

## 1.6 Feuille de travaux dirigés n°1

### Exercice 1 - Pied de Grue

extrait de Centrale PSI 2013

Corrigé page 37

#### A. Stabilité du portique sur ses appuis

Objectif Évaluer le risque de basculement lorsque le portique est soumis au vent et lors du levage d'un conteneur.

La forme très élancée du portique présente des risques de basculement lors de la manipulation des conteneurs les plus lourds et par grand vent. Il s'agit de lever ces risques.

Le centre de gravité du portique seul est noté  $G_P$ , le centre de gravité du chariot  $G_{ch}$  et le centre de gravité de l'ensemble mobile {spreader et conteneur}  $G_3$ . Soient  $l_x = 17m, l_y = 15m, H = 32m$  et  $h = 25m$  (figure 1.11).

La grue doit pouvoir se déplacer normalement en translation dans une plage de vents de 0 à 120 kilomètres par heure. Elle ne doit jamais basculer (vitesse maximale du vent mesurée au cours des 100 dernières années :  $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ).

La prise au vent latérale est très forte et sera modélisée par une force :  $\vec{F}_{vent} = \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot V^2 \cdot \vec{x}$  appliquée en K (figure 6), avec  $\lambda = 800 \text{ N s}^2 \text{ m}^{-2}$ .

La liaison galets-rail supporte les 1080 tonnes du portique. En raison des pressions admissibles aux contacts, plusieurs galets sont nécessaires pour chaque pied. Les questions suivantes visent à élaborer un modèle statique d'un pied pour conclure sur le critère de non basculement de la grue.

**Q1.** Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle plan d'un seul pied, de la liaison portique/sol donné sur la figure 1.12a. En déduire la répartition de la charge entre les 8 galets.

**Q2.** À partir de l'étude des mobilités du pied décrit figure 4, proposer une liaison équivalente à la liaison assurée par un pied entre le portique et le rail, dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$  de la figure 1.12a, en précisant ses caractéristiques géométriques.

**Q3.** Déterminer littéralement, dans le cadre d'une modélisation dans le plan  $(\vec{x}, \vec{z})$  de la figure 1.11, les efforts normaux du sol sur la grue transmis par les pieds « gauche » et « droit », lorsque la grue est soumise au vent. (Hypothèses : le mouvement suivant  $\vec{z}$  du conteneur ne sera pas considéré ; le chariot et le portique sont immobiles ; la masse des poutres supérieure, inférieure et des supports de galets est négligeable devant  $M_p$ .)

**Q4.** En déduire la valeur (en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ) de la vitesse de vent  $V_1$  pour laquelle la grue bascule. En déduire la valeur (en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ) de la vitesse de vent  $V_2$  pour laquelle la grue glisse, en considérant au contact roue/rail un modèle de frottement sec de coefficient  $f = 0,2$ .

