

## 7.4 Feuille de travaux dirigés n°7

### Exercice 1 - Robot assistant « EFFIBOT »

Adapté de Icna 2018

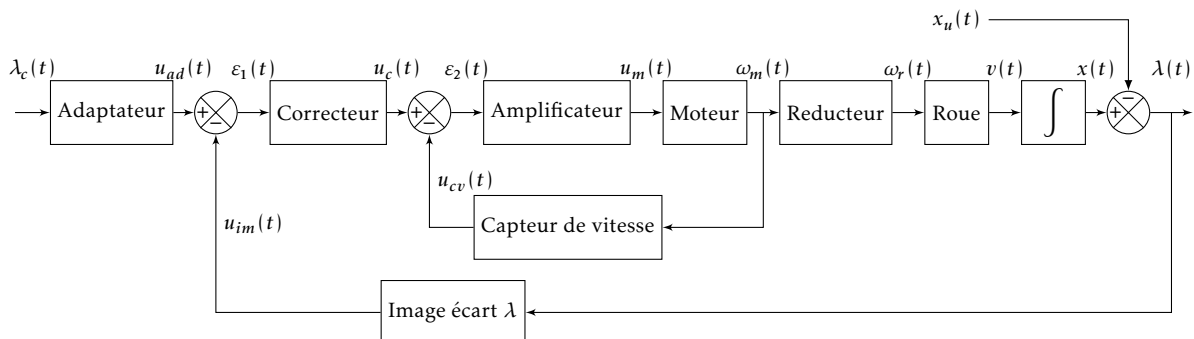
Corrigé page 42

#### A. Présentation

Ce robot est un robot d'aide à la personne permettant de transporter des charges lourdes. Il est actuellement développé par la société française Efficience. Cette société développe ce robot afin de répondre au plus près au besoin des utilisateurs en proposant différentes évolutions des modèles disponibles. Le principe du fonctionnement d'« Effibot » est relativement simple. L'utilisateur se place devant le robot qui le repère, à l'aide de différents capteurs et d'un traitement des informations. Le robot Effibot suit alors à une distance constante l'utilisateur.



Le schéma-blocs fonctionnel du système d'asservissement de suivi d'une personne est présenté sur la figure suivante. On suppose que la charge est équi-répartie sur chacune des roues et que le déplacement se fait en ligne droite parfaitement horizontale. Le déplacement de « l'Effibot » est assuré par 4 roues-moteurs. Chacune des roues peut donc avoir un comportement qui lui est propre. Puisque l'étude s'effectue en ligne droite parfaitement horizontale et que la charge est équi-répartie, on suppose alors un comportement équivalent pour chacune d'entre elle. L'inertie équivalente ramenée sur chacune des roues-moteurs est donc égale. Ce qui nous amène à étudier l'asservissement sous cette forme :



- $\lambda_c$  est la consigne d'écart (en m) que l'on veut maintenir entre l'utilisateur et « l'Effibot ».
- $\lambda$  est la valeur d'écart (en m) entre l'utilisateur et « l'Effibot ».
- L'adaptateur est un gain pur :  $K_{ad}$  (en  $V \cdot m^{-1}$ ) permettant d'adapter la consigne d'écart en tension de commande.
- Le capteur « Image écart  $\lambda$  » renvoie une tension image de l'écart réel entre l'utilisateur et le système, celui est modélisé par un gain pur  $K_{im}$  (en  $V \cdot m^{-1}$ ). Cette information est en réalité issue des différents capteurs du robot et traitée par le module « Effinav ».
- L'amplificateur est modélisé par un gain pur :  $K_{am}$ .
- Le capteur de vitesse est modélisé par un gain pur :  $K_{cv}$  (en  $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ ).
- Le réducteur est modélisé par un gain pur :  $K_r$ .
- La roue de « l'Effibot » a un rayon  $R_r$  (en m).
- Le correcteur, l'amplificateur et le moteur sont modélisés dans la suite du sujet.
- Le déplacement utilisateur  $x_u(t)$  est modélisé par une rampe de pente  $a = 1,4 m \cdot s^{-1}$ . Il sera vu comme une perturbation du système.

## B. Modélisation

On souhaite pouvoir modéliser l'asservissement du système par le schéma-blocs ci-contre : avec  $\Lambda_c(p)$ ,  $\Lambda(p)$  et  $X_u(p)$  les transformées de Laplace de  $\lambda_c(t)$ ,  $\lambda(t)$  et  $x_u(t)$ .

**Q1.** Justifier alors que  $K_{ad} = K_{im}$ .

Le moteur permettant la mise en rotation d'une roue est un moteur brushless DC 48 V. On peut alors le modéliser par un moteur à courant continu.

La fonction de transfert du moteur peut alors se mettre sous la forme d'une fonction de transfert du second ordre de gain  $K_{mot}$ , de facteur d'amortissement  $\xi_{mot}$  et de pulsation propre  $\omega_{mot}$ .

**Q2.** Donner la fonction de transfert du moteur  $M(p)$ .

La fonction de transfert de la boucle de vitesse est définie par  $H_{bv}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$ , avec  $\Omega_m(p)$  la transformée de Laplace de  $\omega_m(t)$  et  $U_c(p)$  celle de  $u_c(t)$ .

**Q3.** Déterminer la fonction de transfert de la boucle de vitesse  $H_{bv}(p)$ . Mettre sous forme canonique.

On note pour la suite

$$H_{bv}(p) = \frac{K_{bv}}{1 + \frac{2 \cdot \xi_{bv}}{\omega_{bv}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{bv}^2}}$$

**Q4.** Déterminer  $K_{am}$  pour avoir un temps de réponse minimal sans dépassement de la boucle de vitesse en fonction des autres paramètres. Justifier alors que la fonction de transfert  $H_{bv}(p)$  s'écrit :

$$H_{bv}(p) = \frac{K_{bv}}{\left(1 + \frac{p}{\omega_{bv}}\right)^2}$$

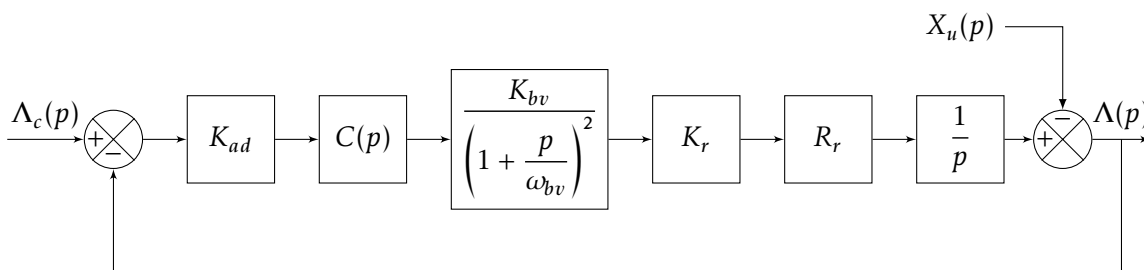
## C. Étude des performances de l'asservissement

Le cahier des charges concernant les performances de l'asservissement est donné ci-dessous :

Exigence	Critères	Niveaux
Suivre un utilisateur à une distance imposée	Stabilité	$M_G \geq 10 \text{ dB}$ en boucle ouverte
		$M_\phi = 45^\circ$ en boucle ouverte
	Précision	Erreur statique nulle lors d'un déplacement de l'utilisateur $\lambda(t \rightarrow \infty) = \lambda_c$
	Rapidité	La pulsation $\omega_{0dB} \geq 30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ de la boucle ouverte

Pour rappel, dans notre étude, le déplacement de l'utilisateur  $x_u(t)$  est modélisé par une rampe de pente  $a$ . La consigne d'écart  $\lambda_c(t)$  entre l'utilisateur et « l'Effibot » est un échelon d'amplitude  $\lambda_0 = 1 \text{ m}$ .

