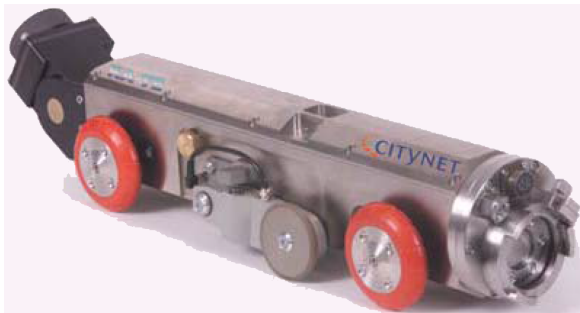
Exercice 2 - Robot poseur de fibres optiques

Adapté de Mines Ponts 2004

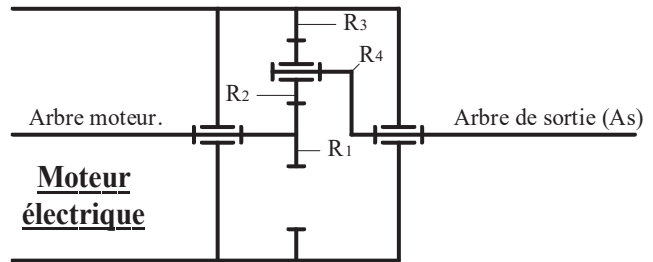
Corrigé page ??

A. Description du robot

Le robot poseur de fibres se déplace dans les tubes en tractant un câble.



(a) Vue générale



(b) Réducteur

FIGURE 9.15 – Robot poseur de fibres optiques

Le schéma cinématique ci-dessous présente l'architecture de la transmission du robot. Le concepteur a fait le choix de deux essieux moteurs entraînés par un seul moteur électrique. Un essieu est constitué d'un axe et de deux roues en liaison encastrement avec l'axe. La vitesse de rotation des roues est définie par ω_{roue} .

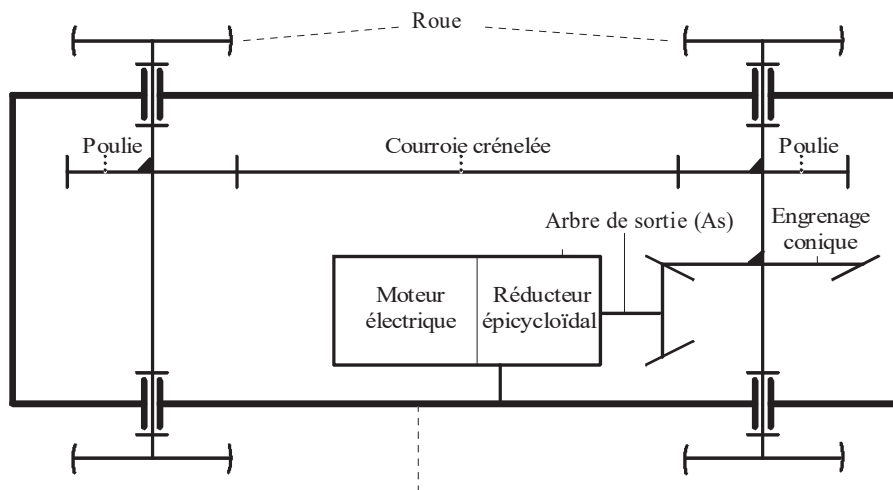


FIGURE 9.16 – Schéma cinématique

La réduction de la vitesse de rotation du moteur électrique (ω_{moteur}) est assurée par un réducteur épicycloïdal et un réducteur à engrenage conique.

A.1. Données

- vitesse de déplacement du chariot : $v = 0,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- diamètre des roues : $d_R = 0,14 \text{ m}$
- rapport de vitesse global : $k = \frac{\omega_{\text{roue}}}{\omega_{\text{moteur}}} = 0,2$

- rapport du réducteur à engrenage conique : $k_c = 0,8$
- nombre de dents du pignon R_1 : $Z_1 = 15$ dents

Q1. Déterminer la vitesse de rotation du moteur ω_{moteur} .

