

Étude des mécanismes

8.1 Mécanismes

Un mécanisme est un ensemble de solides reliés entre eux dans le but d'obtenir une loi de mouvement particulière.

8.1.1 Mécanisme en chaîne ouverte

L'éolienne de la figure 8.1 est un mécanisme en chaîne ouverte, il peut être représenté par un graphe qui a l'allure suivante :

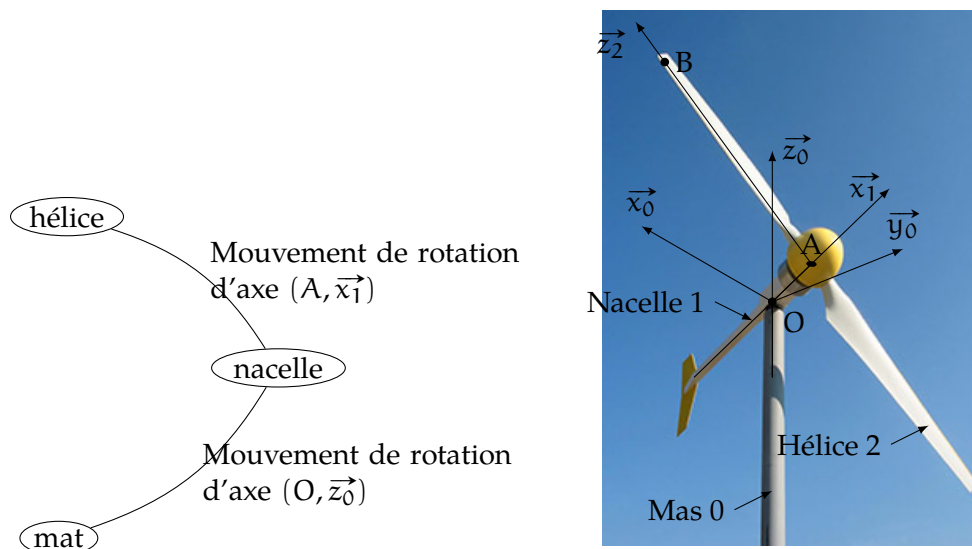


FIGURE 8.1 – Mécanisme en chaîne ouverte

Le graphe de structure du mécanisme est constitué de solides liés en série. Le mouvement du dernier solide par rapport au premier solide est une combinaison des mouvements entre chaque solide. Les robots, les manipulateurs, les grues,..., ont souvent une structure en chaîne ouverte.

8.1.2 Mécanisme en chaîne fermée

Le moteur 2 temps de la figure 8.2 est un mécanisme en chaîne fermée, il peut être représenté par un graphe bouclé. Le graphe de structure du mécanisme est un graphe bouclé, dans lequel la dernière pièce du mécanisme est reliée à la première.

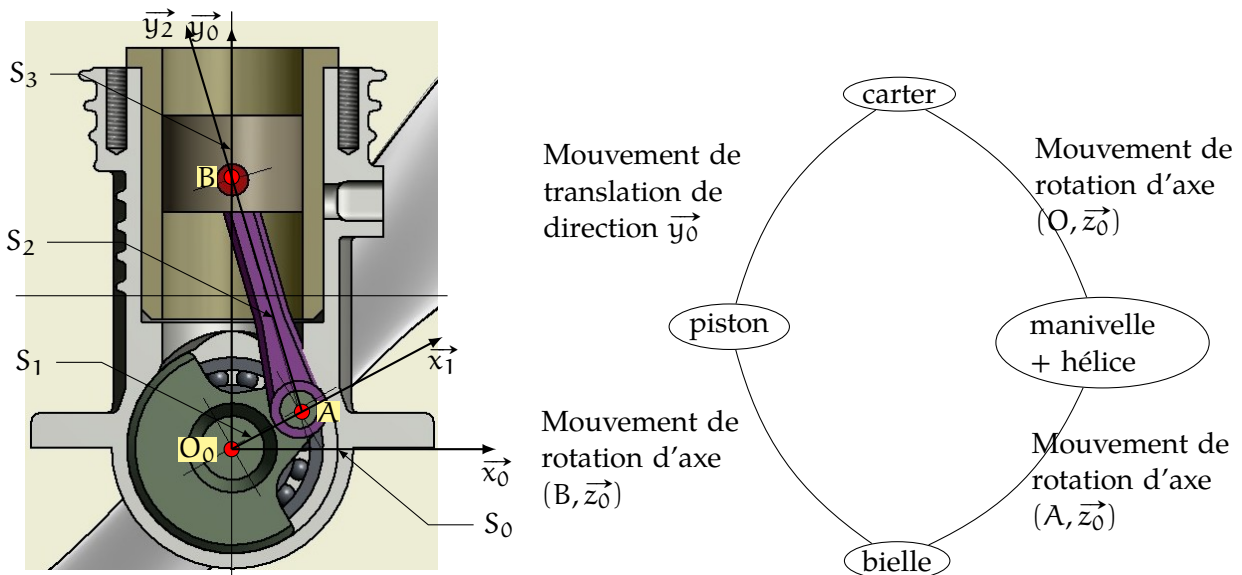


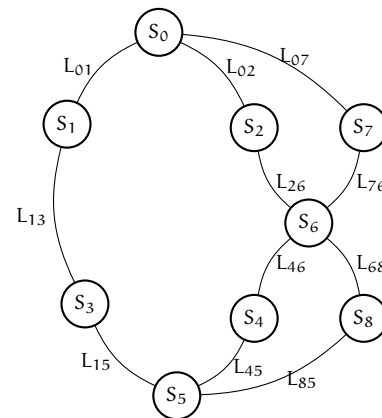
FIGURE 8.2 – Mécanisme en chaîne fermée

8.1.3 Mécanisme en chaîne complexe

Les mécanismes ont souvent une structure plus complexe, avec plusieurs chaînes fermées.