D'après les différentes hypothèses et modélisations réalisées précédemment, le schéma-blocs de l'asservissement en écart de « l'Effibot » est alors le suivant :



avec  $C(p)$  la fonction de transfert du correcteur.

**Q5.** Donner la fonction de transfert en boucle ouverte  $B_O(p) = C(p) \cdot \frac{K_o}{D_o(p)}$  avec  $K_o$  le gain de la FTBO et  $D_o(p)$  le dénominateur de la FTBO écrit sous sa forme canonique la plus simple.

On cherche à synthétiser une correction permettant de vérifier l'ensemble du cahier des charges. On se propose d'utiliser une approche incrémentale.

### C.1. Premier correcteur

On cherche tout d'abord à régler la marge de phase. Le diagramme de Bode de la FTBO( $p$ ) est donné pour  $C(p) = 1$  (figure 7.28).

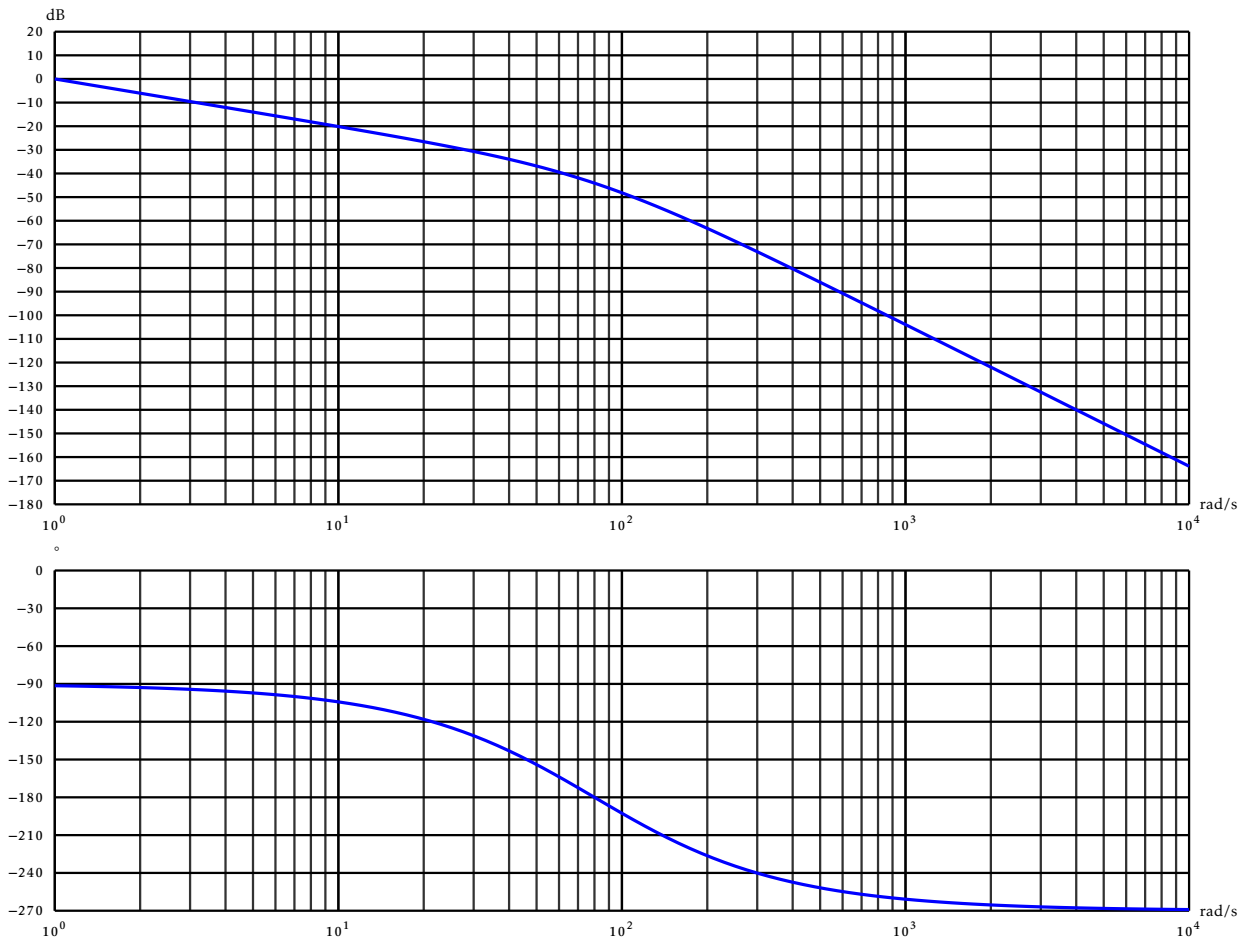


FIGURE 7.28 – Diagrammes de Bode de la FTBO

**Q6.** Le système étudié est-il stable en boucle fermée ?

On pose  $C(p) = K_p$ .

**Q7.** Déterminer graphiquement la valeur maximale de  $K_p$  qui assure la stabilité.

**Q8.** Déterminer analytiquement la valeur maximale de  $K_p$  en fonction des différents paramètres de  $K_o$  et  $\omega_{bv}$ . Déterminer graphiquement  $K_o$  et  $\omega_{bv}$ , en déduire la valeur de  $K_p$ .

**Q9.** Déterminer  $K_p$  permettant de vérifier le critère de la marge de phase.

**Q10.** Le critère de bande passante est-il vérifié ?

### C.2. Validation du critère d'erreur statique

On prend pour  $C(p) = K_p = K_{135}$  la valeur trouvée pour le respect de la marge de phase.

**Q11.** Déterminer  $\Lambda(p)$  en fonction de  $\Lambda_c(p)$  et  $X_u(p)$ .

On se place dans un cas particulier de test. On place une cible mobile devant les capteurs de l'Effibot. La cible se déplace à vitesse constante  $v(t) = a\mathcal{H}(t)$  ( $\mathcal{H}(t)$  fonction de Heaviside).

On place une consigne  $\lambda_c(t) = 0$ .

**Q12.** Déterminer la valeur finale de  $\lambda(t \rightarrow \infty)$ . Conclure sur le respect de l'exigence relative à la précision statique.

On choisit afin d'améliorer la précision le correcteur décrit par le schéma-blocs de la figure 7.29.

**Q13.** Déterminer la fonction de transfert du correcteur  $C(p) = \frac{U_c(p)}{\varepsilon_1(p)} = K_{135} \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$

**Q14.** Donner la désignation de ce correcteur, préciser l'intérêt et les risques.

**Q15.** Déterminer la FTBO avec ce correcteur.

Une méthode de réglage usuelle de ce correcteur est de choisir  $T_i$  égal à la plus grande des constantes de temps de la FTBO.

**Q16.** Justifiez qu'ici cette méthode n'est pas applicable.

On hésite entre deux valeurs pour  $T_i$  :  $T_{i1} = \frac{10}{\omega_{bv}}$  et  $T_{i2} = \frac{1}{10 \cdot \omega_{bv}}$ .

