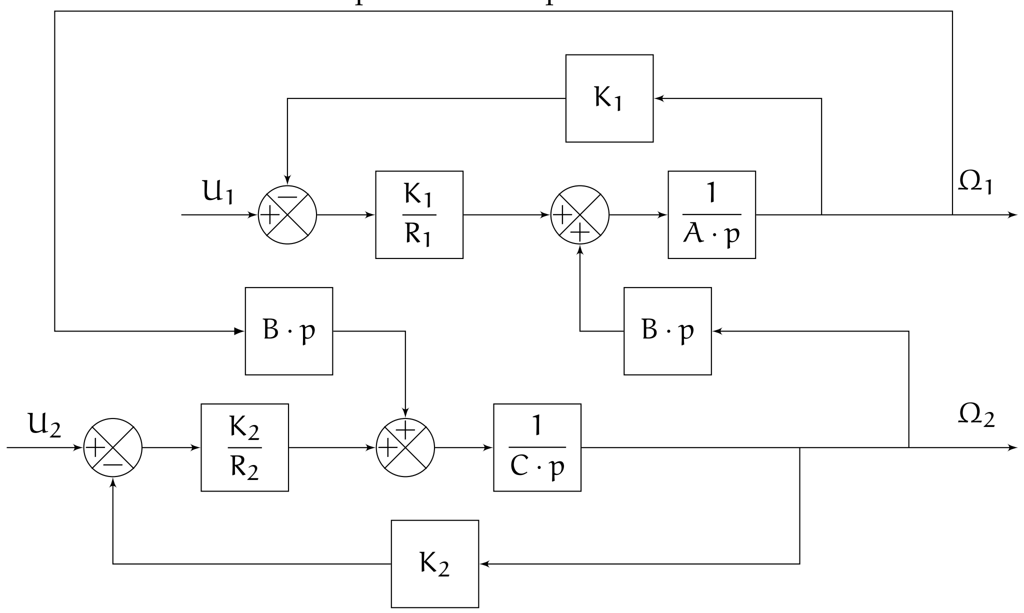
4.5 Feuille de travaux dirigés n°4

Exercice 4 - Planeuse
Extrait de Engees 2000 *Corrigé page 51*

Le schéma-bloc de commande d'une planeuse est représenté ci-dessous :



A, B, C sont des constantes qui valent respectivement : $A = 9 \times 10^{-3}$S.I. ; $B = 1{,}5 \times 10^{-3}$S.I. ; $C = 2 \times 10^{-3}$S.I. ; $R_1 = 0{,}3\,\Omega$; $R_2 = 0{,}5\,\Omega$; $K_1 = 1$S.I. ; $K2 = 0{,}3$S.I.

La vitesse de rotation du moteur 2 peut se mettre sous la forme :

$$\Omega_2(p) = H_1(p) \cdot U_1(p) + H_2(p) \cdot U_2(p)$$

Q1. Déterminer l'expression de $H_1(P)$ et $H_2(P)$.

Pour alléger les écritures on omettra les « (p) » ; ainsi on écrira l'équation précédente : $\Omega_2 = H_1 \cdot U_1 + H_2 \cdot U_2$.

Q2. Caractériser $H_2(p)$. Mettre sous forme canonique.

Exercice 5 - Suspension hydraulique simplifiée
Corrigé page 52

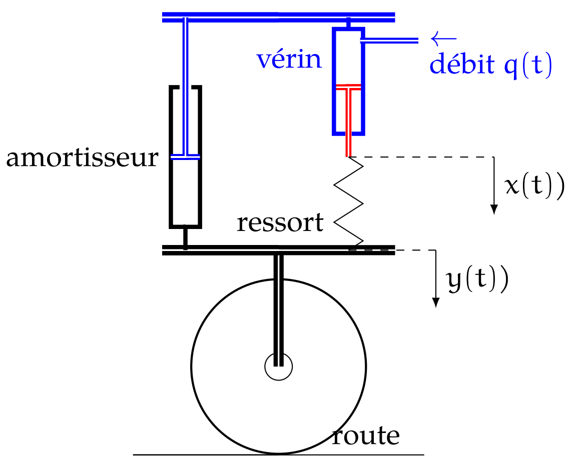
Le schéma ci-contre représente de manière très simplifiée un dispositif de suspension hydraulique d'un véhicule.