(a) Robot Delta 2D



(b) Graphe de structure du robot Delta 2D

FIGURE 8.3 – Chaîne complexe : Robot Delta 2D

8.2 Liaison élémentaire

8.2.1 Mouvements élémentaires

Entre deux solides, même s'il est théoriquement possible de réaliser tout mouvement du plus simple au plus complexe, on se limite en général à des mouvements simples réalisables entre des éléments géométriques simples (plan, cylindre, sphère, ligne). À ces surfaces élémentaires on ajoute l'hélice. Le tableau 8.1 précise les différents mouvements.

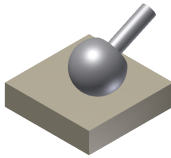
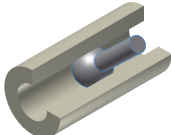
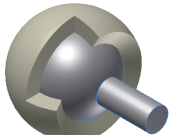
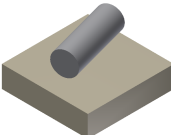
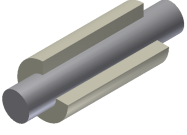
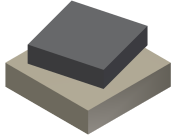
	plan	cylindre	sphère
sphère	 contact ponctuel	 contact linéique (ligne circulaire)	 contact surfacique (sphère)
cylindre	 contact linéique (ligne de contact)	 contact surfacique (cylindre)	
plan	 contact surfacique (plan)		

Tableau 8.1 – Surfaces élémentaires en contact

	plan	cylindre	sphère
sphère	contact ponctuel 2 translations dans le plan 3 rotations autour du point de contact	contact linéique (ligne circulaire) 1 translation (suivant l'axe du cylindre) 3 rotations autour du centre de la sphère	contact surfacique (sphère) 0 translation 3 rotations autour du centre de la sphère
cylindre	2 translations (dans le plan) 2 rotations autour de la normale et autour de la ligne de contact	contact surfacique (cylindre) 1 translation (suivant l'axe) 1 rotation autour de l'axe	
plan	contact surfacique (plan) 2 translations (dans le plan) 1 rotation \perp au plan		

Tableau 8.2 – Surfaces élémentaires en contact

8.3 Liaisons normalisées

À partir de ces différentes associations de surfaces élémentaires, on construit les différentes liaisons normalisées que l'on retrouve dans « tous » les mécanismes.

Ces liaisons sont décrites dans les normes françaises et européennes NF E 04-015 et NF EN ISO 3952-1.

Ces liaisons normalisées permettent de construire un modèle schématique du mécanisme permettant l'analyse à la fois des mouvements (étude cinématique et géométrique) que l'étude du compor-

tement sous les efforts appliqués (étude statique ou dynamique).

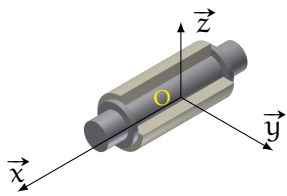
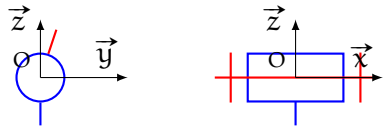
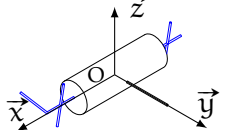
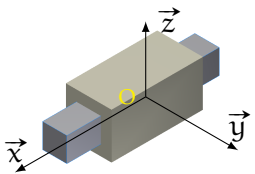
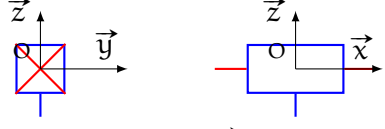
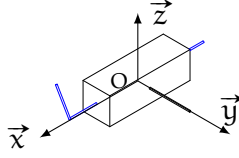
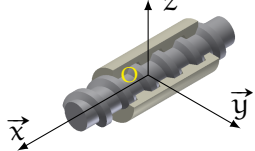

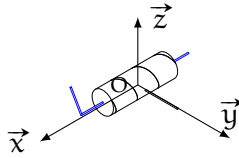
Le schéma est l'outil de communication technique par excellence. Afin qu'il soit compris par grand nombre, les symboles utilisés dans les schémas sont le plus souvent normalisés, ou font l'objet de conventions. Ces liaisons normalisées sont décrites dans les tableaux qui suivent.