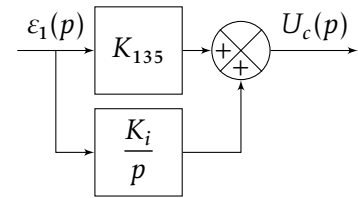


FIGURE 7.29 – second correcteur

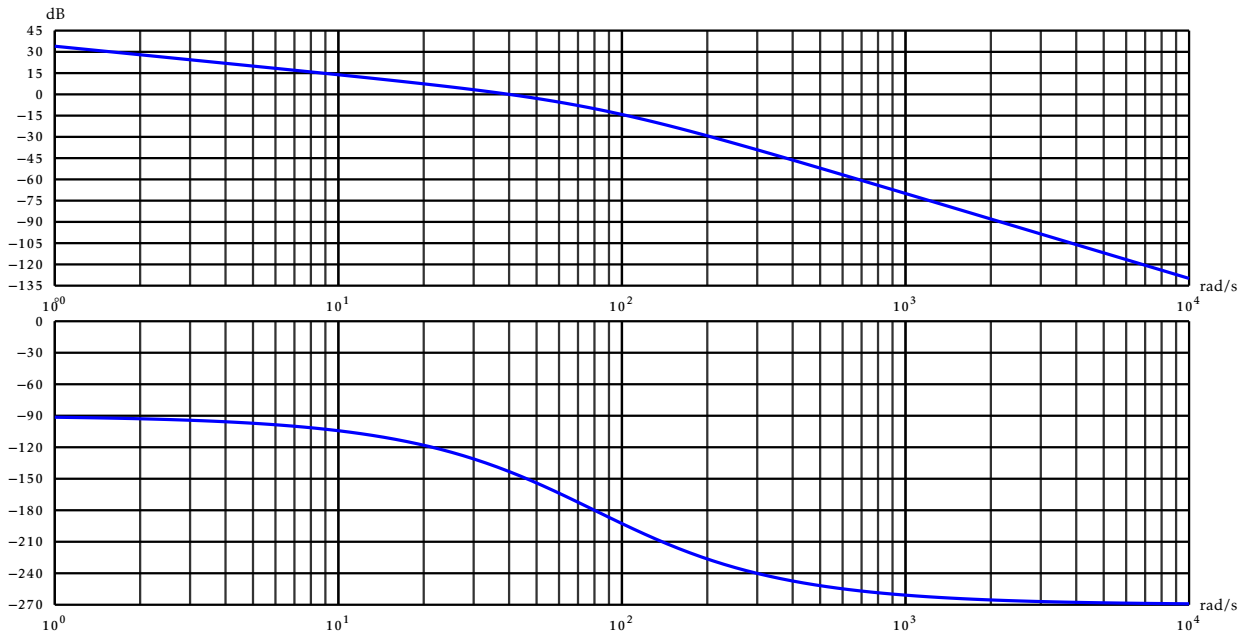


FIGURE 7.30 – Diagrammes de Bode avec  $C(p) = K_{135}$

**Q17.** Tracer sur la figure 7.30 les diagrammes de Bode de  $\frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$  pour les deux valeurs de  $T_i$ . Quelle valeur faut-il choisir pour que le système soit stable ?

On constate à l'issue de ce réglage que le système est maintenant conforme du point de vue de l'erreur statique mais que les marges ont diminuées.

**Q18.** Quel correcteur peut-on encore ajouter en série, pour améliorer les marges ?

### C.3. Analyse temporelle

Une simulation de l'asservissement établi met en avant une tension d'alimentation du moteur brushless de 1 000 V. Ceci n'est pas physiquement viable car la tension d'alimentation maximale du moteur est limitée à 48 V.

**Q19.** Comment se nomme le phénomène dont il faudrait alors tenir compte dans la modélisation de la simulation établie ?

**Exercice 2 - Étude d'un accéléromètre**Adapté du concours d'entrée en 3<sup>e</sup> année de l'ENS Cachan

Corrigé page 45

Les capteurs d'accélération permettent des mesures statiques de gravité comme des mesures dynamiques de vibration. On les retrouve comme élément sensible des Airbags et désormais ils sont intégrés dans les manettes des dernières consoles de jeux vidéo (prise en compte des mouvements du joueur et de l'inclinaison de la manette). Ces capteurs sont désormais miniaturisés, ils tiennent dans des dimensions typiques de  $(3 \times 3 \times 1 \text{ mm}^3)$  et sont utilisés de plus en plus en mode asservi.

Nous nous intéressons ici à un accéléromètre associé à un mouvement purement rectiligne dont on notera l'accélération  $\gamma$ . L'accéléromètre est constitué d'une masse sismique  $m$ , retenue par un ressort de rappel de raideur  $k$  et soumise à un amortissement, du type frottement visqueux, de coefficient  $\lambda$  (Fig. 7.31). Dans le cadre de capteurs miniaturisés, on mesure le déplacement de la masse sismique par une détection capacitive, on obtient ainsi un signal tension  $V$  qui est proportionnel au déplacement de la masse sismique au sein du capteur via un gain  $K_V$ .

L'accéléromètre sera utilisé en mode asservi par l'application d'une force  $F$  qui permet de ramener la masse à sa position d'équilibre (obtenue sans accélération) lorsqu'elle subit une accélération  $\gamma$ . La commande de cette force  $F$  se fait à partir de la tension de mesure  $V$ .

Cette force est considérée comme directement proportionnelle à la tension de mesure, on lui associe alors un gain  $K_F$ . Elle vient s'opposer à l'effet de l'accélération  $\gamma$  qui s'applique sur la masse.

On note  $\mathcal{R}_B$  le repère associé au boîtier,  $\mathcal{R}_g$  le repère galiléen.

On notera, dans le domaine de Laplace,  $\Gamma(p)$  l'accélération du boîtier par rapport au repère galiléen que l'on cherche à mesurer,  $X(p)$  la position de la masse sismique,  $F(p)$  la force de contre-réaction et  $V(p)$  la tension permettant d'avoir une image électrique du déplacement de la masse.

**A. Mise en équation et modèle**

**Q1.** Établir le bilan des actions extérieures à la masse sismique.

**Q2.** Montrer que l'équation différentielle du mouvement de la masse sismique en fonction de  $m$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ,  $\gamma$  et  $F$  autour de la position d'équilibre  $x(0) = 0$  au repos s'écrit :

$$\gamma(t) - \frac{F(t)}{m} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x(t) + \frac{\lambda}{m} \cdot \frac{dx(t)}{dt}$$

Le schéma bloc figure 7.32 représente le fonctionnement du capteur en boucle fermée avec en entrée l'accélération  $\Gamma(p)$  et en sortie la tension de mesure  $V(p)$ .

**Q3.** Préciser les blocs  $A$  et  $B$ .

**Q4.** Montrez que  $H(p)$  peut se mettre sous la forme d'un second ordre

$$H(p) = \frac{H_0}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega} \cdot p + \frac{p^2}{\omega^2}}$$

Donner l'expression et la signification de  $H_0$ ,  $\xi$ , et  $\omega_0$ .

L'effet de la miniaturisation a comme conséquence des valeurs pour les paramètres  $(m, k, \lambda)$  peu conventionnelles ce qui fait ici la particularité du sujet. On prendra pour les calculs les valeurs sui-

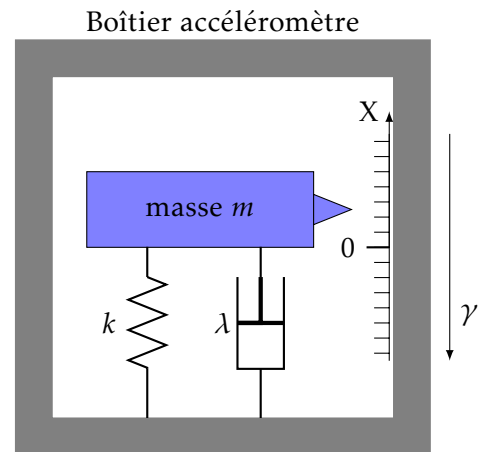


FIGURE 7.31 – Accéléromètre

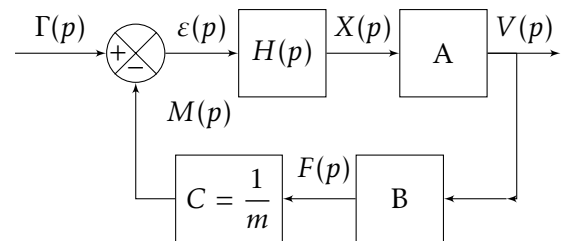


FIGURE 7.32 – Schéma bloc de l'accéléromètre asservi

vantes :  $m = 165 \mu\text{g}$ ,  $k = 0,3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $\lambda = 42 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Q5. En déduire les valeurs de  $H_0$ ,  $\xi$ , et  $\omega_0$ , commentez.