Q2. Déterminer le rapport de réduction du train épicycloïdal en fonction de k et k_c .

Q3. Exprimer le rapport de réduction du train épicycloïdal en fonction de Z_1 , Z_3 . En déduire le nombre de dents de Z_3 .

Q4. Par une étude géométrique en déduire le nombre de dents de Z_2 .

Exercice 3 - Etude d'un différentiel

Corrigé page ??

A. Présentation

Un différentiel est un système mécanique qui a pour fonction de distribuer une vitesse de rotation par répartition de l'effort cinématique, de façon adaptative, immédiate et automatique, aux besoins d'un ensemble mécanique.

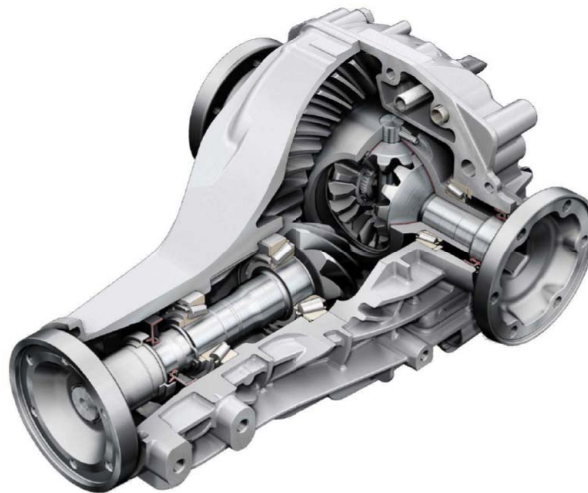


FIGURE 9.17 – Modélisation 3D d'un différentiel

Par exemple, il est très utile sur un véhicule automobile où il permet aux roues motrices de tourner à des vitesses différentes lors du passage d'une courbe (figure 9.18) : les roues situées à l'extérieur du virage tournent plus vite que celles situées à l'intérieur, ce qui évite un glissement indésirable des roues.

On note :

— $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au sol (0);

— O : le centre de la trajectoire circulaire,

— $\mathcal{R}_1 = (H, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère associé au véhicule (1) avec $OH = R$ et H le milieu de O_2O_3 .

— $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta$ et $\omega_{10} = \frac{d\theta}{dt}$

— O_2, O_3, O_4, O_5 , respectivement les centres des roues arrière droite (2), gauche (3), roue avant droite (4) et gauche (5). $O_2O_3 = O_4O_5 = L$ et $O_2O_4 = O_3O_5 = a$

— $\omega_{21}, \omega_{31}, \omega_{41}, \omega_{51}$, les vitesses de rotation des roues par rapport à leur axe de rotation par rapport au véhicule.

— I_2, I_3, I_4, I_5 , le point de contact avec le sol de chaque roue. On suppose que les roues roulent sans glisser en I_i . on pose r le rayon des roues.