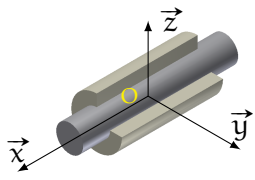
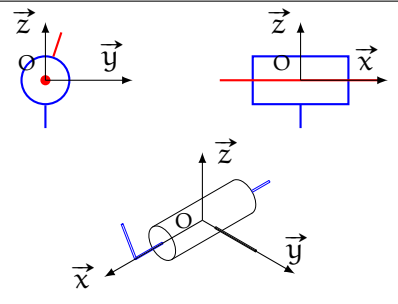
On retrouve pour chaque tableau :

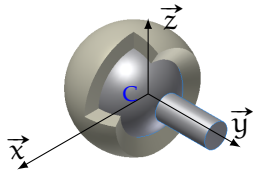
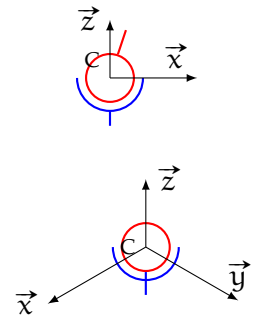
- le nom et la désignation normalisée de la liaison ;
- une représentation graphique 3D de la liaison ;
- les caractéristiques cinématiques de la liaison ;
- le torseur cinématique écrit au point et dans la base dans lesquels il est minimal ;
- les symboles plan et en perspective.

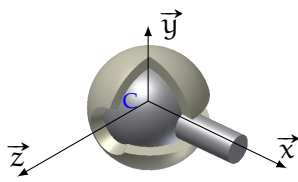
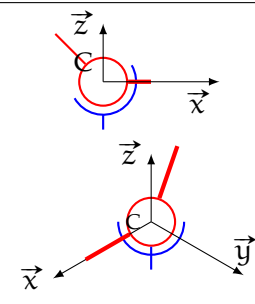
Remarque 1 : $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ se comprend comme « Toute base comportant le vecteur \vec{x} ».

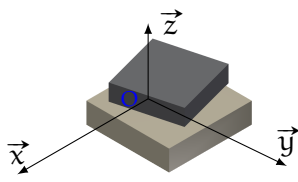
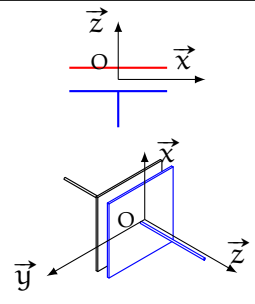
Remarque 2 : ces liaisons et symboles doivent être parfaitement sus.

Liaison Pivot Liaison Pivot d'axe (O, \vec{x})		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \in (O, \vec{x}) \\ (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}}$ $n_c = 1$	<p>Symbole 2D</p>  <p>Symbole 3D</p> 
Liaison Glissière Liaison Glissière de direction \vec{x}		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \\ (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}}$ $n_c = 1$	 
Liaison Hélicoïdale Liaison Hélicoïdale d'axe (O, \vec{x})		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \in (O, \vec{x}) \\ (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}}$ <p>p le pas de la liaison hélicoïdale</p> <ul style="list-style-type: none"> — pas à droite : $V_x = +\frac{p}{2 \cdot \pi} \omega_x$ — pas à gauche : $V_x = -\frac{p}{2 \cdot \pi} \omega_x$ $n_c = 1$	 

Liaison Pivot Glissant Liaison Pivot Glissant d'axe (O, \vec{x})		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \in (O, \vec{x}) \\ (\vec{x}, ?, ?)}} \\ n_c = 2$	

Liaison Sphérique Liaison Sphérique de centre C ou liaison rotule de centre C		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{C \\ \forall B}} \\ n_c = 3$	

Liaison Sphérique à doigt Liaison Sphérique à doigt de centre C, de doigt d'axe (O, \vec{x}) et de normale \vec{y}		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{C \\ (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}} \\ n_c = 2$	

Liaison Appui Plan Liaison Appui Plan de normale \vec{z}		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & V_z \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \\ (\vec{?}, \vec{?}, \vec{z})}} \\ n_c = 3$	

Liaison Sphère Cylindre - Linéaire Annulaire Liaison Sphère Cylindre de centre C et d'axe (C, \vec{x})		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \in (C, \vec{x}) \\ (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}}$ $n_c = 4$	

Liaison Cylindre Plan - Linéaire Rectiligne Liaison Cylindre Plan de normale \vec{z} et de droite (I, \vec{x}) , I un point de la droite de contact		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & V_y \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \in (I, \vec{x}) \\ (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}}$ $n_c = 4$	

Liaison Sphère Plan - Ponctuelle Liaison Sphère Plan de normale (I, \vec{z}) , I point de contact		
	$\{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{\substack{\forall P \in (I, \vec{z}) \\ (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}}$ $n_c = 5$	

8.4 Graphe de structure

Le graphe de structure, ou graphe des liaisons, est un graphe qui précise les différentes classes cinématiques équivalentes et les différentes liaisons entre ces groupes cinématiques. Sur ce graphe, les solides sont les nœuds et les liaisons les arcs.

Sur le graphe de structure du mécanisme, on précise, pour chaque liaison, sa désignation et le torseur cinématique. Ce graphe permet de synthétiser la description du mécanisme.

Un groupe de solides forme une classe d'équivalence cinématique lorsque les solides du groupe n'ont aucun mouvement entre eux.

Un mécanisme est constitué de solides reliés par des liaisons cinématiques. L'ensemble de ces liaisons et des solides forment une chaîne de solides.