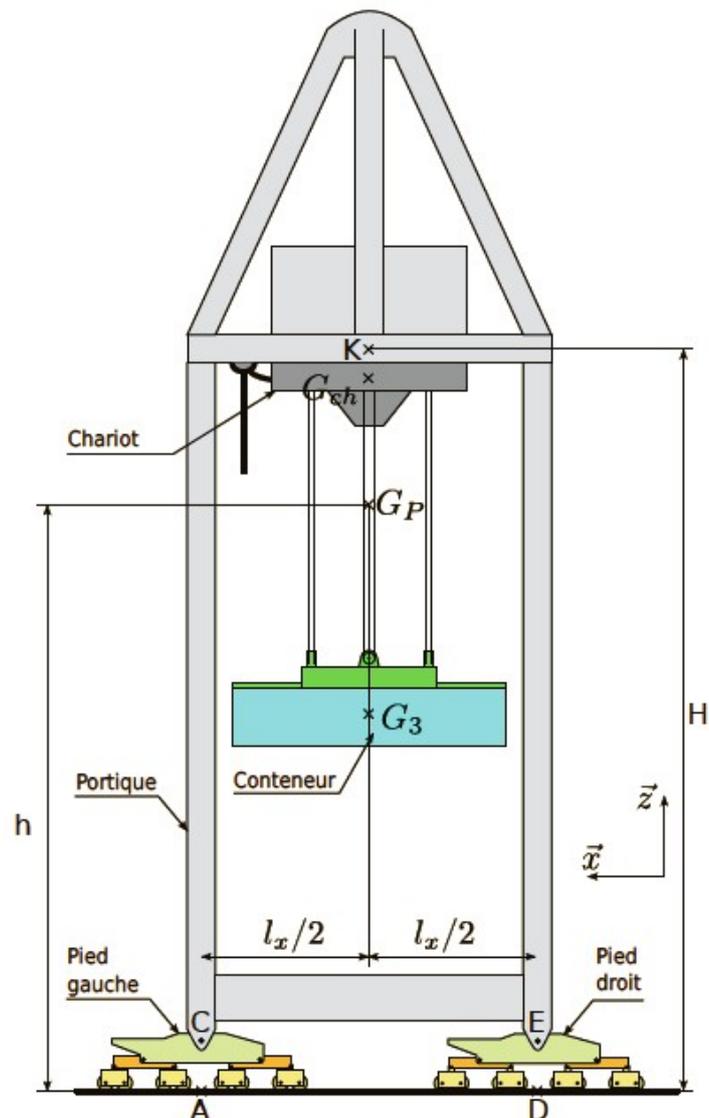
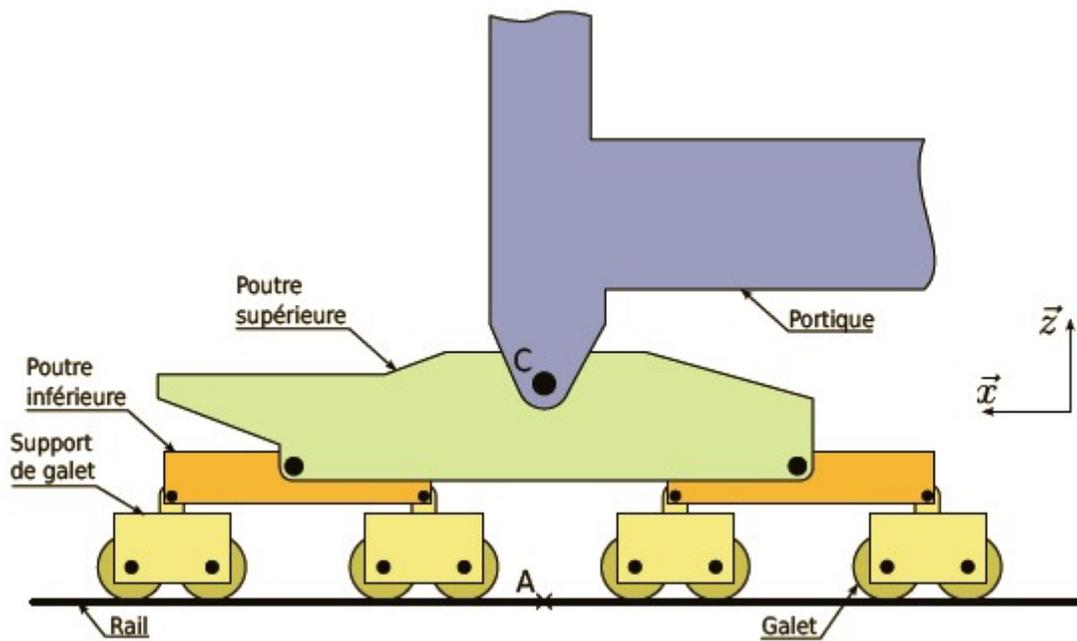


FIGURE 1.11 – Vue longitudinale du portique



(a) Architecture d'un pied de la grue (chaque point noir représente une liaison pivot)



(b) Photographie du pied de grue

**Devoir 2 - PT-SIC-aterrisseur.tex**

*adapté de SIC-PT*

*Corrigé page 37*

Nous proposons d'étudier dans ce sujet un train d'atterrissage avant d'avions civils conçu et fabriqué par la société Messier-Dowty. Messier-Dowty, société du Groupe SAFRAN, est le leader mondial de la conception et de la fabrication des systèmes de trains d'atterrissage. Les atterrisseurs Messier-Dowty équipent environ 20.000 appareils et réalisent plus de 35.000 atterrissages chaque jour. La société fournit tout ou partie des atterrisseurs d'avions tels que l'A380, l'A350 XWB, le 787 Dreamliner, le Falcon 7x, etc.

**Modélisation cinématique**



**Exercice 3 - Tête à polir le marbre**

Extrait de Centrale Supélec TSI 2001

Corrigé page 37

**Description et données**

Les patins abrasifs sont :

- entraînés en rotation autour d'un axe vertical ;
- animés d'un mouvement d'oscillation autour d'un axe horizontal.

Les patins utilisés sont également des patins standards, parallélépipédiques, dont la face inférieure devient progressivement cylindrique, sous l'effet de l'usure.

Les grains d'abrasif usés ne restent pas sous les patins et sont facilement éliminés par aspersion d'eau sur la pierre à polir.

- $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  est une base liée à la pièce  $i$  ;
- $\omega_{ij} = \frac{d\theta_{ij}}{dt}$  représente la mesure algébrique de la vitesse de rotation du solide  $i$  par rapport au solide  $j$ ,  $\theta_{ij}$  repérant l'orientation du solide  $i$  par rapport au solide  $j$  ;
- vitesse d'entrée :  $\vec{\Omega}_{1/0} = \omega_e \cdot \vec{z}$ ,  $\omega_e = 500$  tr/min.

