

## 10.9 Feuille de travaux dirigés n°10

### Exercice 1 - Vibreur de téléphone

Corrigé page 30

Un vibreur pour téléphone mobile est réalisé à partir d'un solide (V), d'épaisseur constante  $h$ , formé de deux demi-disques de rayon  $R_1$  et  $R_2$  accolés comme représenté sur la figure 10.20a qui tourne à grande vitesse. Le centre d'inertie du vibreur n'étant pas sur l'axe de rotation  $(O, \vec{z})$ , le déséquilibre génère des vibrations du téléphone.

On considère dans un premier temps le demi-disque homogène (D) de rayon  $R_1$ , d'épaisseur  $h$  et de masse volumique  $\rho$ .

On définit le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  tel que les plans  $O\vec{x}\vec{y}$  et  $O\vec{y}\vec{z}$  coupent le solide (D) en 2 parties égales (figure 10.20a).

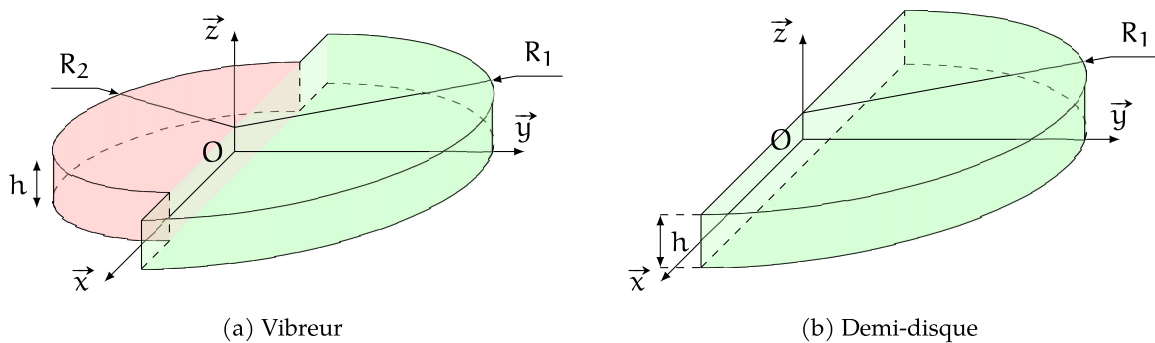


FIGURE 10.20 – Modélisation vibreur de téléphone

- Q1. Déterminer la masse  $m$  du demi-disque (D) en fonction de  $R_1$ ,  $h$  et  $\rho$ .  
 Q2. Déterminer la position du centre de masse  $G$  du demi-disque (D) en fonction de  $R_1$ .  
 Q3. Déterminer la masse  $M$  du solide (V).  
 Q4. Déterminer la position du centre de gravité  $G_V$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$  et des autres dimensions.

### Exercice 2 - Barrage voûte

Corrigé page 31

#### A. Barrage voûte

Soit un barrage voûte (figure 10.21), le barrage a une forme demi cylindrique de rayon  $R$ , et de hauteur d'eau  $H$ .

Le barrage est en appui sur les côtés verticaux en A et B.

On note  $d\vec{F}_{e \rightarrow b}$  l'action élémentaire de l'eau sur un élément de surface  $ds$  du barrage. La pression de l'eau sur le barrage dépend de la profondeur,  $p(h) = \rho \cdot g \cdot h$ .

On considère que l'origine du repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est au centre de la voûte et à la surface de l'eau.

- Q1. Préciser les coordonnées du point P de la surface en contact avec l'eau du barrage en coordonnées cylindriques.  
 Q2. Déterminer  $d\vec{F}_{e \rightarrow b}$  en fonction de  $\vec{n}$ ,  $ds$ ,  $\rho$ , et  $z$  la coordonnée suivant  $\vec{z}$  de P.  
 Q3. Déterminer  $\vec{F}_{e \rightarrow b}$ , préciser les projections.  
 Q4. Déterminer le moment en O de l'action de l'eau sur le barrage.  
 Q5. Déterminer le point Q pour lequel l'action de l'eau sur le barrage est modélisable par un glisseur.  
 Q6. Donner le torseur de l'action de l'eau sur le barrage en O et en Q.