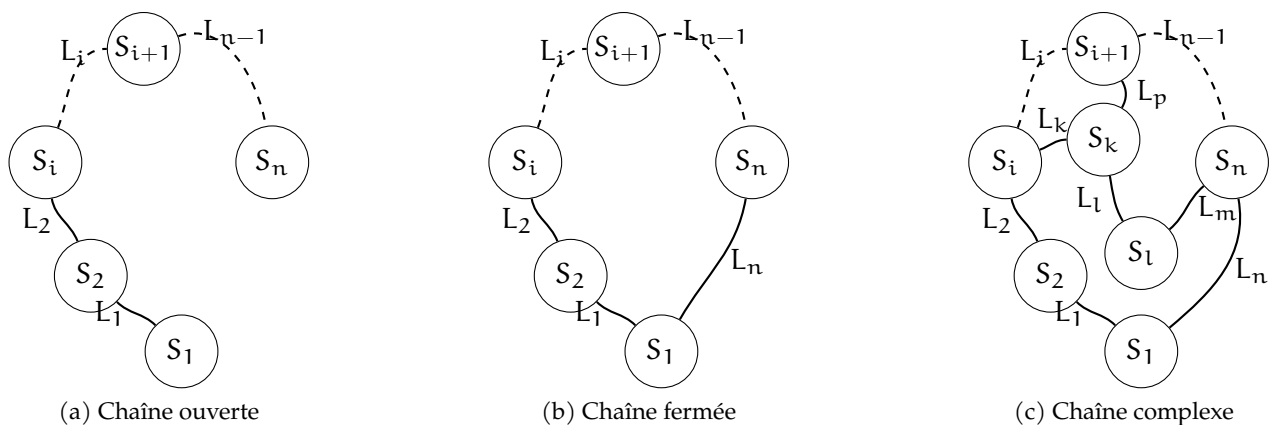


FIGURE 8.4 – Chaînes de solides

On distingue les systèmes en chaîne ouverte, en chaîne fermée et en chaîne complexe.

8.5 Schéma cinématique

Le schéma cinématique d'un mécanisme est un modèle filaire du mécanisme utilisant les symboles normalisés des liaisons. Ce modèle est utile tant au niveau de la conception que de l'analyse a posteriori pour réaliser l'étude cinématique (trajectoire, vitesse,...).

Le schéma peut être réalisé en une vue en perspective ou en plusieurs vues en projection.

- La position relative des liaisons doit être respectée (perpendicularité, parallélisme, alignement, orientation précise,...).
- Les pièces dessinées très succinctement (un simple trait en général) relient les différentes liaisons.
- On ne doit pas privilégier une position particulière dans la représentation.

Le schéma doit être clair et permettre la compréhension du mécanisme.

Le schéma cinématique ne doit comporter que des pièces indéformables (pas de ressort).

Dans certain cas, une représentation plane peut suffire pour décrire le mécanisme.

8.5.1 Principe de réalisation d'un schéma cinématique

- On commence par déterminer les groupes cinématiques, c'est-à-dire l'ensemble des solides qui n'ont pas de mouvement relatif entre eux.
- On identifie ensuite les surfaces en relation entre chaque groupe cinématique et les mouvements relatifs.
- À chacune de ces relations on associe une liaison cinématique normalisée.

— On construit finalement le schéma pour une position quelconque du mécanisme.

Nous allons nous appuyer sur plusieurs mécanismes pour préciser ces règles.

Exemple guidé : Pompe oscillante

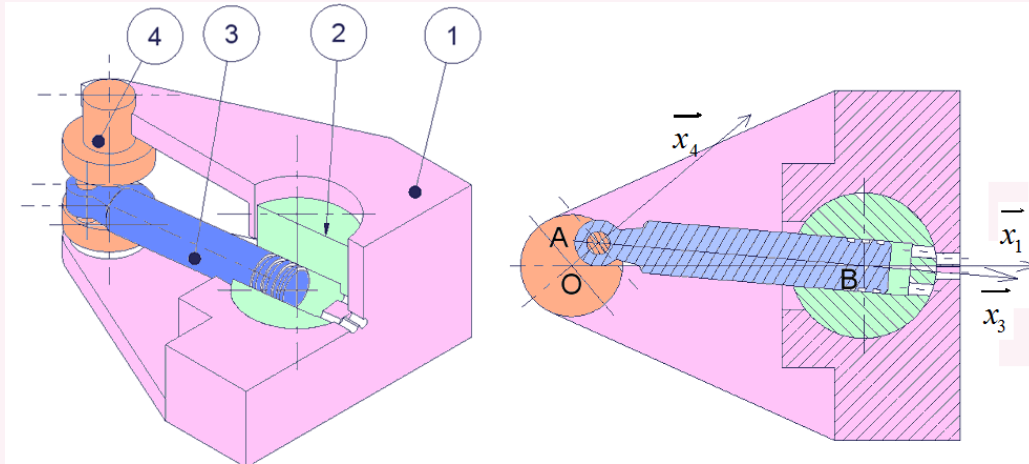


FIGURE 8.5 – Pompe oscillante

- $\vec{OA} = e \cdot \vec{x}_4$ (excentration $e = 5 \text{ mm}$),
- $\vec{OB} = \ell \cdot \vec{x}_1$ ($\ell = 50 \text{ mm}$),
- $\vec{AB} = \mu \cdot \vec{x}_3$,
- le diamètre du piston est $d = 10 \text{ mm}$,
- $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_4)$,
- $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_3)$,
- $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$,
- en régime permanent, $\omega = 1\,000 \text{ tour/min.}$

Groupes cinématiques : La pompe de la figure 8.5 est constituée de 4 groupes cinématiques indépendants : le corps (1), le barillet (2), le piston (3) et la manivelle (4).