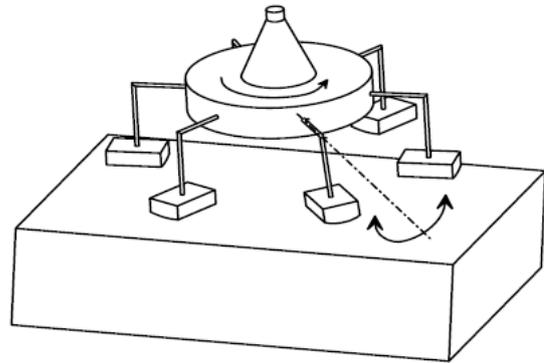


FIGURE 1.13 – Tête à polir

**Étude du mécanisme de transformation de mouvement**

Le mécanisme est schématisé sur la figure de la présente page.

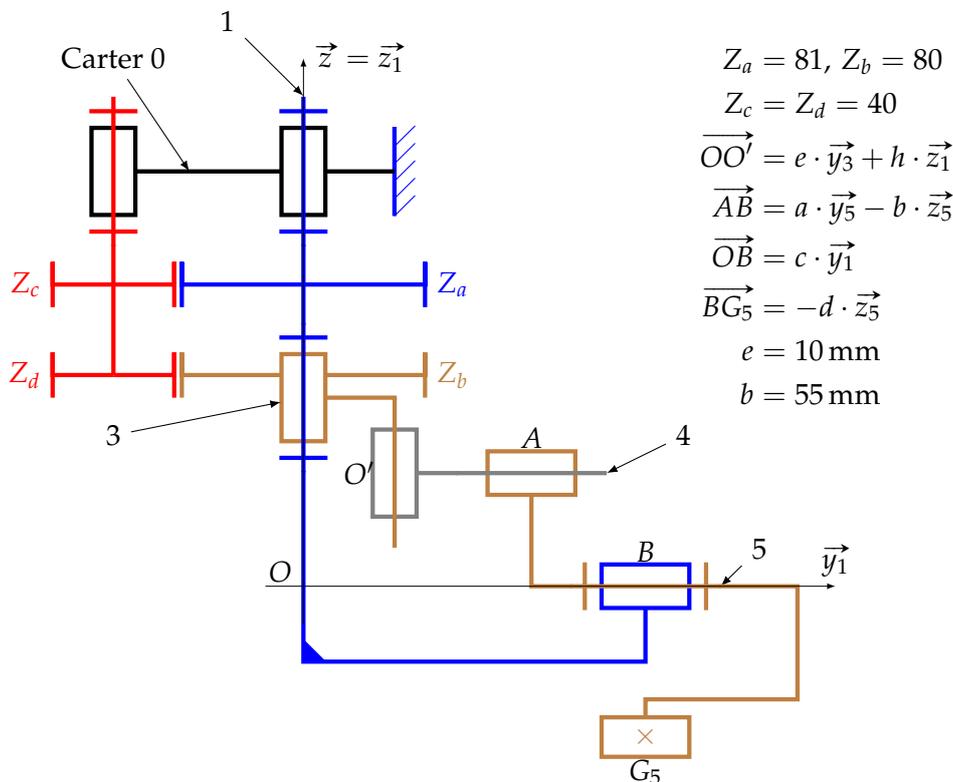


FIGURE 1.14 – Schéma cinématique tête à polir

Le mécanisme étudié est constitué de la chaîne fermée de solides 1 – 3 – 4 – 5 – 1 .

Le mouvement de rotation de 3 par rapport à 1 provoque un mouvement d'oscillation de la pièce 5 par rapport à 1. Ce mouvement correspond à la mobilité utile du système étudié. Les figures de rotation (figure 1.15) précisent les différents paramètres angulaires et les repères associés aux pièces.

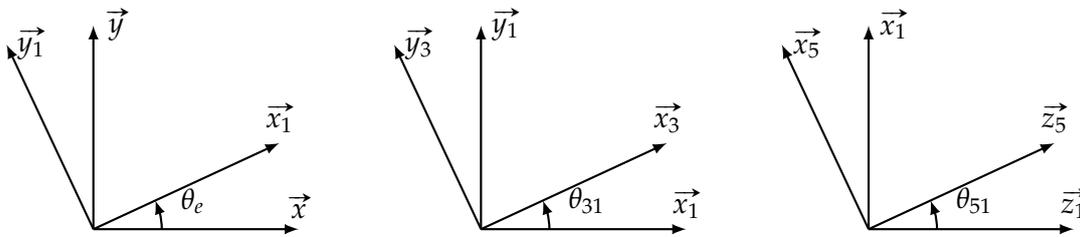


FIGURE 1.15 – Figures de calculs

**Q1.** Tracer le graphe des liaisons, en nommant les liaisons autres que la liaison 1–6 et en indiquant leurs caractéristiques géométriques.