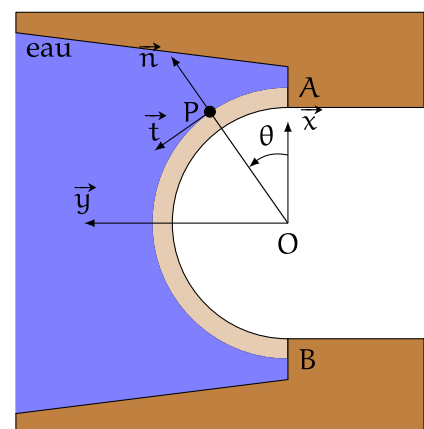


FIGURE 10.21 – Barrage voûte

**Exercice 3 - Pince sensitive de robot**  
 TPE-1994

Corrigé page 31

**A. Présentation**

Le thème étudié est une pince de préhension montée à l'extrémité du bras d'un robot de manipulation. Cette pince est équipée de capteurs permettant le contrôle des efforts de serrage lors de la manipulation de pièces fragiles. La pince est constituée d'un bâti 0 et de deux mâchoires de saisie, 5 et 5', de forme adaptée aux pièces à saisir. Chacune de ces mâchoires appartient à un parallélogramme déformable. Ces deux parallélogrammes C, D, E, F et C', D', E', et F' sont identiques, disposés symétriquement et animés par la tige de commande 1. La puissance nécessaire au mouvement est fournie par un moteur électrique. Le mouvement de rotation de l'arbre moteur est transformé par une chaîne cinématique en mouvement de translation de la tige de commande 1.