Surfaces et mouvements relatifs :

- Le contact entre le corps et le barillet est réalisé par un cylindre et deux plans. Le seul mouvement possible est la rotation autour de l'axe du cylindre (B, \vec{z}_1), les deux plans empêchent la translation.
- La liaison entre le piston et le cylindre est réalisée grâce à une surface cylindrique, le piston peut coulisser et tourner autour de son axe (A, \vec{x}_3).
- La liaison entre le piston et la manivelle est aussi réalisée par un cylindre (A, \vec{z}_1). Il semble que le piston peut aussi coulisser le long de cet axe par rapport à la manivelle.
- La manivelle pivote autour de l'axe (O, \vec{z}_1) par rapport au bâti.

Liaisons : On peut donc associer les liaisons suivantes

- Entre (2) et (1) : liaison Pivot d'axe (B, \vec{z}_1), le paramètre du mouvement est $\dot{\beta} = \omega_{21}$.
- Entre (3) et (2) : liaison Pivot Glissant d'axe (A, \vec{x}_3), le paramètre du mouvement de translation est $\dot{\mu} = v_{32}$, celui du mouvement de rotation n'est pas précisé, on le note ω_{32} .
- Entre (4) et (3) : liaison Pivot Glissant d'axe (A, \vec{z}_1), le paramètre de rotation n'est pas précisé, on le note ω_{43} .
- Entre (4) et (1) : liaison Pivot d'axe (O, \vec{z}_1), le paramètre de rotation $\dot{\alpha} = \omega$.

Exemple guidé : Pompe oscillante -2

Pour la pompe oscillante, le graphe de structure est le suivant :

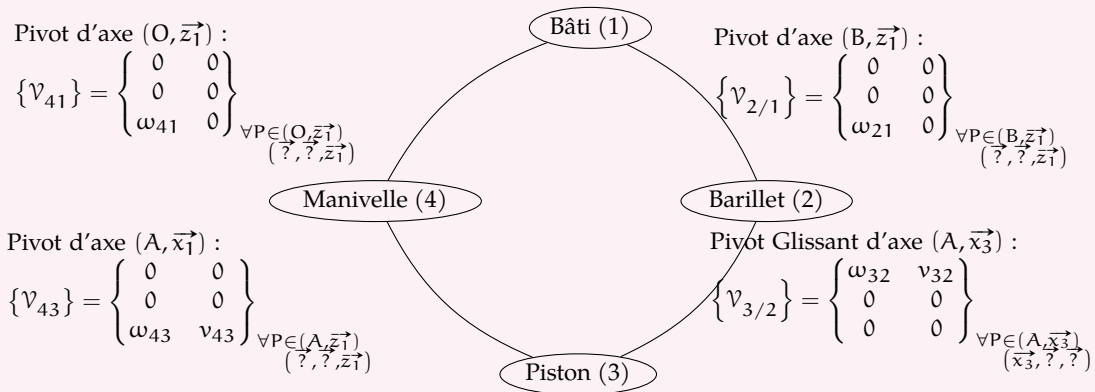


FIGURE 8.6 – Graphe de structure de la pompe oscillante

8.5.2 Schéma cinématique

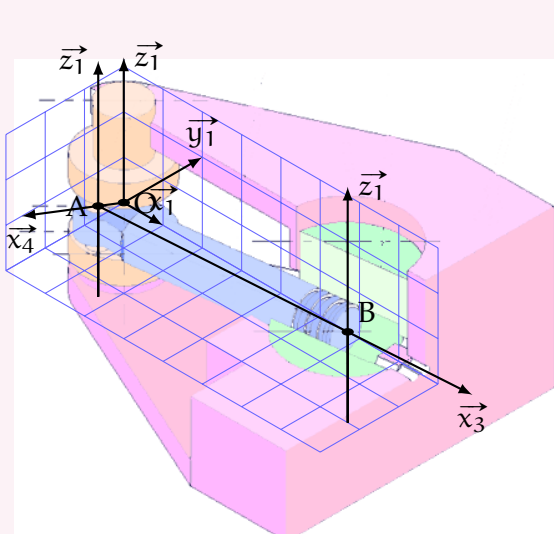
À partir de cette analyse des différentes classes cinématiques et des liaisons, il est possible de tracer le schéma cinématique.

Le schéma cinématique doit être tracé dans une position quelconque représentative du fonctionnement. Cette position doit permettre de réaliser le paramétrage du mécanisme.

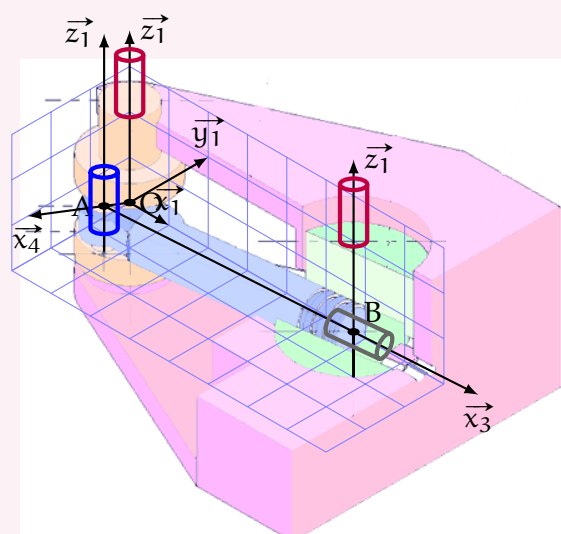
On peut en général tracer l'ébauche du schéma en « s'appuyant » sur le dessin.