Q6. Sous une accélération continue  $\lambda$  de  $1\text{g}$ , ( $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ), quelle serait la valeur du déplacement de la masse sismique au sein du capteur s'il n'y avait pas d'asservissement ?

On prendra pour toute la suite du sujet :  $\xi = 0,1$ ,  $\omega_0 = 1,5 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $H_0 = 5 \times 10^{-1} \text{ s}^{-2}$ .

Q7. Que peut-on dire de ces valeurs pour un deuxième ordre ?

### B. Étude en boucle ouverte de l'accéléromètre

Q8.

Q8a. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte, du système complet, que l'on notera  $G(p)$  et que l'on exprimera sous la forme :

$$G(p) = \frac{M(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{G_0}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

On donne :  $K_V = 0,5 \text{ V} \cdot \mu\text{m}^{-1}$  et  $K_F = 0,6 \mu\text{N} \cdot \text{V}^{-1}$ .

Q8b. Calculer  $G_0$ .

Pour la suite du problème on prendra  $G_0 = 1$ .

**Remarque** : Pour la suite des calculs, au regard de la valeur de  $\xi$ , on pourra considérer que le terme ( $\xi^2$ ) est fortement négligeable devant 1.

Q9. Déterminer par le calcul, l'expression de la pulsation  $\omega_r$  pour laquelle le module de la fonction complexe  $G(j \cdot \omega)$  est maximum. Faire l'application numérique.

Q10. Déterminer l'expression de la marge de phase et de la pulsation associée  $\omega_{m\phi}$  pour laquelle le module de  $G(p)$  en dB est nul. Faire l'application numérique.

Q11. Tracer les diagrammes de Bode associés à  $G(p)$ . Vous y indiquerez les pulsations qui vous semblent pertinentes.

Q12. Que vaut la marge de gain ?

Q13. Au regard de ce tracé, que peut-on prédire du comportement en boucle fermée du système ?

### C. Étude en boucle fermée

On se place en boucle fermée. On s'intéresse désormais à la fonction de transfert suivante :

$$T(p) = \frac{V(p)}{\Gamma(p)}$$

Q14. Déterminer l'expression de la fonction de transfert  $T(p)$ .

Q15. Quelles sont la nature et les caractéristiques de  $T(p)$ .

Q16. Le système est-il stable ?

Q17. Déterminer la valeur finale de l'erreur en accélération  $\varepsilon_i$  avec  $\varepsilon(t) = \gamma(t) - \frac{F(t)}{m}$ .

Q18. Tracer l'allure de l'évolution temporelle de la tension  $V(t)$  lors de la réponse à un échelon d'accélération unitaire  $\gamma(t)$ .

Q19. On considère maintenant une rampe d'accélération  $\gamma(t) = a \cdot t \mathcal{H}(t)$ . Déterminer  $\varepsilon(t)$ . Que peut-on en déduire ?

Q20. Conclure sur les performances obtenues.

### D. Mise en place d'un correcteur

Afin d'améliorer les performances de l'accéléromètre, on insère en série dans la chaîne directe un correcteur du type P.I.D. dont la fonction de transfert théorique s'écrit :

$$C(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i \cdot p} + \tau_d \cdot p \right)$$

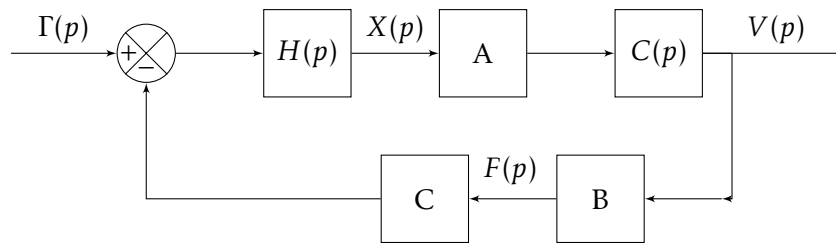


FIGURE 7.33 – Schéma bloc de l'accéléromètre corrigé

Q21. Justifier la place du correcteur dans ce schéma.

Afin de mettre en place le correcteur de manière simple, on pose  $\tau_i = 4 \cdot \tau_d$ .

Q22. Montrer alors que l'on peut exprimer  $C(p)$  sous la forme :

$$C(p) = C_0 \cdot \frac{(1 + T_1 \cdot p)^2}{T_1 \cdot p}$$

Exprimer  $T_1$  et  $C_0$ .

On souhaite trouver les paramètres  $C_0$  et  $T_1$  pour que la fonction de transfert ainsi corrigée présente une marge de phase de  $45^\circ$  en boucle ouverte pour la pulsation  $\omega_{45} = 2\,120 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Pour cette pulsation, on considérera que la fonction  $G(p)$  présente un gain de 1 et un déphasage de  $-165^\circ$ .

Q23. Déterminer le module et l'argument de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé en fonction de  $C_0$  et  $T_1$ .

Q24. Déterminer l'expression de  $C_0$  et  $T_1$  et faire l'application numérique.

Q25. Tracer les diagrammes de Bode associés à  $C(p)$  sur le même diagramme que précédemment. Quelles que soient les valeurs trouvées à la question précédentes, on prendra  $T_1 = 0,90 \text{ ms}$  et  $C_0 = 0,43$ .

Q26. Tracer l'allure du diagramme de Bode de la fonction de transfert ainsi corrigée en boucle ouverte. Faire ce tracé sur le même document (d'une couleur différente).

Q27. Calculer l'erreur statique du système ainsi corrigé.

Q28. Calculer l'erreur dynamique (erreur de traînage) du système ainsi corrigé.

Q29. Que peut-on espérer sur les performances dynamiques en boucle fermée ?

### Exercice 3 - TopChair S© -Asservissement

Adapté du concours CCP TSI

Corrigé page 49

#### A. Présentation du système

Plus d'autonomie pour plus de liberté! TopChair S© offre aux personnes à mobilité réduite une nouvelle possibilité de se déplacer sans assistance à domicile, au travail ou en ville. Ce fauteuil roulant électrique est capable de franchir obstacles et marches sans nécessiter l'installation d'une structure fixe.

TopChair S© innove avec un double système de déplacement : sur ses roues en terrain plat et sur ses chenilles pour franchir des marches. Les chenilles sont en caoutchouc avec une armature très résistante en acier.

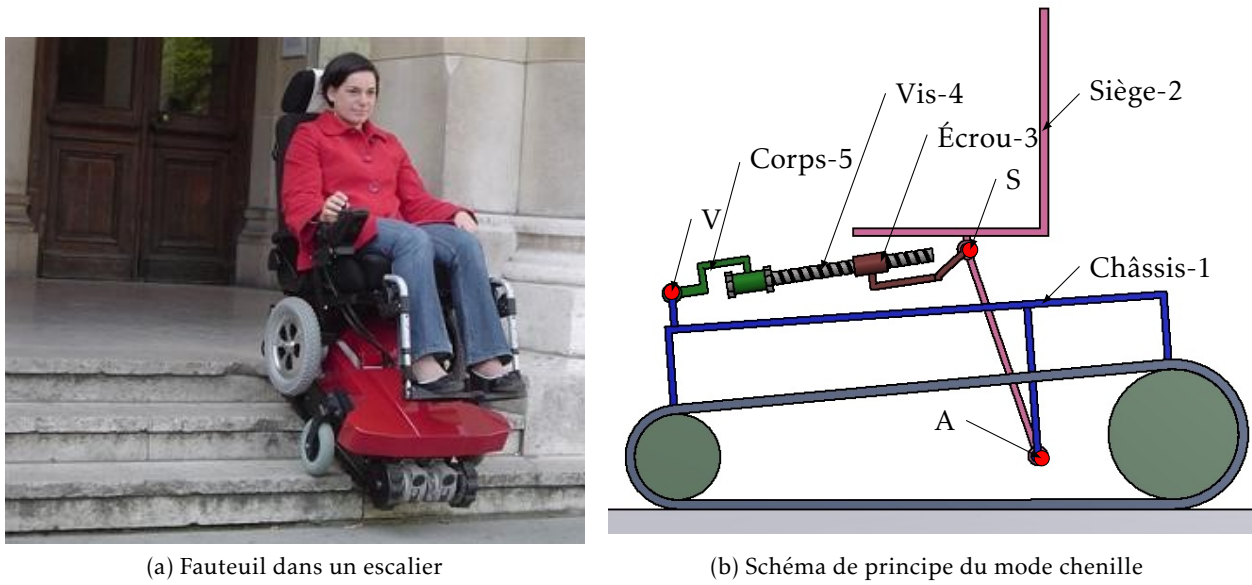
Un asservissement de position qui permet de maintenir l'orientation du siège constante quelle que soit l'inclinaison de la chaussée.