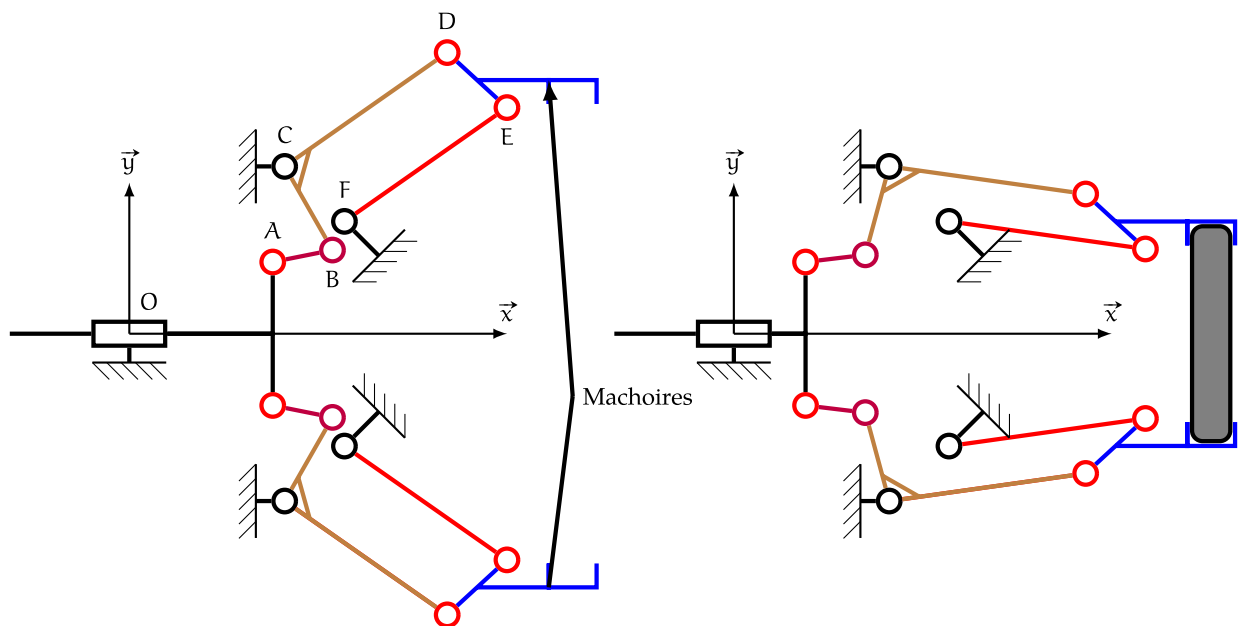


FIGURE 10.22 – Modélisation cinématique de la pince

**B. Étude du contact pièce / garniture de mâchoire**

La pince est dans cette étude configurée pour la saisie de pièces cylindriques, les mâchoires présentent une forme adaptée. Ces deux mâchoires sont équipées de garnitures en élastomère pour assurer le contact avec la pièce à manipuler. La figure 10.23 représente la configuration de l'ensemble {Pièce-Garniture} en fin de serrage de la pince. Seule la garniture fixée sur la mâchoire supérieure y est représentée.

**Hypothèses :**

- La déformation de cette garniture, supposée seule se déformer, est alors limitée à la zone grisée.
- Le torseur des actions mécaniques de la pièce sur la garniture est un glisseur. Cette situation correspond à la transmission d'un effort purement radial de direction  $(C_2, \vec{y})$  entre pièce et garniture, soit :  $\vec{F}_{\text{pièce} \rightarrow \text{garniture}} = \vec{F}_{p \rightarrow g} = Y \cdot \vec{y}$  avec  $Y > 0$ .

**Données :**

- $\lambda$  dimension longitudinale de la garniture suivant la direction  $(C_2, \vec{y})$
- $\varphi = (\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ ,  $\theta = (\vec{y}, \vec{u}_2)$
- $\vec{C}_2\vec{C}_1 = e \cdot \vec{y}$ ,  $\vec{PM} = \delta(\theta) \cdot \vec{u}_2$

- $e$  est petit devant  $R_1$  et  $R_2$
- la pression de contact en un point  $M$ ,  $p(M)$  qui est supposée proportionnelle à la déformation  $\delta(\theta)$  et on pose :  $p(M) = k \cdot \delta(\theta)$  la pression. Compte tenu des hypothèses énoncées, cette pression  $p(M)$  est constante le long d'une génératrice de contact ( $p(M)$  indépendante de  $z$ )
- on note  $\lambda$  l'épaisseur de la pince suivant  $\vec{z}$ .