1. On commence par positionner les points caractéristiques et les axes.
2. On place ensuite les liaisons sur les axes, on choisit une couleur par solide.
3. On relie ensuite les liaisons en utilisant la couleur correspondant au solide.
4. On arrange le schéma pour avoir une représentation compréhensible.

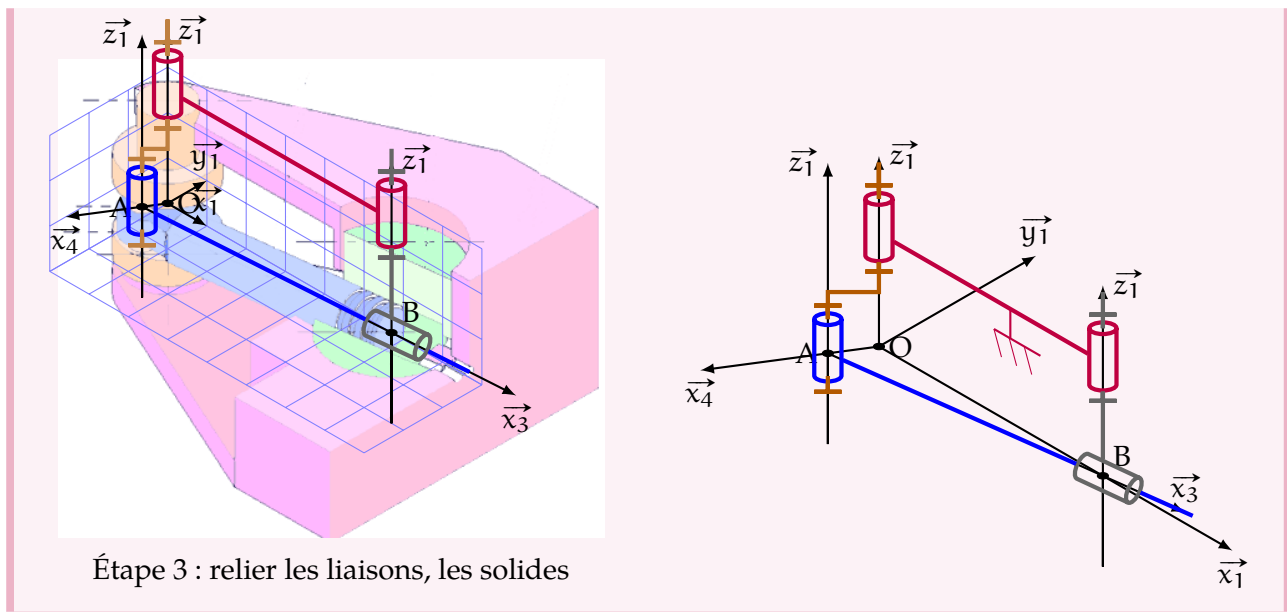
Exemple guidé : Pompe oscillante -3



Étape 1 : mise en place des axes



Étape 2 : mise en place des liaisons



8.6 Schéma cinématique minimal

Le schéma cinématique minimal est obtenu en remplaçant si possible, les liaisons en série et/ou en parallèle par les liaisons équivalentes.

Nous verrons un peu plus loin la notion de liaison équivalente (8.10).

Le schéma cinématique minimal fait « disparaître » des solides et des liaisons, il est à utiliser avec précaution et uniquement pour l'étude cinématique et la compréhension cinématique du mécanisme. Il ne doit pas être utilisé pour réaliser des calculs d'hyperstatisme (deuxième année) ou des calculs d'effort dans les liaisons.

8.7 Schéma technologique

Il est parfois nécessaire afin de mieux comprendre le fonctionnement d'un mécanisme de compléter le schéma cinématique en ajoutant des constituants technologiques tels les ressorts, les clapets d'un circuit hydraulique, ...

On peut aussi préciser la forme de certaines pièces.

Ce schéma devient alors un schéma technologique.

8.8 Étude géométrique des chaînes de solides

8.8.1 Mécanisme en chaîne ouverte

Soit un mécanisme représenté par le graphe de structure en chaîne ouverte de la figure 8.4a. Nous avons déjà vu cette forme pour l'éolienne, on retrouve cette structure dans les mécanismes de type robot, grue, ...

On dit aussi que les liaisons en chaîne ouverte sont des liaisons en série.

Réaliser l'étude géométrique d'un mécanisme en chaîne ouverte revient à écrire les projections du vecteur \vec{OP} avec O l'origine du référentiel d'étude et P un point du solide terminal de la chaîne ouverte (figure 8.7).

Ce vecteur doit être décomposé en passant par les différents points caractéristiques du système.