#### B. Établissement du modèle d'asservissement d'inclinaison

L'étude se limite à l'asservissement d'orientation qui permet de maintenir l'orientation du siège constante quelle que soit l'inclinaison de la pente. On ne considère dans cette étude qu'un fauteuil sur chenilles (figure 7.34b), les roues étant repliées.

Le modèle retenu pour l'étude est schématisé sur la figure 7.35 page suivante, la représentation est limitée à la cinématique de l'inclinaison du siège. Ce modèle comporte quelques simplifications géométriques par rapport au mécanisme réel afin de limiter les calculs.

## B.1. Modélisation cinématique



(a) Fauteuil dans un escalier

(b) Schéma de principe du mode chenille

FIGURE 7.34 – fauteuil roulant TopChair S©

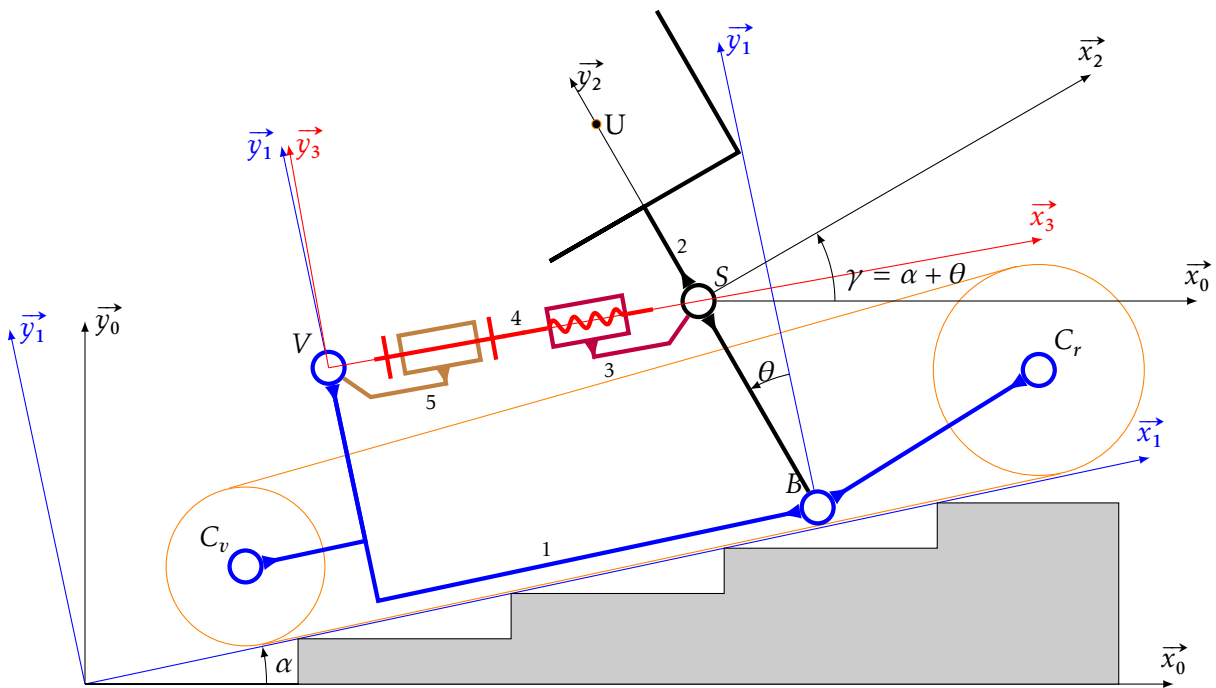


FIGURE 7.35 – Modélisation simplifiée du TopChair S© en mode « escalier »

- $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \alpha$ ,
- $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta$ ,
- $(\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = \beta$ ,
- $(\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = \gamma$ ,
- $\vec{BV} = b \cdot \vec{y}_1 - \ell_0 \cdot \vec{x}_1$ ,
- $\vec{BS} = b \cdot \vec{y}_2$ ,
- $\vec{BU} = R_u \cdot \vec{y}_2$  avec U le centre d'inertie de l'ensemble (10) = {siège + passager},

- $\vec{VS} = \ell_s \cdot \vec{x}_3$  avec  $\ell_0$ , longueur au repos obtenue pour  $\theta = 0^\circ$ ,  $\ell_0 = \ell_s(\theta = 0)$ ,  $\vec{BS} \cdot \vec{VS} = 0$  dans cette position,
- $c_m$  : couple moteur,
- $\omega_m$  : vitesse de rotation du moteur,
- $\omega_v$  : vitesse de rotation de la vis,
- $\theta_m$  : paramètre de rotation du rotor autour de l'axe  $(V, \vec{x}_3)$  avec  $\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt}$ ,



- $\theta_v$  : paramètre de rotation de la vis autour de l'axe  $(V, \vec{x}_3)$  avec  $\omega_v = \frac{d\theta_v}{dt}$ ,      autour de l'axe  $(B, \vec{z}_0)$ ,
- $r = \frac{\omega_v}{\omega_m}$  : rapport de réduction du réducteur,      —  $M_u$  : masse du siège et du passager,
- $p_a$  : pas de la vis,      — toutes les autres masses et inerties sont négligées devant  $M_u$  et  $J_u$ ,
- $J_u$  : moment d'inertie du siège et du passager      — toutes les liaisons sont parfaites.

### B.2. Conditions de l'étude

Compte tenu des forts couplages entre les différents paramètres angulaires  $(\alpha, \beta, \theta)$  et le mouvement du fauteuil, nous allons placer notre étude à un instant particulier de l'utilisation du fauteuil par le passager.

L'utilisateur, ayant au préalable réglé l'horizontalité du siège  $(\gamma = \gamma_c = 0)$ , s'engage sur un escalier (position de la figure 7.35). À ce moment, il choisit d'incliner légèrement son siège, pour cela, il stoppe le fauteuil  $(\vec{V}_{B \in 1/0} = \vec{0})$  et rentre la consigne d'orientation  $\gamma_c = \gamma_0 \neq 0$ . On se propose d'étudier le comportement de l'asservissement d'inclinaison pour cette sollicitation.

On considérera pour l'étude que :

- $\alpha$  est constant et  $\vec{V}_{B \in 1/0} = \vec{0}$ ,
- les repères  $\mathcal{R}_1 = (B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  et  $\mathcal{R}_0 = (B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  sont galiléens,
- $\alpha, \beta, \theta$  et  $\gamma = \alpha + \beta$  sont petits et que l'on peut donc écrire les deux relations suivantes que l'on admettra :

$$\begin{aligned} \ell_s &= \ell_0 - b \cdot \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{d\theta}{dt} = \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \omega_m \end{aligned}$$

**Q1.** À partir des données et du schéma de la figure 7.35, déterminer  $\{\mathcal{Z}_{2/0}\}$ , le torseur cinématique du siège 2 par rapport au référentiel 0 en  $U$ , le fauteuil étant immobile sur les marches, en fonction de  $\frac{d\theta}{dt}$  et des dimensions utiles, puis en fonction de  $\omega_m$ .