B. Étude

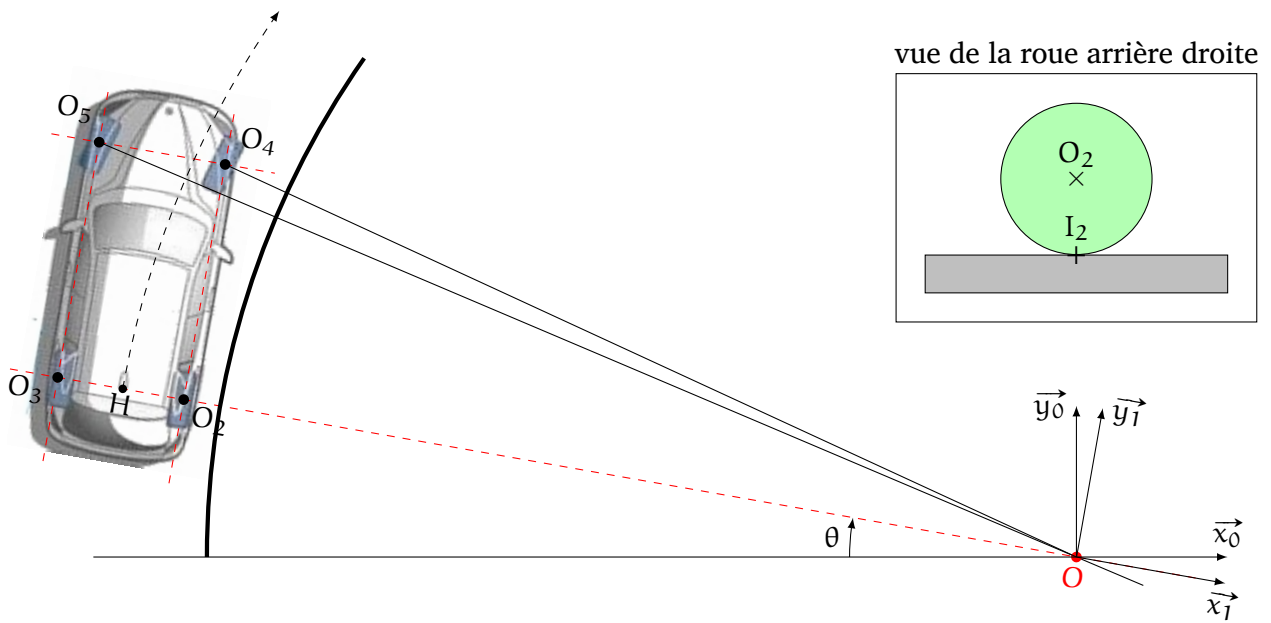


FIGURE 9.18 – Trajectoire circulaire

B.1. Étude cinématique préalable

Q1. Justifier la nécessité d'un différentiel en déterminant :

Q1a. $\vec{V}_{O_2 \in 1/0}$ et $\vec{V}_{O_3 \in 1/0}$

Q1b. Préciser les conditions de non glissement en I_2 et I_3 , en déduire ω_{21} et ω_{31}

Q2. Conclure.

B.2. Étude du différentiel

On considère que le véhicule étudié est un véhicule à propulsion (les roues arrière sont motrices contrairement aux véhicules à traction, où les roues avant sont motrices).

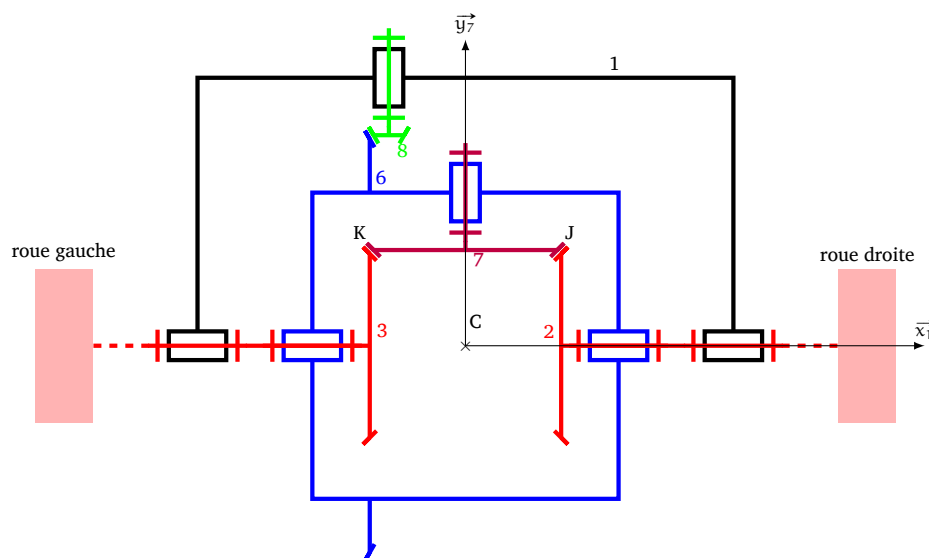


FIGURE 9.19 – Schéma cinématique du différentiel

La figure 9.19 décrit le schéma cinématique d'un différentiel :

- Le carter (1) est solidaire du châssis de la voiture,.
- L'arbre (2) est solidaire de la roue droite en pivot d'axe (C, \vec{x}_1) par rapport au carter (1), on note ω_{21} la vitesse de rotation de la roue droite, R_2 le rayon du pignon conique avec Z_2 dents.