**Q2.** En supposant l'absence de toute mobilité interne, calculer le degré d'hyperstatisme du système, sans écrire, pour l'instant, de fermeture de chaîne cinématique.

**Q3.** Exprimer les torseurs cinématiques suivant :

$$\{ \mathcal{V}_{3/1} \} \text{ en } O, \{ \mathcal{V}_{4/3} \} \text{ en } O', \{ \mathcal{V}_{5/4} \} \text{ en } O' \text{ et } \{ \mathcal{V}_{6/5} \} \text{ en } O.$$

**Q4.** Écrire les équations scalaires traduisant la fermeture de la chaîne cinématique au point  $O'$ .

**Q5.** Retrouver le degré de mobilité et d'hyperstaticité.

Afin de rendre le mécanisme isostatique, il faut rajouter, dans les liaisons composant la chaîne cinématique étudiée, un nombre de degrés de liberté au moins égal au degré d'hyperstatisme. On peut rajouter un nombre de degrés de liberté supérieur au degré d'hyperstatisme à condition de ne pas modifier la loi entrée-sortie du mécanisme. Apparaîtront alors une (ou plusieurs) mobilité(s) interne(s). Une possibilité de modification concerne la liaison 3 – 4.

**Q6.** Proposer une modification de la liaison 3 – 4 permettant de rendre le mécanisme isostatique. Écrire son torseur cinématique et montrer son incidence sur les équations de fermeture cinématique. Si cette modification entraîne l'apparition d'une (ou plusieurs) mobilité(s) interne(s), la (les) citer.

**Attention :** Le schéma cinématique est réalisé dans la position de référence du mécanisme pour laquelle les liaisons pivot ou pivot glissant 1 – 3, 3 – 4, 4 – 5 et 5 – 1 sont coplanaires

**Remarque 1 :** Le schéma ci-dessus permet d'étudier la cinématique du mécanisme. Il est donc nécessaire d'y faire apparaître de façon rigoureuse les liaisons et leurs positions respectives, mais les formes données aux pièces n'ont aucune importance.

**Remarque 2 :** On réalise du déport de denture afin que les entraxes des engrenages a – c et b – d puissent être égaux bien que  $Z_a$  et  $Z_b$  soient différents.

#### Exercice 4 - Groupe d'exploitation hydraulique

Extrait CCP 2000

Corrigé page 39

Le barrage hydroélectrique de Serre-Ponçon est équipé de turbines Pelton.

L'étude porte sur une partie du groupe d'exploitation hydraulique représentée et modélisée sur la figure 1.16.

La liaison entre le rotor (2) et la structure en béton (1) est réalisée par trois paliers, deux paliers cylindriques en A (palier 3) et C (palier 4) et un palier plan en B (palier 5). Les trois paliers sont en liaison complète démontable avec la structure en béton. La nature du contact des liaisons 2–3 et 2–5 est considérée comme « cylindrique courte ( $l \leq d_0$ ) ».

$$\overrightarrow{AB} = b \cdot \vec{z}, \overrightarrow{AC} = c \cdot \vec{z}$$

**Q1.** Donner le nom du modèle retenu et le torseur cinématique associés à chacune des liaisons 2–3, 2–4 et 2–5.

**Q2.** Tracer un schéma cinématique représentant ces trois liaisons.

**Q3.** Tracer le graphe des liaisons et déterminer le degré d'hyperstatisme du montage bâti - rotor et donner le degré de mobilité. Quel est l'intérêt de cette solution ?