Ce système permet de modifier la hauteur de la caisse.

L'axe de roue est guidé par rapport au châssis du véhicule, le mouvement relatif est une translation verticale. Un ressort de raideur K_r et un vérin hydraulique de section S montés en série constituent l'élément déformable de la suspension.

Un amortisseur de constante f est monté en parallèle avec l'ensemble précédent.

L'observateur se place dans le véhicule. On choisit comme point de repos une situation dans laquelle le véhicule est immobile. On appelle $x(t)$ et $y(t)$ les variations de position des extrémités du ressort autour du point de repos.



La perturbation provoquée par les inégalités du sol est représentée par la grandeur $\overrightarrow{R(t)} = r(t) \cdot \vec{u}$ (variation de la composante verticale de l'effort exercé par la route sur la roue porté par le vecteur unitaire $\vec{u}$). Enfin, un distributeur hydraulique non représenté envoie vers le vérin un débit d'huile $q(t)$ proportionnel à la différence entre la position désirée $y_c(t)$ et la position actuelle de la roue $y(t)$.

A. Mise en équation dans le domaine temporel :

— La deuxième loi de Newton appliquée à l'ensemble {roue + axe} de masse m :

$$m \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = K_r \left(x(t) - y(t)\right) - f \cdot \frac{d y(t)}{dt} + r(t) \tag{1}$$

— Relation entre le débit dans la chambre du vérin et la position de la tige du vérin :

$$q(t) = S \cdot \frac{d x(t)}{dt} \tag{2}$$

— Comportement du distributeur hydraulique chargé de moduler le débit :

$$q(t) = K_d \left(y_c(t) - y(t)\right) \tag{3}$$

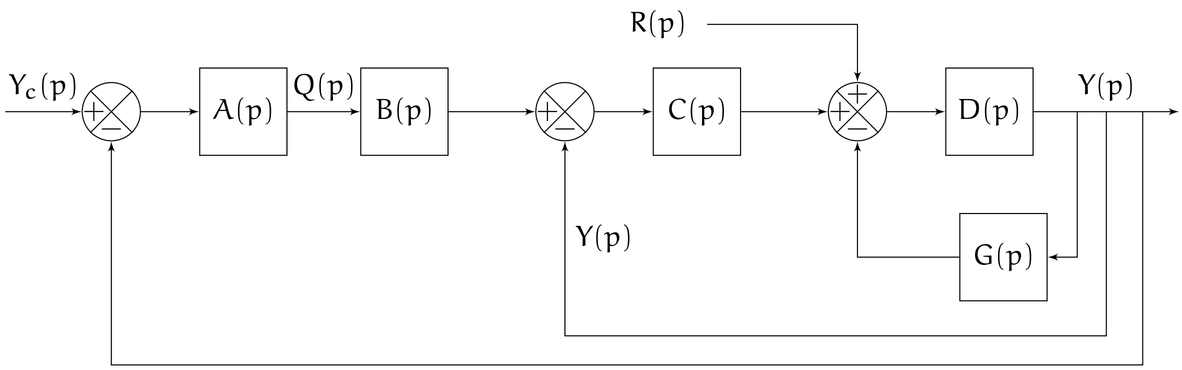
B. Étude

On considère que jusqu'à l'instant $t = 0$, le système est au repos et qu'il quitte cet état à l'instant $t = 0$.

On pose, $Y(p)$, $Y_c(p)$, $X(p)$, $Q(p)$ et $R(p)$ les transformées de Laplace, respectivement de $y(t)$, $y_c(t)$, $x(t)$, $q(t)$ et $r(t)$.

Q1. Écrire les 3 équations ci-dessus dans le domaine de Laplace.

Q2. Déterminer les fonctions $A(p)$, $B(p)$, $C(p)$, $D(p)$ et $G(p)$ du schéma-bloc ci-dessous puis tracer le schéma-bloc.