- L'arbre (3) est solidaire de la roue gauche en pivot d'axe (C, \vec{x}_1) par rapport au carter (1), on note ω_{31} la vitesse de rotation de la roue gauche, $R_3 = R_2$ le rayon du pignon conique avec $Z_3 = Z_2$
- la cloche (6) est en pivot d'axe (C, \vec{x}_1) par rapport au carter (1), on note ω_{61} la vitesse de rotation de la cloche par rapport au carter(1).
- Le satellite (7) est en liaison pivot d'axe (C, \vec{y}_7) par rapport à la cloche, on note ω_{76} la vitesse de rotation du satellite par rapport à la cloche, R_7 le rayon conique avec Z_7 dents.
- Le pignon conique (8) (Z_8 dents) est relié à l'arbre moteur, on note ω_{81} la vitesse d'entrée. Le pignon (8) engrène avec la couronne (6) solidaire de la cloche avec Z_6 dents.

Q3. Écrire la condition de non glissement en J, en déduire la relation entre ω_{26} et ω_{76} .

Q4. Écrire la condition de non glissement en K, en déduire la relation entre ω_{36} et ω_{76}

Q5. À partir de ces deux relations, déterminer la relation entre ω_{61} , ω_{21} et ω_{31} .

Q6. Conclure sur le fonctionnement du différentiel.

Exercice 4 - Variateur Graham : étude cinématique

Corrigé page ??

Présentation

La variation de vitesse mécanique a été longtemps la seule solution pour réaliser des mécanismes avec une vitesse de rotation continûment variable avec une vitesse d'entrée constante. Les défauts de ces mécanismes de variations (frottements, usure, ...) ont limité l'utilisation et ces solutions mécaniques ont laissé place à la variation de vitesse électrique. Avec l'évolution technologique (nouveaux matériaux) ces solutions retrouvent une nouvelle jeunesse.

Le variateur Graham est une de ces « vieilles » solutions.