Exemple guidé : Étude géométrique d'un robot

Pour réaliser l'étude géométrique du robot, Il suffit d'écrire le vecteur :

$$\overrightarrow{O_0P}$$

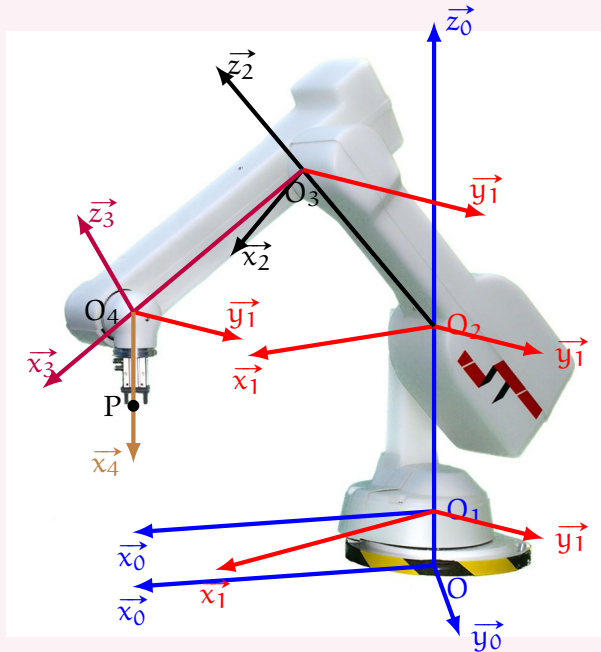


FIGURE 8.7 – Etude géométrique d'un robot

Ce vecteur doit être décomposé en passant par les différentes articulations du mécanisme.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_0P} &= \overrightarrow{O_0O_1} + \overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} + \overrightarrow{O_4P} \\ \overrightarrow{O_0P} &= a \cdot \vec{z}_0 + b \cdot \vec{z}_0 + c \cdot \vec{z}_2 + d \cdot \vec{x}_3 + e \cdot \vec{x}_4 \end{aligned}$$

En écrivant la projection de ce vecteur, on obtient les coordonnées du point $P(x_P, y_P, z_P)$ en fonction des différents paramètres angulaires.

a) Chaîne fermée

Un mécanisme en chaîne fermée est décrit par le graphe de structure de la figure 8.4b.

Nous avons déjà vu que le comportement géométrique de ces mécanismes est obtenu en écrivant la **fermeture géométrique**, c'est-à-dire la relation vectorielle reliant les points caractéristiques de chaque solide.

Soit O_i , le point caractéristique du solide S_i , la relation de fermeture de la chaîne géométrique s'écrit :

$$\overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} + \dots + \overrightarrow{O_{i-1}O_i} + \dots + \overrightarrow{O_{n-1}O_n} + \overrightarrow{O_nO_1} = \vec{0}.$$

En projetant cette équation vectorielle dans une base orthonormée, on obtient 3 équations scalaires reliant les différents paramètres géométriques. Dans le cas d'un mécanisme plan, on obtient 2 équations scalaires, déduites de la projection de cette relation sur les axes du plan.

b) Chaînes complexes

On réalise l'étude géométrique d'un mécanisme en chaîne complexe en écrivant la fermeture géométrique pour chaque chaîne fermée.

8.9 Étude cinématique des chaînes de solides

a) Chaîne ouverte

Réaliser l'étude cinématique d'un mécanisme en chaîne ouverte revient à déterminer le torseur cinématique du dernier solide de la chaîne par rapport au solide de référence. Il suffit pour cela de décomposer le torseur cinématique en une somme de torseurs cinématiques passant par chacune des liaisons constituant le mécanisme.

$$\left\{ \mathcal{V}_{n/1} \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{n/1} \right\} = \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{n/n-1}}}{V_{P_n \in n/n-1}} \right\}_{P_n} + \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{n-1/n-2}}}{V_{P_n \in n-1/n-2}} \right\}_{P_n} + \dots + \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{n/1}}}{V_{P_n \in 2/1}} \right\}_{P_n}$$

Remarque importante : pour que cette égalité ait un sens, il est obligatoire que tous les torseurs soient écrits au même point. On choisira le point le plus judicieux pour faire les calculs (maximiser les zéros).

b) Chaîne fermée

Un mécanisme en chaîne fermée est décrit par le graphe de structure de la figure 8.4b.

De la même manière que pour l'étude géométrique, pour réaliser l'étude cinématique, nous allons écrire la **fermeture cinématique**.

Soit un mécanisme en chaîne fermée composé de n solides et n liaisons (fig 8.4b).

Pour chaque liaison L_i , on peut écrire le torseur cinématique entre les deux solides S_i et S_{i+1} de la liaison au point O_i caractéristique de la liaison.

$$\left\{ \mathcal{V}_{(i+1)/i} \right\} = \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{(i+1)/i}}}{V_{O_i \in (i+1)/i}} \right\}_{O_i}$$

La fermeture cinématique s'obtient en écrivant la somme des torseurs en un même point :

$$\left\{ \mathcal{V}_{1/2} \right\} + \left\{ \mathcal{V}_{2/3} \right\} + \dots + \left\{ \mathcal{V}_{(i-1)/i} \right\} + \left\{ \mathcal{V}_{i/(i+1)} \right\} + \dots + \left\{ \mathcal{V}_{n/1} \right\} = \left\{ 0 \right\}$$

Cette relation permet d'obtenir 2 équations vectorielles, et après projection 6 équations scalaires.

$$\left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{1/2}}}{V_{O_i \in (1/2)}} \right\}_{O_i} + \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{2/3}}}{V_{O_i \in (2/3)}} \right\}_{O_i} + \dots + \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{(n-1)/n}}}{V_{O_i \in (n-1)/n}} \right\}_{O_i} + \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega_{n/1}}}{V_{O_i \in (n/1)}} \right\}_{O_i} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_i}$$

Remarque : cette somme de torseur ne peut se calculer que si les torseurs sont écrits en un même point et en projection dans une même base.

c) Chaîne complexe

On appelle mécanisme en chaîne complexe, un mécanisme constitué de plusieurs boucles entrelacées comme sur la figure 8.4c.