**Q4.** Déterminer le torseur cinématique de la liaison équivalente 0–2.

**Q5.** Déterminer le degré d'hyperstaticité du mécanisme. Quel est l'intérêt de cette réalisation ?

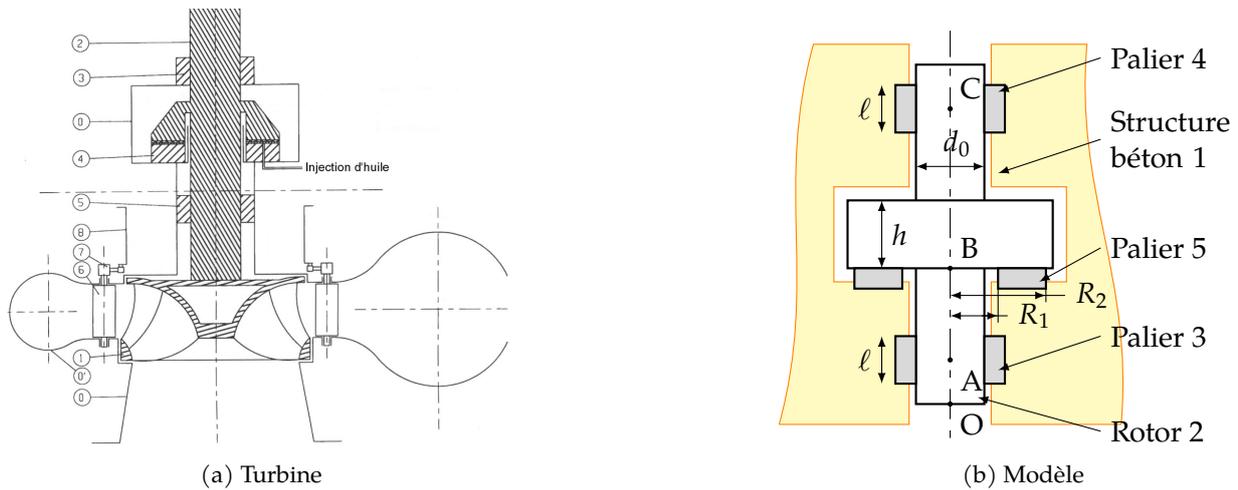


FIGURE 1.16 – Turbine Pelton

### Exercice 5 - Exosquelette

E3A PSI 2019

Corrigé page 40

#### A. Données

L'exosquelette est conçu pour être utilisé quotidiennement pendant plusieurs heures d'affilée par une personne paralégique qui ne ressent, par définition, pas la douleur au niveau des membres inférieurs. Ainsi, en cours de fonctionnement, les jambes de l'utilisateur pourraient être endommagées sans que ce dernier ne s'en rende compte à temps. Les traumatismes corporels possibles peuvent être de deux types :

- Musculaire et (ou) articulaire si les articulations de l'exosquelette se trouvent décalées par rapport aux articulations de l'utilisateur.
- Cutanées si la chair est cisailée par les fixations qui maintiennent l'utilisateur dans l'exosquelette.

Pour réaliser cette étude, un modèle cinématique simplifié de l'exosquelette est proposé Figure 1.18. Chaque jambe est composée trois solides : le fémur (2) ou (2'), le tibia (3) ou (3') et le pied (4) ou (4'). Ces solides sont reliés par des liaisons pivots situées au genou (point B) et à la cheville (point C). Le bassin (1) est également en liaison pivot à la hanche (point A) avec le fémur (2) ou (2'). Le point I représente la position théorique du nombril de l'utilisateur.

Il est nécessaire de s'assurer que l'exosquelette peut s'adapter à toute personne mesurant entre 1,50 m et 1,90 m.

Ainsi l'espacement entre les articulations de l'exosquelette doit être réglable. Ce réglage se fait via des liaisons glissières intégrées au fémur et au tibia de chaque jambe de l'exosquelette (Figure 1.19b).

La figure 1.19b donne une première solution technologique pour réaliser les liaisons glissières de direction! entre les solides (2.1) et (2.2) ainsi que (3.1) et (3.2). Elle consiste à employer deux contacts cylindre / cylindre.

- Q1.** Sur la figure 1.19b, identifier les liaisons entre les solides (1) (ou (2.1)) et (2) (ou (2.2)). Démontrer par le calcul que la liaison équivalente entre ces deux solides est bien une liaison glissière.
- Q2.** Est-il possible de déterminer toutes les inconnues des actions transmissibles par les deux liaisons, en déduire le degré d'hyperstatisme du modèle donné figure 1.19b.
- Q3.** Y-a-t-il des contraintes géométriques à respecter ?