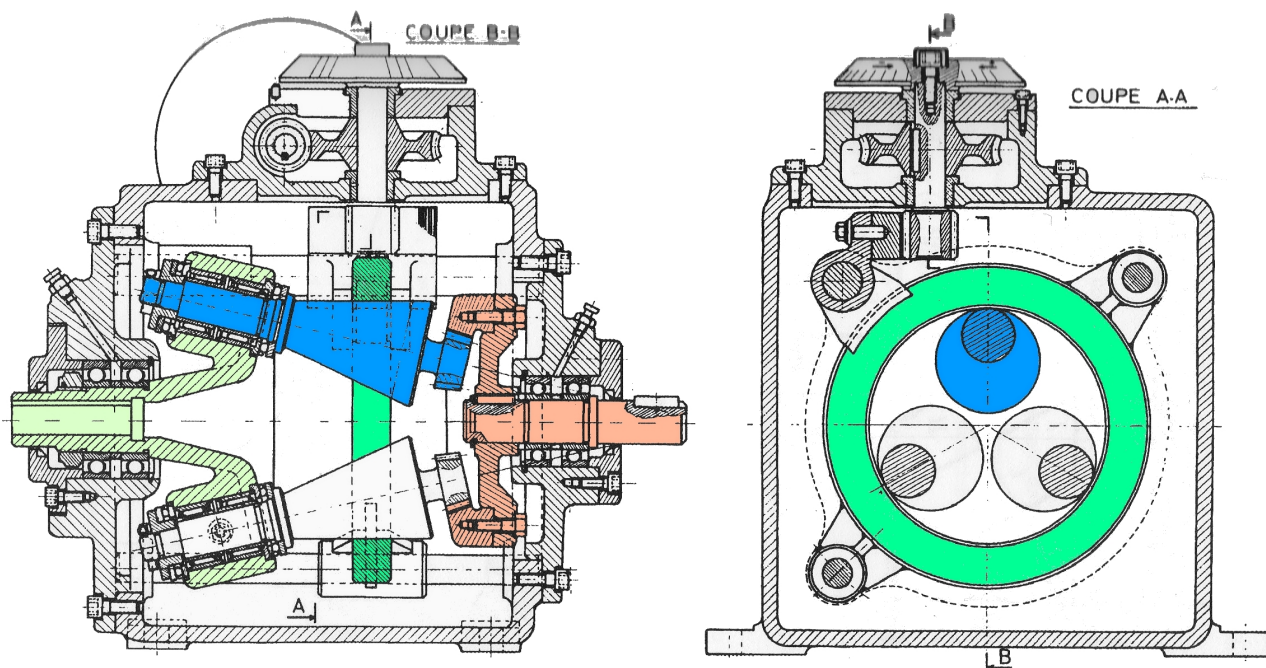


FIGURE 9.20 – Variateur Graham

A. Description

Le variateur est principalement composé de 5 « solides » :

- un bâti S_0 de révolution d'axe (O_1, \vec{z}_0) ,
- un arbre d'entrée S_1 , liée à S_0 et S_3 par des liaisons pivots d'axes concourant en S,

9.4 Feuille de travaux dirigés n°9

- un solide S_3 constitué d'un cône et d'un pignon de révolution, coaxiaux, d'axe (O_3, \vec{x}_3) ,
- un solide S_2 composé d'un plateau comportant une couronne dentée de révolution d'axe (O_2, \vec{z}_2) ($\vec{z}_0 = \vec{z}_2$),
- une couronne de révolution S_{0^*} d'axe (O_1, \vec{z}_0) , réglable par rapport en translation par rapport suivant \vec{z}_0 .

Liaisons entre les différents solides sont les suivantes :

- S_0/S_1 pivot d'axe (O_1, \vec{z}_0) : le paramètre de mouvement est $\psi = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ avec $\vec{O}_1\vec{O}_3 = R \cdot \vec{x}_1$;
- S_0/S_2 pivot d'axe (O_1, \vec{z}_0) : Le paramètre de mouvement de S_2 / S_0 est φ ;
- S_1/S_3 pivot d'axe (O_3, \vec{x}_{1^*}) : le repère intermédiaire \mathcal{R}_1^* est défini par $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_{1^*})$ et $\vec{y}_1 = \vec{y}_{1^*}$, le paramètre de mouvement est θ ;
- S_{0^*}/S_0 glissière de direction \vec{z}_0 , On note λ le paramètre du mouvement avec $\vec{O}_3\vec{I} = \lambda \cdot \vec{z}_0$. en régime permanent, $\lambda = \text{Cte}$.