B.1. Performance en poursuite

Pour la question suivante, la route est plane, la perturbation $r(t)$ est nulle. Le conducteur agit sur l'entrée de consigne $y_c(t)$, afin de faire varier la « garde au sol », c'est-à-dire la distance entre le plancher du véhicule et la route.

Q3. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \dfrac{Y(p)}{Y_c(p)}$ en l'absence de perturbation $R(p) = 0$

Q3a. en fonction de $A(p)$, $B(p)$, $C(p)$, $D(p)$ et $G(p)$

Q3b. puis en remplaçant les fonctions. Mettre la fonction de transfert $H_1(p)$ sous forme canonique. Préciser le gain statique.

Q4. Le conducteur demande un déplacement vertical de $10\,\text{cm}$: $Y_c(t) = 10 \cdot u(t)$ avec $u(t)$ la fonction de Heaviside. Déterminer la valeur finale atteinte.

B.2. Performance en régulation

Pour la question suivante, la consigne est nulle $y_c(t) = 0$, la route impose une perturbation $R(t)$ non nulle.

Q5. Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \dfrac{Y(p)}{R(p)}$ en l'absence de consigne $Y_c(p) = 0$.

Q5a. en fonction de $A(p)$, $B(p)$, $C(p)$, $D(p)$ et $G(p)$

Q5b. puis en remplaçant les fonctions. Mettre la fonction de transfert $H_2(p)$ sous forme canonique.

Q6. Le véhicule doit franchir une marche de $10\,\text{cm}$: $r(t) = 10 \cdot u(t)$. Déterminer la valeur finale atteinte.

Exercice 6 - Segway

D'après Centrale PSI 2005 *Corrigé page 54*

Présentation

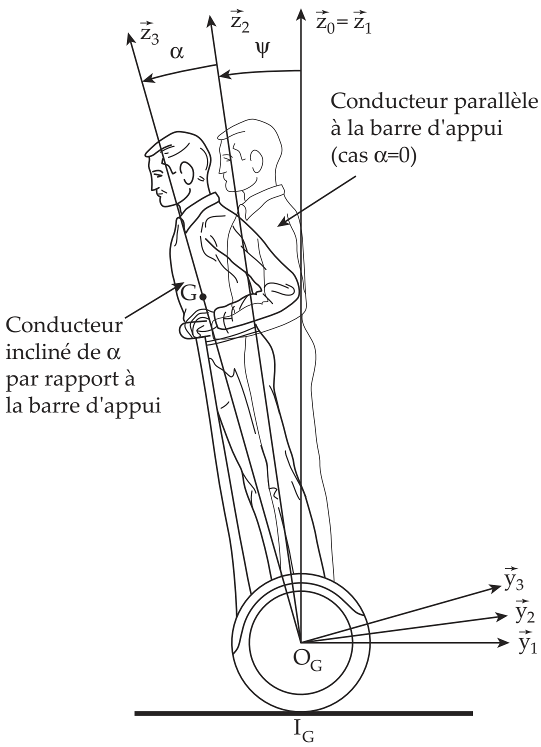
Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway®. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville.

Le Segway® est un gyropode, sa conduite se fait par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement. Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon.

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec un centre de gravité situé au-dessus de l'axe commun de ces roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur sa plate-forme.

Tout comme l'homme, qui comporte cerveau, membres, oreille interne... lui permettant de tenir debout sans tomber, le Segway® comporte différents éléments, lui permettant de maintenir sa plate-forme à l'horizontale. Nous pouvons retrouver des capteurs (gyromètre, pendule, codeur incrémental) et des microprocesseurs transmettant des ordres aux pré-actionneurs. Ces derniers alimentent le groupe de propulsion (deux motoréducteurs électriques équipant les deux roues).

(a)



(b) Notations

FIGURE 4.17 – Gyropode

À chaque instant, les capteurs du gyropode déterminent l'angle d'inclinaison du ψ_c imposé par l'utilisateur. Afin d'assurer l'équilibre, le calculateur va accélérer le gyropode afin que l'utilisateur ne tombe pas et que le gyropode se déplace.