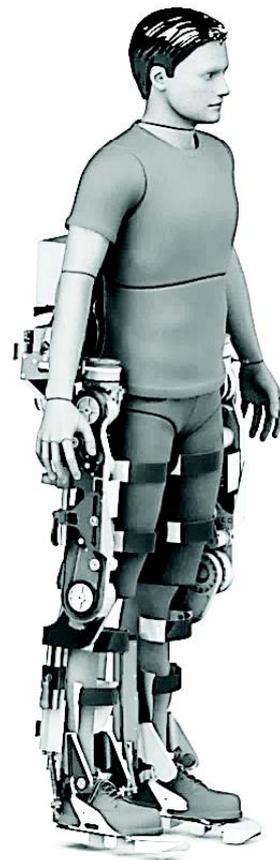


FIGURE 1.17 – Exosquelette

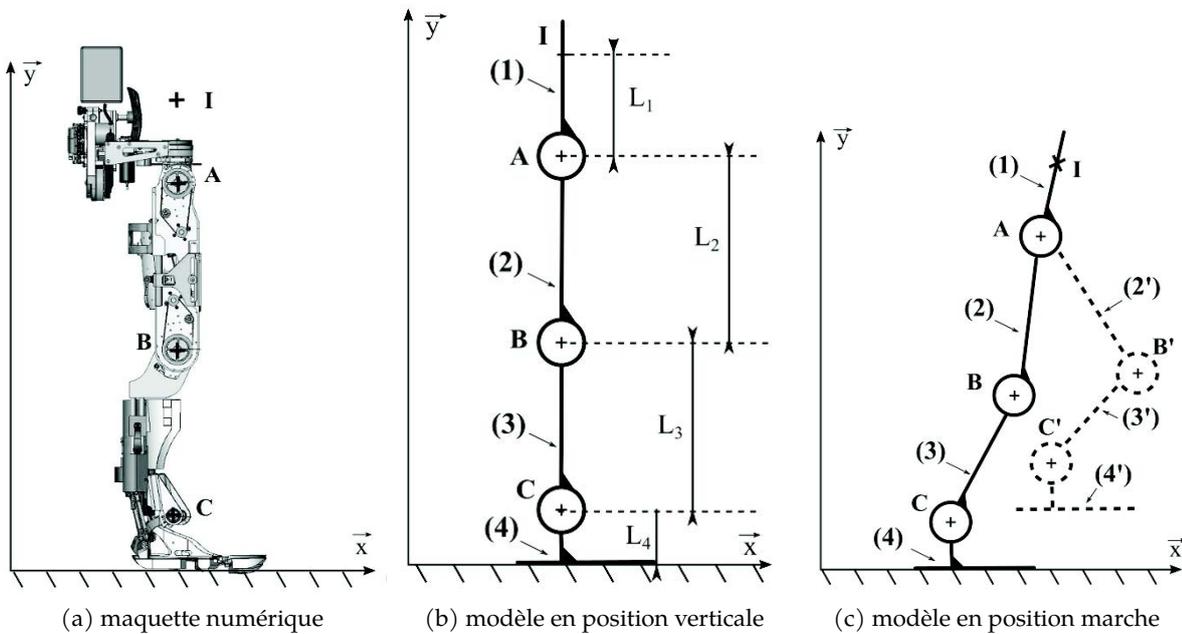


FIGURE 1.18 – modèle cinématique de l'exosquelette

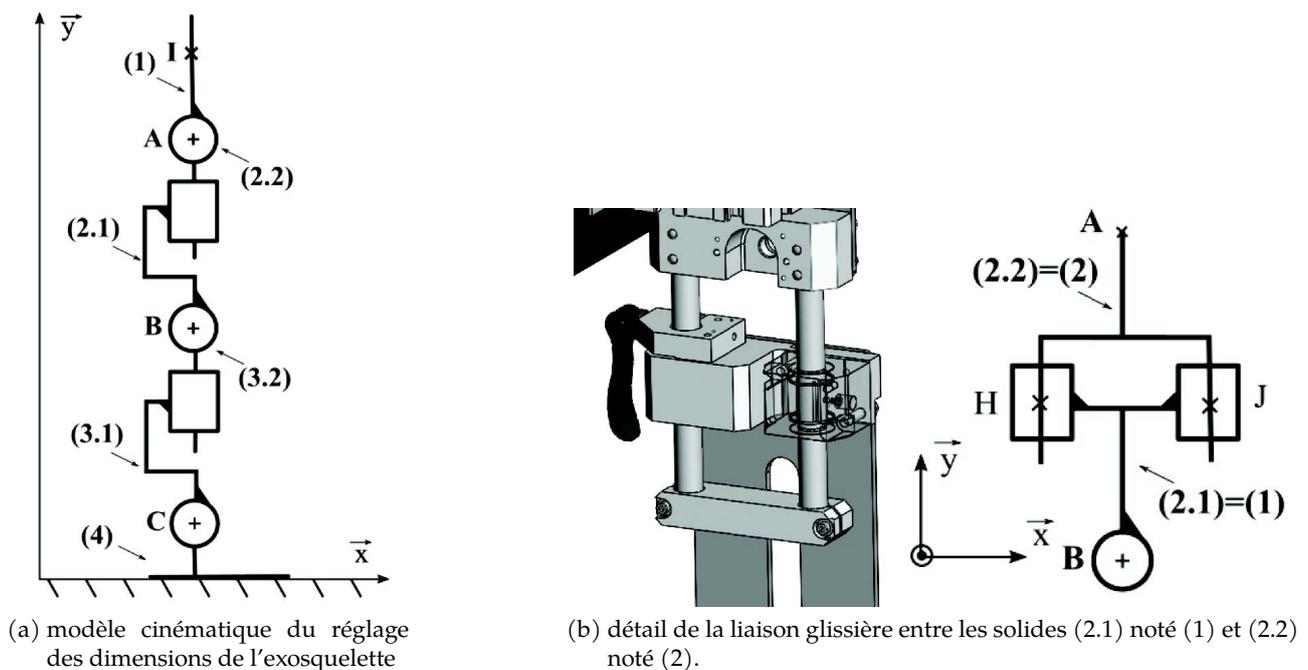


FIGURE 1.19 – réalisation et modélisation de la liaison glissière

Pour des questions de confort de manipulation, le réglage des dimensions de l'exosquelette doit se faire sans difficulté pour l'utilisateur. Le respect de cette exigence passe par la nécessité d'avoir un minimum de contraintes géométriques entre les composants du mécanisme de réglage. Ainsi le modèle de ce dernier devra être isostatique.