**Q2.** Montrer que l'énergie cinétique de l'ensemble  $S = \{\text{siège, passager, rotor, vis, ...}\}$  dans son mouvement par rapport au repère galiléen s'écrit :  $Ec(S/R_g) = \frac{1}{2} \cdot J_u \cdot \frac{r^2 \cdot p_a^2}{4 \cdot b^2 \cdot \pi^2} \cdot \omega_m^2$ .

Pour la suite, on note  $J_e = J_u \cdot \frac{r^2 \cdot p_a^2}{4 \cdot b^2 \cdot \pi^2}$ .

**Q3.** Puissance des efforts extérieurs au système S.

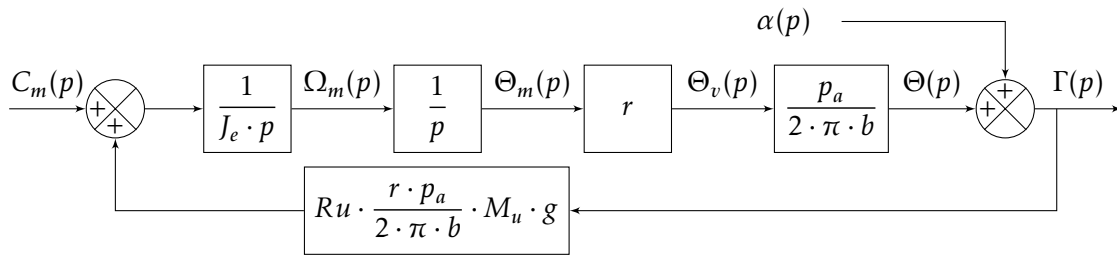
1. Déterminer la puissance développée par le moteur sur le système.
2. Déterminer la puissance due au poids de l'ensemble {siège + passager}.
3. En déduire la puissance des efforts extérieurs au système S.

**Q4.** Écrire le théorème de l'énergie cinétique pour le système S et montrer que l'équation donnant le couple moteur  $c_m$  s'écrit pour de petits angles :

$$J_e \cdot \dot{\omega}_m = c_m + R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot M_u \cdot g \cdot (\theta + \alpha)$$

À partir des équations précédentes, on construit le schéma bloc ci-dessous.

Les notations utilisées pour les transformées de Laplace des fonctions temporelles sont précisées dans le tableau 7.2 page suivante.



Domaine temporel	Domaine fréquentiel	Domaine temporel	Domaine fréquentiel
$\omega_m(t)$	$\Omega_m(p)$	$c_m(t)$	$C_m(p)$
$\theta(t)$	$\Theta(p)$	$\theta_m(t)$	$\Theta_m(p)$
$\theta_v(t)$	$\Theta_v(p)$	$\alpha(t)$	$\alpha(p)$
$\gamma(t)$	$\Gamma(p)$	$e(t)$	$E(p)$
$u(t)$	$U(p)$	$i(t)$	$I(p)$

Tableau 7.2 – Notation des transformées de Laplace

Un moteur à courant continu assure la mise en mouvement du siège.

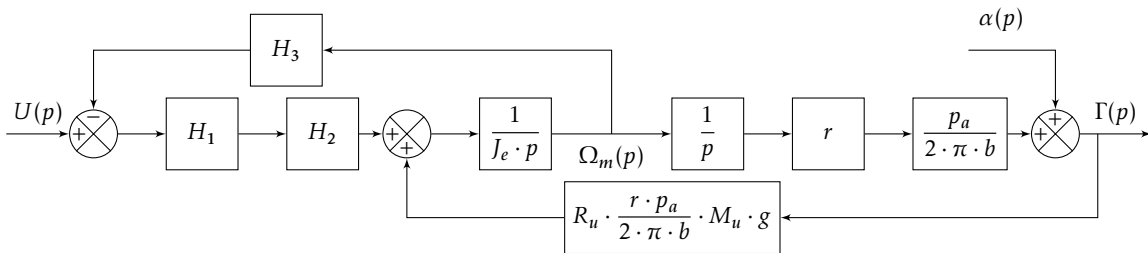
On rappelle les équations caractéristiques du moteur à courant continu :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{d i(t)}{dt} + e(t)$$

$$c_m(t) = K_t \cdot i(t)$$

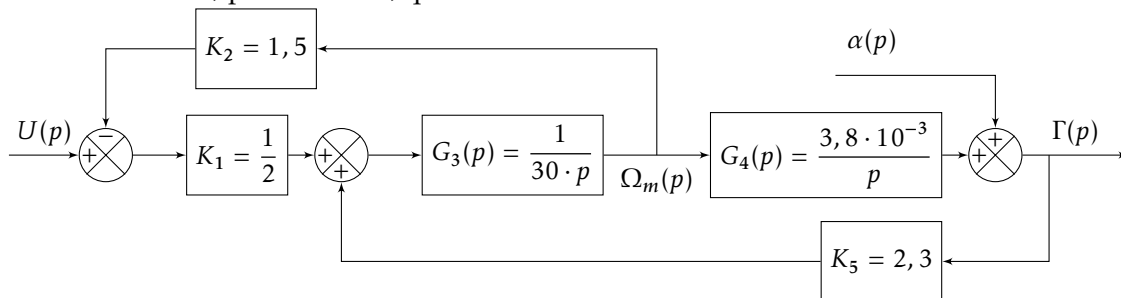
$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

Le schéma bloc ci-dessous décrit le pilotage du système par le moteur à courant continu.



**Q5.** À partir des équations caractéristiques du moteur, déterminer les fonctions  $H_1$ ,  $H_2$ , et  $H_3$ .

Compte tenu des différentes dimensions, des caractéristiques du moteur et de diverses simplifications, nous admettrons, pour la suite, que le schéma bloc devient :



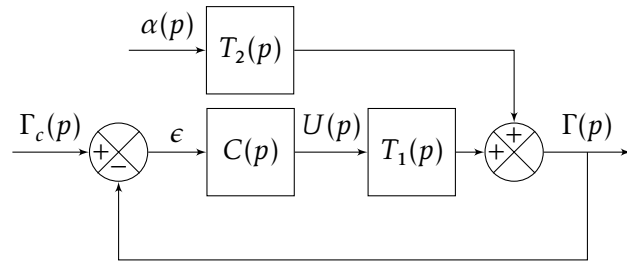
**Q6.** Déterminer les fonctions de transfert  $T_1(p)$  et  $T_2(p)$  en fonction de  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $G_3(p)$ ,  $G_4(p)$  et  $K_5$  telles que  $\Gamma(p) = T_1(p) \cdot U(p) + T_2(p) \cdot \alpha(p)$ .

### B.3. Asservissement de position

Cahier des charges :

- la position angulaire doit être précise à 10 % près ;
- le fauteuil ne doit pas osciller autour de sa position finale mais on peut admettre un dépassement. Pour cela, on assurera une marge de phase  $M_p$  supérieure à  $70^\circ$ .

Finalement, l'asservissement de position est décrit par le schéma bloc ci-contre, avec  $\Gamma_c(p)$  la consigne d'inclinaison du siège par rapport à l'horizontale,  $\alpha(p)$  l'inclinaison du fauteuil et  $C(p)$  le correcteur. Ce qui permet d'écrire :



$$\Gamma(p) = \frac{C(p) \cdot T_1(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)} \cdot \Gamma_c(p) + \frac{T_2(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)} \cdot \alpha(p)$$

$$\Gamma(p) = F_1(p) \cdot \Gamma_c(p) + F_2(p) \cdot \alpha(p)$$

avec pour  $T_1(p) = \frac{6,5 \cdot 10^{-5}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}$  et  $T_2(p) = \frac{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4}}$ .