Pour réaliser l'étude d'une chaîne complexe, il suffit d'étudier chaque boucle fermée indépendante.

Nombre cyclomatique Le nombre cyclomatique μ caractérise le nombre de cycles indépendants d'un mécanisme complexe.

$$\mu = L - N + 1$$

avec L , le nombre de liaisons et N , le nombre de solides.

8.10 Liaisons cinématiquement équivalentes

On appelle liaison cinématiquement équivalente entre deux pièces, la liaison qui se substituerait à l'ensemble des liaisons réalisées entre ces pièces avec ou sans pièce intermédiaire.

La liaison équivalente doit avoir le même comportement que l'ensemble des liaisons auquel elle se substitue. On considère deux types de liaisons équivalentes : les liaisons en série et les liaisons en parallèles.



FIGURE 8.8 – Liaisons équivalentes

a) Liaisons en série

Des liaisons sont dites en série lorsque le graphe a la structure 8.8a. On retrouve en fait la structure d'une chaîne ouverte.

Étude cinématique : On recherche le torseur cinématique du mouvement du solide 2 par rapport au solide 1 : $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$. En décomposant sur les solides intermédiaires, on obtient :

$$\{\mathcal{V}_{2/1}^{eq}\} = \{\mathcal{V}_{2/j}\} + \{\mathcal{V}_{j/i}\} + \dots + \{\mathcal{V}_{i/1}\}$$

On constate que, le torseur cinématique de la liaison équivalente à plusieurs liaisons en série est égal à la somme des torseurs cinématiques des liaisons de la chaîne.

Remarque : chaque torseur doit être écrit au même point avant de calculer la somme.

b) Liaisons en parallèle

Lorsque plusieurs liaisons relient directement deux solides, les liaisons sont dites en parallèle (fig 8.8b). L'ensemble des liaisons L_i en parallèle impose le mouvement du solide 2 par rapport au solide 1, le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ représente ce mouvement.

On note : $\{\mathcal{V}_{2/1}^i\}$, le torseur cinématique de la liaison L_i entre les deux solides S_1 et S_2 .

Chaque liaison élémentaire L_i ne peut que respecter le mouvement global du solide 2 par rapport au solide 1, on peut donc écrire :

$$\left\{ \mathcal{V}_{2/1}^i \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{2/1} \right\}$$

Le comportement cinématique de la liaison équivalente L_{eq} doit aussi respecter le mouvement global du solide 2 par rapport au solide 1 :

$$\left\{ \mathcal{V}_{2/1}^{eq} \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{2/1} \right\}$$

d'où la condition que doit respecter le torseur de la liaison équivalente :

$$\left\{ \mathcal{V}_{2/1}^{eq} \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{2/1}^1 \right\} = \left\{ \mathcal{V}_{2/1}^2 \right\} = \dots = \left\{ \mathcal{V}_{2/1}^i \right\} = \dots = \left\{ \mathcal{V}_{2/1}^n \right\}$$

Pour déterminer, à partir de l'étude cinématique, la liaison équivalente à n liaisons en parallèle, il suffit de résoudre le système de $6 \cdot n$ équations déduit des égalités de torseurs ci-dessus.

8.11 Mécanisme plan

On considère que le mouvement d'un solide par rapport à un autre peut être assimilé à un mouvement plan sur plan, lorsqu'il existe un plan invariant dans le mouvement relatif de ces deux solides.

Pour une étude cinématique, on ne s'intéresse qu'au mouvement sans prendre en compte ni les causes ni la masse des solides, on peut donc choisir comme plan d'étude du mouvement n'importe quel plan parallèle au plan invariant. Par contre il sera nécessaire lors d'une étude des efforts (étude statique ou dynamique), de choisir un plan d'étude qui respecte aussi la symétrie de répartition des efforts et des masses.

Seules trois liaisons sont utilisables dans le cas d'un mécanisme plan, le tableau 8.3 précise la modélisation cinématique plan pour chacune de ces liaisons (la notation $[0]$ précise que la valeur 0 est imposée par le modèle plan).

On considère, dans le tableau, un mécanisme plan de normale \vec{z} .

Remarque importante : dire qu'un mécanisme est plan, c'est déjà faire des hypothèses sur l'orientation des liaisons (toutes les rotations sont perpendiculaires au plan d'étude donc parallèles) cela revient à simplifier le modèle d'étude. Cette hypothèse risque de faire disparaître des contraintes de montage.

Liaison	Torseur cinématique
Articulation d'axe normal au plan d'étude	$\left\{ \begin{array}{c} [0] \quad 0 \\ [0] \quad 0 \\ \omega_z \quad [0] \end{array} \right\}_{O} \left(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right), n_{ci} = 1$
Glissière la direction \vec{u} est dans le plan	$\left\{ \begin{array}{c} [0] \quad V_u \\ [0] \quad 0 \\ 0 \quad [0] \end{array} \right\}_{O} \left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z} \right), n_{ci} = 1$
Ponctuelle la normale au contact \vec{n} est dans le plan.	$\left\{ \begin{array}{c} [0] \quad V_u \\ \omega_z \quad 0 \\ [0] \quad [0] \end{array} \right\}_{O} \left(\vec{n}, \vec{t}, \vec{z} \right), n_{ci} = 2$

Tableau 8.3 – Liaisons dans le plan