**Q4.** En modifiant/remplaçant une liaison dans le modèle donné figure 1.19b, proposer une solution isostatique pour le mécanisme de réglage étudié.

Le schéma cinématique du modèle de la solution choisie par l'entreprise Wandercraft est donné figure 1.20. Cette solution nécessite de rajouter une pièce intermédiaire notée (3) entre les solides (1) (ou (2.1)) et (2) (ou (2.2)).

**Q5.** Réaliser le graphe de liaison de cette solution.

**Q6.** Déterminer la liaison équivalente entre les solides (1) et (2) réalisée par la combinaison de deux

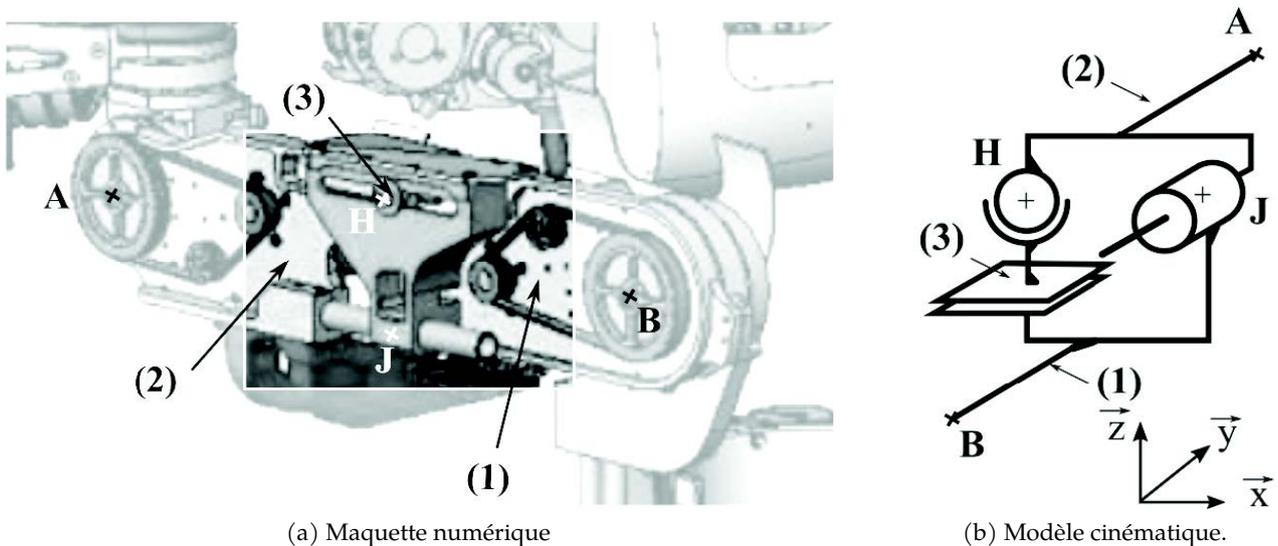


FIGURE 1.20 – Solution choisie par l’entreprise Wandercraft pour réaliser le réglage en longueur de l’exosquelette.

liaisons. Comparer cette solution à celle trouvée à la question Q4, expliquer son intérêt. et expliquer son intérêt.

Q7. Conclure sur la solution adoptée.

**Exercice 6 - Pompe à boues**

*d’après concours général*

*Corrigé page 41*

Cette pompe à boues (figure 1.21), utilisée dans la centrale de traitement des eaux usées de Marseille, est prévue pour assurer un débit nominal de  $1 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$

Un moteur (non représenté) de 21 kW entraîne le vilebrequin (1) à une fréquence de rotation constante de 0,8 tr/s par l’intermédiaire de deux étages de réduction (non représentés). Le mécanisme bielle–manivelle transforme le mouvement de rotation en un mouvement rectiligne alternatif du piston double effet (seul le guide du piston – maneton (4)– est représenté).