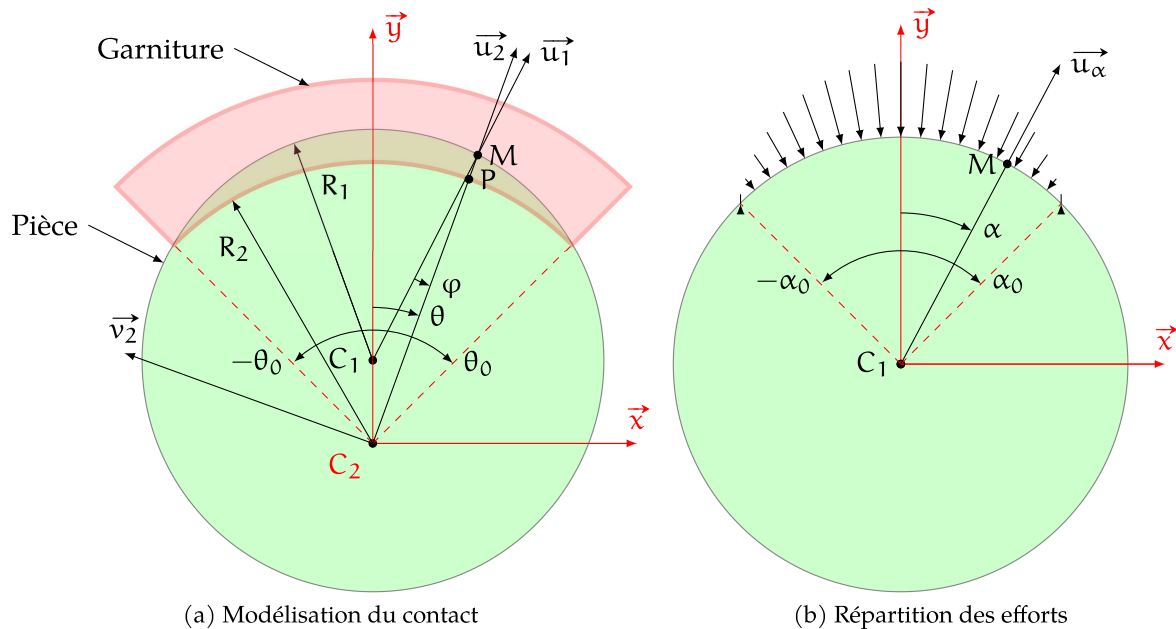


FIGURE 10.23 – Modélisation du contact entre la garniture et la pièce

**Q1.** Montrer que  $\delta(\theta)$  peut se mettre sous la forme :

$$\delta(\theta) = (R_2 - R_1) \cdot \left( \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} - 1 \right) \quad \text{avec} \quad \cos \theta_0 = \frac{R_2 - R_1}{\delta_{\max} + R_2 - R_1} \quad \text{et} \quad \delta_{\max} = \delta(\theta = 0)$$

Dans les conditions de chargement énoncées précédemment les essais et mesures réalisés sur le matériel réel montrent que  $p(M)$  s'exprime sous la forme :

$$p(M) = p_{\max} \cdot \frac{\cos \alpha_0 - \cos \alpha}{\cos \alpha_0 - 1} \quad \text{avec} \quad \alpha \in [-\alpha_0, \alpha_0]$$

**Q2.** Préciser en fonction de  $p(M)$  l'action élémentaire  $\overrightarrow{dF}_{\text{machoire} \rightarrow \text{pièce}}$  appliquée au point  $M$ .

**Q3.** Établir à l'aide du paramétrage donné par la figure 10.23, la relation exprimant  $Y$  en fonction de  $p_{\max}$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha_0$  et  $R_1$ .

## Exercice 4 - Freinage Airbus

CCP MP 2007

Corrigé page 32

Les disques de frein sont empilés les uns sur les autres, constituant ce qu'on appelle un « puits de chaleur » en raison de la température qu'ils peuvent atteindre : jusqu'à 3 000 °C pour un avion freiné à pleine vitesse !

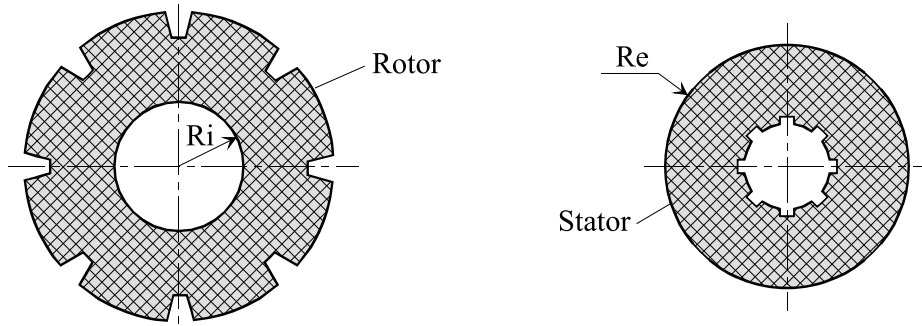


FIGURE 10.24 – Disques de frein

La moitié de ces disques est solidaire de la roue (ou jante) et tourne avec elle, ce sont les rotors ; l'autre moitié est solidaire de l'avion par l'intermédiaire de l'essieu et ne tourne pas, ce sont les stators. Ils sont montés en alternance. Ce sont ainsi les frottements des disques les uns sur les autres qui assurent le freinage.

Les disques de friction sont en carbone pour des raisons de température de fonctionnement et de légèreté. Le premier disque sur lequel agissent les pistons à l'origine des efforts presseurs est un stator solidaire de l'essieu. La figure montre une solution de montage.