### Correction proportionnelle

Dans un premier temps, on choisit un correcteur proportionnel :  $C(p) = K_r$ .

**Q7.** Expliciter  $F_1(p)$  puis déterminer les valeurs de  $K_r$  pour lesquelles le système est stable.

Pour la suite, on choisit  $K_r$  pour que le système soit stable.

On se place dans les conditions suivantes : le fauteuil est à l'arrêt dans l'escalier  $\alpha = 10^\circ$ , le siège est à l'horizontale  $\gamma = 0$ , l'utilisateur souhaite légèrement incliner le siège et impose une consigne d'inclinaison :  $\gamma_c = \gamma_0 \neq 0$ .

**Q8.**

- Déterminer l'erreur  $\epsilon_\infty$  en fonction de  $K_r$  avec  $\epsilon(t) = \gamma_c(t) - \gamma(t)$ .
- Pour quelles valeurs de  $K_r$ , l'erreur relative  $\left| \frac{\epsilon_\infty}{\gamma_0} \right|$  est-elle inférieure à 10 % ?

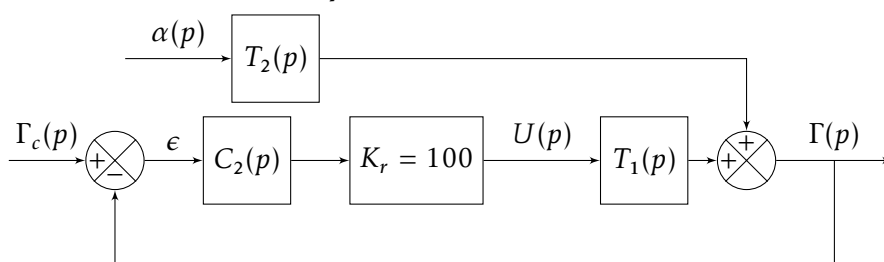
On choisit pour la suite  $K_r = 100$ .

**Q9.**

- Mettre  $F_1(p)$  sous forme canonique, déterminer le gain statique  $K_s$ , la pulsation propre  $\omega_n$  et le facteur d'amortissement  $z$ .
- Que pensez-vous de la valeur du facteur d'amortissement ?

### Amélioration de la correction

Afin d'améliorer le comportement et de limiter les oscillations, on insère dans la chaîne directe un nouveau correcteur :  $C_2(p) = 40 \cdot \frac{1 + 10 \cdot p}{1 + 0,1 \cdot p}$ .



Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée  $BO(p) = 100 \cdot T_1(p)$  sont représentés sur la figure 7.36.

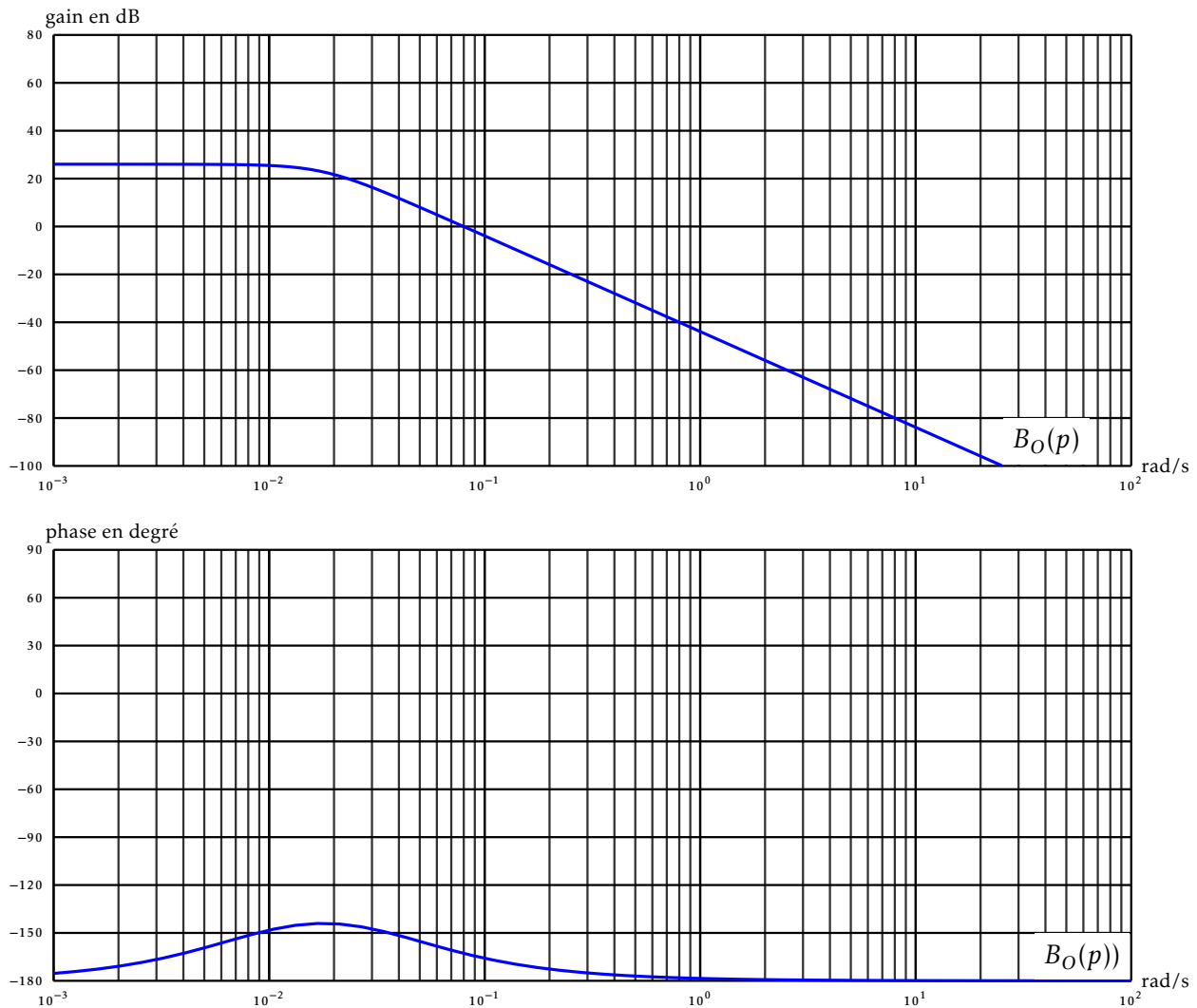


FIGURE 7.36 – Diagrammes de Bode de la FTBO

Q10.

1. Donner le nom de ce correcteur et son utilisation.
2. Tracer, sur la figure, les diagrammes de Bode (gain et phase) du correcteur.

Q11.

1. Tracer sur la même figure les diagrammes de Bode (gain et phase) de la FTBO du système corrigé  $\mathbf{BO}_1(\mathbf{p}) = 100 \cdot \mathbf{C}_2(\mathbf{p}) \cdot \mathbf{T}_1(\mathbf{p})$ .
2. Déterminer la marge de phase et la marge de gain du système corrigé.
3. Le correcteur choisi permet-il de respecter le cahier des charges ?

#### Exercice 4 - Identification et correction PID

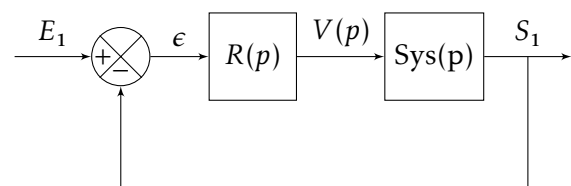
Corrigé page 51

On désire asservir un système d'entrée  $e_1(t)$  et de sortie  $s_1(t)$ .