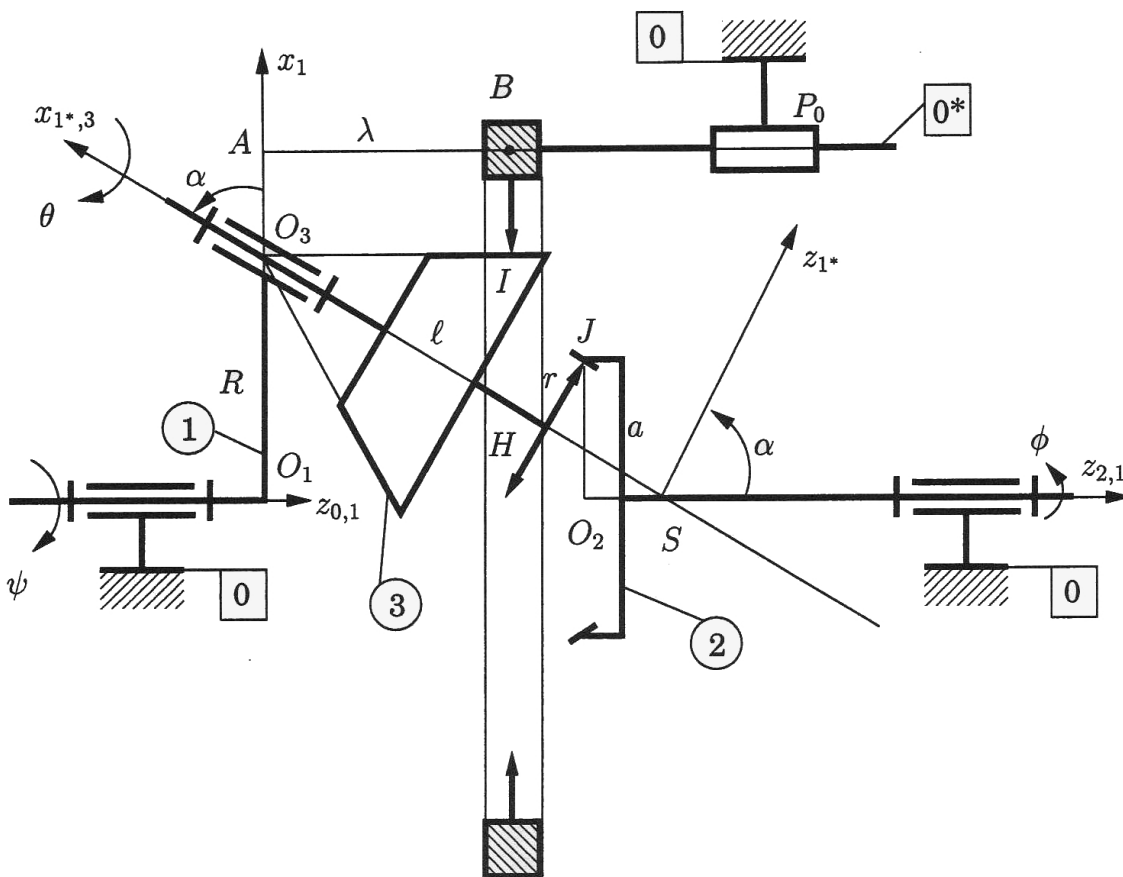


FIGURE 9.21 – Schéma cinématique du variateur Graham

Hypothèses complémentaires :

- La liaison entre la couronne S_{0^*} et S_3 est modélisée dans un premier temps par un contact ponctuel en I (sphère plan de normale (I, \vec{x}_1)).
- La liaison entre S_2 et S_3 est un engrenage conique (couple conique).

Remarque : Les points O_3, I, J sont dans le plan $(O_3, \vec{x}_{1^*}, \vec{z}_{1^*})$ qui est le plan tournant autour de (O, \vec{z}_0) .

$$\begin{aligned} \vec{O}_1\vec{O}_3 &= R \cdot \vec{x}_1, \\ \vec{H}\vec{J} &= r \cdot \vec{z}_{1^*}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{O}_2\vec{J} &= a \cdot \vec{x}_1, \\ \vec{O}_3\vec{H} &= -l \cdot \vec{x}_{1^*}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \text{cte} = \omega, \\ \alpha &= \text{cte}. \end{aligned}$$

Le cône (S_2) est entraîné par le porte satellite autour de l'axe (C, \vec{z}) . L'axe du cône est incliné de telle sorte qu'une génératrice soit parallèle à l'axe de rotation du porte-satellite. Le cône roule sans glisser en A sur la couronne (S_4). La couronne peut coulisser sans tourner le long de la génératrice.

B. Étude

Q1. Tracer les figures de calcul.

Q2. Tracer le graphe de structure.

Q3. Écrire la fermeture géométrique.

On suppose qu'il y a roulement et pivotement sans glissement en I et J.

Q4. Préciser les deux conditions de roulement sans glissement

Q5. En déduire les deux relations entre $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$, λ et α et des paramètres géométriques.

Q6. Déterminer le rapport de transmission $\rho = \frac{\dot{\phi}}{\dot{\psi}}$ du variateur en fonction de λ et des paramètres géométriques.

Q7. En prenant $\alpha = 60^\circ$, $R = 60 \text{ mm}$, $r = 10 \text{ mm}$, $a = 40 \text{ mm}$, tracer l'allure de $\rho = f(\lambda)$ pour $\lambda \in [20, 60]$.