Les équations de la dynamique et le fonctionnement du moteur permettent d'écrire les équations suivantes :

— Les motoréducteurs délivrent un couple moteur $c_m(t) = K_m \cdot u(t)$ avec $u(t)$ la tension de commande du moteur et $K_m = 24\,\mathrm{N \cdot m \cdot V^{-1}}$.

— Le système mécanique dont l'équation peut, dans le cas où l'angle α n'est pas supposé constant, se mettre sous la forme :

$$(DA - B^2) \cdot \ddot{\chi}(t) = 2 \cdot \left(\frac{B}{R} + D\right) \cdot c_m(t) + D \cdot C \cdot \chi(t)$$

avec

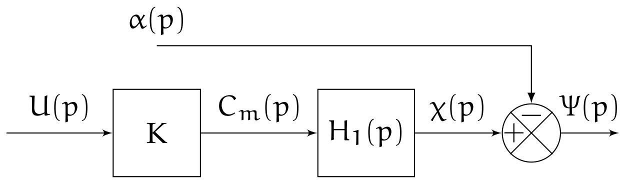
— $\chi = \alpha + \psi$ l'angle d'inclinaison total ;

— les valeurs numériques : $A = 90\,\mathrm{kgm^2}$, $B = 75\,\mathrm{kg \cdot m}$, $C = 750\,\mathrm{kgm^2 s^{-2}}$, $D = 125\,\mathrm{kg}$, $R = 240\,\mathrm{mm}$.

Les conditions initiales sont toutes nulles. On pose : $U(p)$, $\chi(p)$,$\alpha(p)$, $C_m(p)$, $\Psi(p)$ les transformées de Laplace de $u(t)$, $\chi(t)$, $\alpha(t)$, $c_m(t)$ et $\psi(t)$.

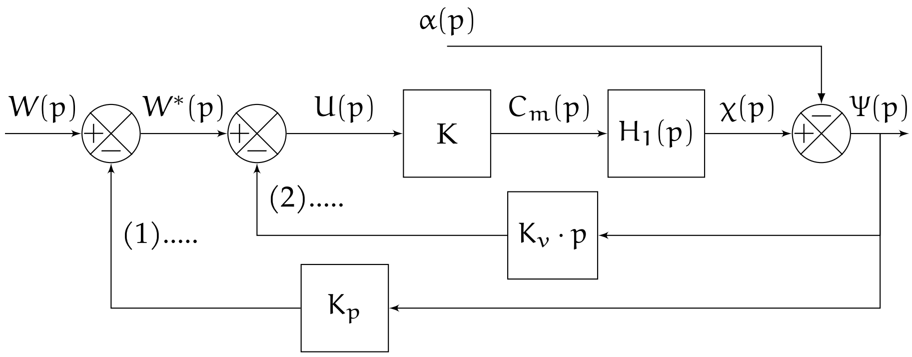
Q1. Écrire dans le domaine de Laplace les trois équations qui décrivent le fonctionnement.

Q2. Montrer que le schéma-bloc du système peut se mettre sous la forme présentée sur la figure ci-dessous en déterminant l'expression littérale de $H_1(p)$ et K. Montrez que $H_1(p)$ peut s'écrire $H_1(p) = \dfrac{K_1}{\dfrac{p^2}{\omega_1^2} - 1}$, déterminer K_1 et ω_1.



Pour la suite, on prend $\omega_1 = 4{,}1\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ et $K_s = K_m \cdot K_1 = 0{,}24\,\mathrm{rad \cdot V^{-1}}$.

Afin de stabiliser le système, la grandeur de commande est élaborée à partir des mesures de $\dot{\psi}(t)$ réalisée par le gyromètre), et de $\psi(t)$ (réalisée par combinaison de la mesure du gyromètre et du pendule). Le schéma-bloc obtenu est celui du document réponse.



Q3. Placer sur le schéma-bloc les deux informations, $U_v(p)$ et $U_p(p)$ respectivement mesure de la vitesse d'inclinaison du gyropode et sa position angulaire. Expliquer la fonction $K_v \cdot p$.

Q4. Déterminer la fonction de transfert $G(p) = \dfrac{\Psi(p)}{W(p)}$ pour $\alpha(p) = 0$. Mettre la fonction de transfert sous forme canonique d'un second ordre $G(p) = \dfrac{K_0}{1 + \dfrac{2 \cdot \xi_0}{\omega_0} \cdot p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$.