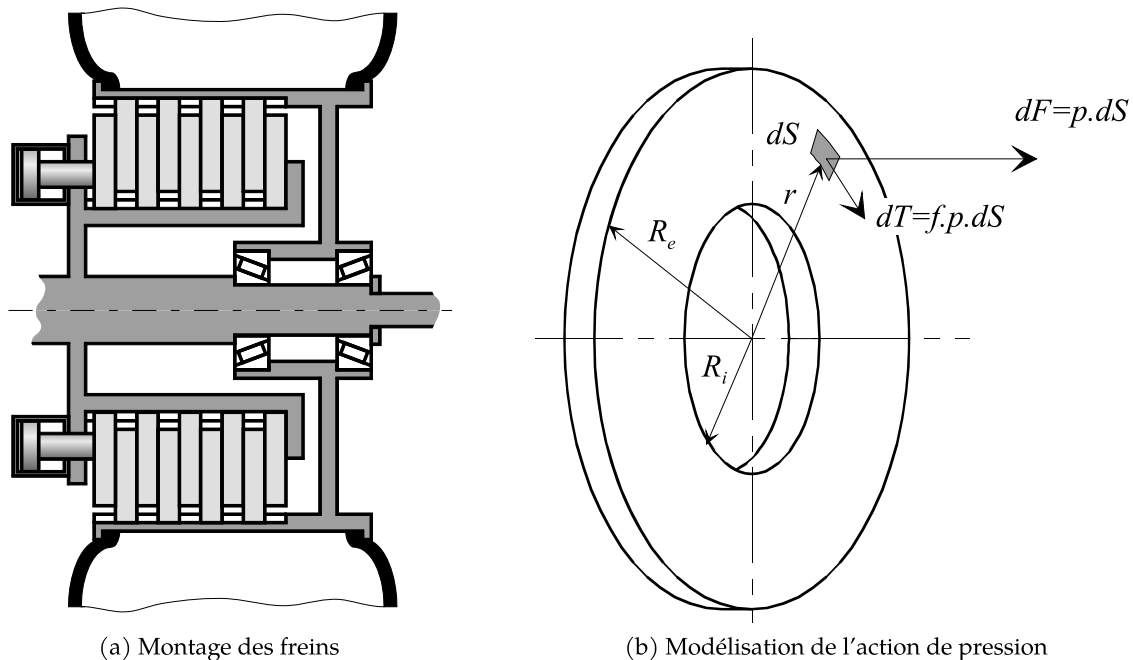


FIGURE 10.25 – Frein de l'airbus

On note :

- $P_h$  : pression hydraulique d'alimentation des pistons,
- $p$  : pression supposée uniforme entre les deux faces des disques en contact,
- $S_p$  : section d'un piston,

### 10.9 Feuille de travaux dirigés n°10

- $N_p$  : nombre de pistons actifs,
- $N_d$  : nombre de disques (stator + rotor) par roue,
- $F$  : effort presseur délivré par l'ensemble des pistons activés,
- $R_i$  et  $R_e$  : respectivement rayons intérieurs et extérieurs des parties actives des disques de friction,
- $f$  : coefficient de frottement de glissement entre les disques.

**Q1.** Exprimer l'effort presseur  $F$  auquel est soumis chaque face des disques de friction en fonction de  $P_h$ ,  $S_p$  et  $N_p$ .

**Q2.** En déduire l'expression de la pression  $p$ , supposée uniforme, entre deux disques en contact.

On considère un élément de surface  $dS$  situé sur un rotor à une distance  $r$  ( $i \in R < r < R$ ) de l'axe de la roue (voir figure 10.25b).

**Q3.** Démontrer, en s'aidant des indications de la figure 10.25, que la contribution au couple de freinage de deux surfaces en regard est donnée par l'expression :

$$C = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot f \cdot p \cdot (R_e^3 - R_i^3)$$

**Q4.** Déterminer  $C$  en fonction de l'effort  $F$  développé par les pistons.

**Q5.** En déduire le couple total  $C_T$  exercé par les  $N_d$  disques du système de freinage d'une roue en fonction de  $P_h$  et des données géométriques et de frottement.