- L’excentricité  $e = 100 \text{ mm}$ .
- L’entraxe entre la tête et le pied de bielle est  $L = \|\overrightarrow{A_1C_1}\| = \|\overrightarrow{A_2C_2}\| = 525 \text{ mm}$ .
- La pompe comprend deux systèmes bielle - manivelle décalés de  $90^\circ$  (carter(0) - (vilebrequin(1) bielle(2), maneton(4)) et (carter(0) - (vilebrequin(1) bielle(3), maneton(5))).
- Les liaisons en  $B_1$  et  $B_2$  entre le vilebrequin et le carter sont réalisées par des roulements à rotule sur rouleaux (figure 1.22).

Q1. Le vilebrequin est en liaison en  $B_1$  et  $B_2$  avec le carter, proposer un modèle pour chaque liaison élémentaire, en déduire la liaison équivalente (on conservera pour la suite uniquement la liaison équivalente).

Q2. Identifier les autres liaisons de la pompe à boues.

Q3. Tracer le graphe de structure du mécanisme complet.

Q4. Tracer le schéma cinématique 3D du mécanisme.

Q5. Évaluer le degré d’hyperstaticité du mécanisme (ne pas prendre en compte l’arbre moteur).

Q6. Proposer plusieurs solutions pour rendre le mécanisme bielle - manivelle isostatique.



FIGURE 1.22 – Roulement à rotule sur rouleaux

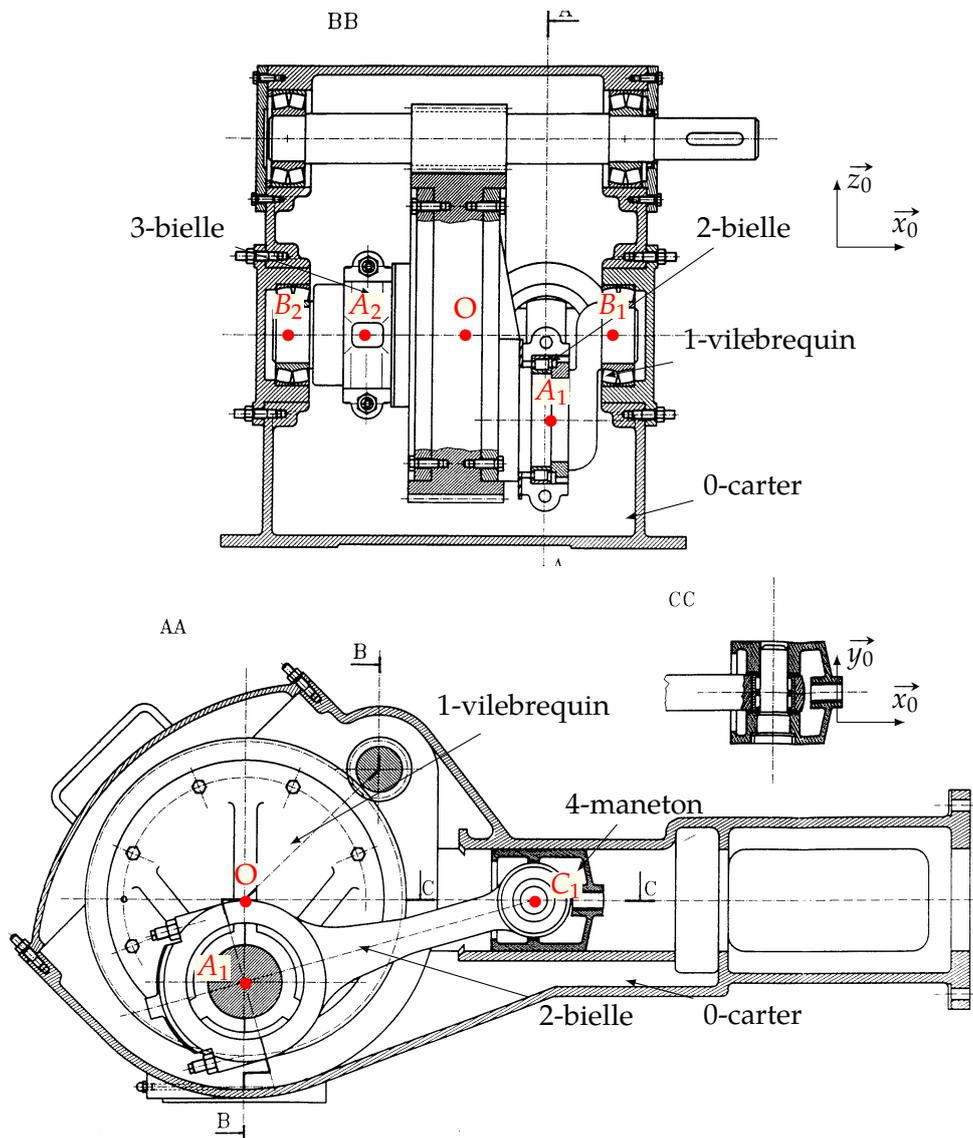


FIGURE 1.21 – Pompe à boues