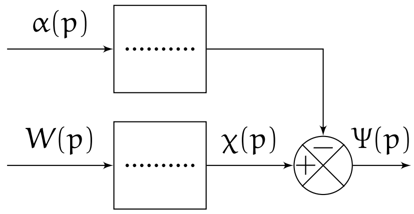
On choisit une pulsation propre ω_0 proche de celle du système mécanique, c'est-à-dire : $\omega_0 = 1{,}5 \cdot \omega_1 = 6{,}15\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

Q5. Afin d'optimiser le fonctionnement du gyropode, on souhaite mettre la fonction de transfert sous la forme $G(p) = \dfrac{K_0}{(1 + \tau_G \cdot p)^2}$. Déterminer K_p et K_v.

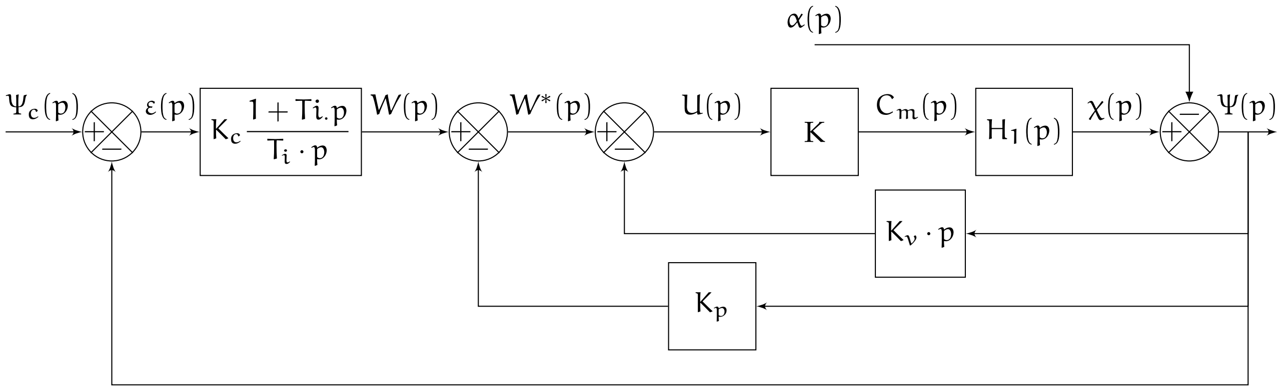
Pour la suite, on prend $G(p) = \dfrac{K_0}{\left(1+\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2} = \dfrac{0,1}{\left(1+\dfrac{p}{6,15}\right)^2}$, $K_v = 3,05$ et $K_p = 13,54$.

Q6. Déterminer $G_\alpha(p) = \dfrac{\Psi(p)}{\alpha(p)}$ pour $W(p) = 0$.

Q7. En déduire que le schéma-bloc peut se mettre sous la forme ci-dessous.



Afin d'améliorer le comportement, on insère un correcteur $C(p) = K_c \dfrac{1+T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$ dans la boucle d'asservissement de position. On choisit $T_i = \dfrac{1}{\omega_0}$.



Q8. Déterminer $G_O(p) = \dfrac{\Psi(p)}{\varepsilon(p)}$ pour $\alpha(p) = 0$ puis $H_F(p) = \dfrac{\Psi(p)}{\Psi_c(p)}$.

Afin d'obtenir un comportement sans oscillations le plus rapide possible, on choisit K_c tel que la fonction de transfert s'écrit $H_F(p) = \dfrac{K_F}{(1+\tau_F \cdot p)^2}$.

Q9. Déterminer K_c puis en déduire K_F et τ_F.

Q10. Déterminer la valeur finale pour $\Psi_c(t) = \Psi_0 \cdot \mathcal{H}(t)$ avec $\Psi_0 = 10°$ et $\alpha(t) = 0$.

Q11. Déterminer la transformée inverse de $\Psi_(p)$ puis tracer la réponse temporelle, préciser le temps de réponse à 5%.