Le système à réguler  $Sys(p)$  n'est connu qu'à partir d'un essai temporel, on l'a soumis à un échelon unitaire de tension  $v(t) = 1$  et on a relevé l'évolution de la sortie  $s_1(t)$  (Figure 7.37).

On souhaite obtenir le comportement suivant :

- suppression de l'erreur statique,



- pas de dépassement en réponse à un échelon,
- le temps de réponse à 5% doit être inférieur à 0,2 s.

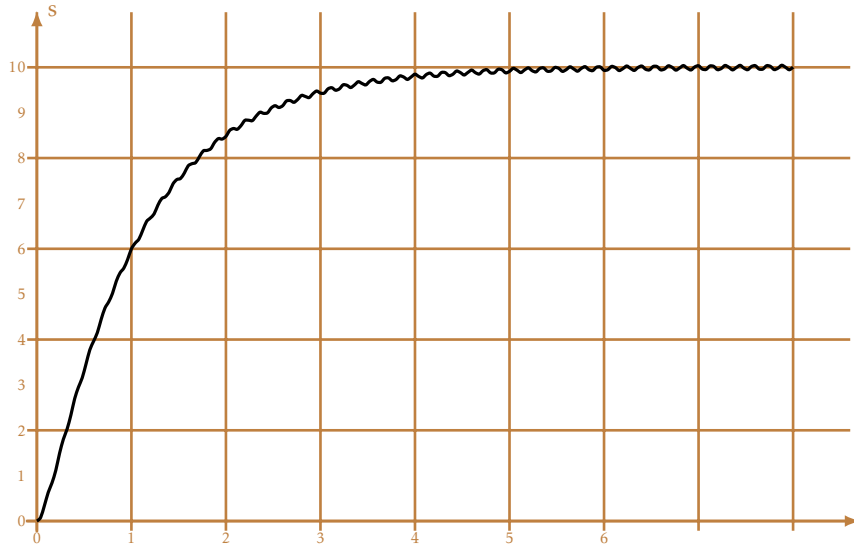


FIGURE 7.37 – Réponse temporelle de  $Sys(p)$  pour une entrée indicielle

**Q1.** Dans une première étape, on modélise le système par une fonction de transfert  $Sys(p)$  du premier ordre.

**Q1a.** Que pensez-vous de cette modélisation ?

**Q1b.** Déterminer  $Sys(p)$ , on note  $T_s$  le temps de réponse et  $K_s$  le gain (on arrondira la valeur de la constante de temps  $T_s$  au nombre entier de secondes le plus proche).

**Q2.** On décide de boucler le système avec un correcteur intégrateur  $R(p) = \frac{G_r}{p}$ .

**Q2a.** Montrer que l'erreur statique est nulle.

**Q2b.** Montrer que si l'on s'impose le dépassement alors on ne peut plus choisir le temps de réponse.

**Q3.** On utilise alors un régulateur PI :  $R(p) = G_r \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{p}$ .

**Q3a.** Montrer qu'il est possible de choisir  $T_i$  de façon que le système bouclé soit un premier ordre.

**Q3b.** Choisir  $G_r$  de façon à avoir un temps de réponse de 0,2 secondes.

**Q3c.** Tracer l'allure de la réponse attendue.

On installe le correcteur ainsi déterminé sur le système et on réalise un essai de l'asservissement pour une entrée en échelon unitaire. On relève la courbe de réponse de la figure 7.38 et on constate que la réponse présente un dépassement.

**Q4.**

**Q4a.** Le cahier des charges est-il respecté ?

**Q4b.** Montrer qu'un modèle d'ordre 2 pour le système  $Sys(p)$  permet d'expliquer le phénomène.

**Q4c.** Justifier alors que  $Sys(p)$  peut être modélisé par  $Sys(p) = \frac{K_s}{(1 + T_s \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)}$  avec  $T_2 \ll T_s$ .

Afin de déterminer la deuxième constante de temps, on utilise le protocole expérimental suivant :

- on installe dans la boucle le correcteur intégral pur  $R(p) = \frac{G_r}{p}$
- on augmente progressivement la constante proportionnelle  $G_r$
- on relève la valeur de  $G_r = 0,9$  lorsque le système est juste instable.

On note  $BO(p) = \frac{S_1(p)}{\varepsilon(p)}$  la fonction de transfert en boucle ouverte.

On rappelle qu'un système est juste instable si la pulsation  $\omega_{180}$  pour laquelle l'argument de fonction de transfert en boucle ouverte  $BO(j \cdot \omega) = -180^\circ$  et la pulsation  $\omega_{0dB}$  pour laquelle le module de  $BO(j\omega) = 1$  sont égaux.

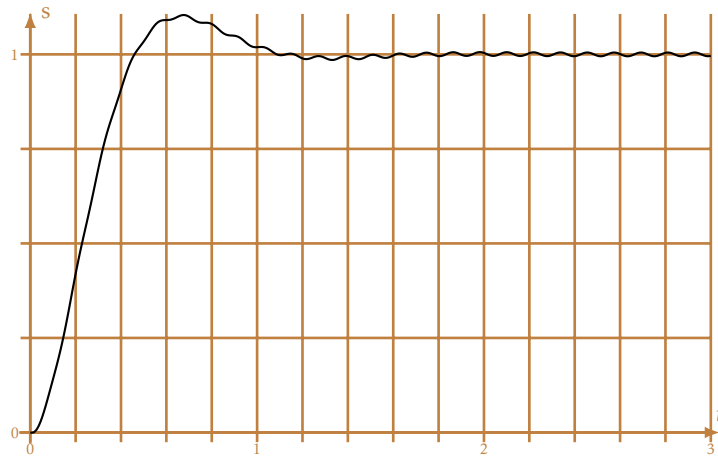


FIGURE 7.38 – Réponse temporelle du système asservi pour une entrée indicielle

**Q5.** Déterminer  $BO(p)$  puis  $BO(j \cdot \omega)$ , son module en  $dB$  et l'argument.

**Q5a.** Déterminer  $\omega_{180}$  en fonction de  $T_s$  et  $T_2$ .

**Q5b.** Déterminer le module de  $|BO(\omega_{180})|$  en fonction des différents paramètres de la FTBO.

**Q5c.** En déduire  $T_2$ .

**Q6.** Tracer les diagrammes de Bode (asymptotiques et réels) de  $Sys(p)$ .

**Q7.** On asservit le système avec un correcteur PID :  $R(p) = G_r \cdot \frac{(1 + T_i \cdot p)(1 + T_d \cdot p)}{p}$  avec  $T_i = T_s$  et  $T_d = T_2$ .

**Q7a.** Tracer les diagrammes de Bode du correcteur.

**Q7b.** Déterminer la FTBO et la FTBF du système asservi.

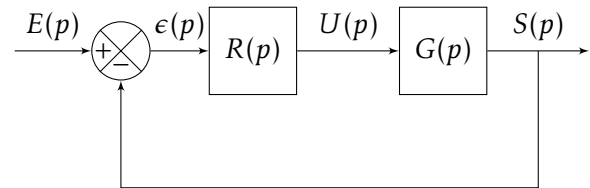
**Q7c.** Déterminer le temps de réponse du système asservi en fonction de  $G_r$ , puis déterminer  $G_r$  pour respecter le cahier des charges.

### Exercice 5 - Correction à avance de phase

Corrigé page 54

Soit le système décrit par le schéma bloc ci-contre.

La fonction de transfert du système à réguler est  $G(p) = \frac{40}{(1+p)^2}$ . On souhaite que l'erreur indicielle soit inférieure à 5 % et que la réponse temporelle ne présente pas trop d'oscillations, pour cela on impose une marge de phase de  $M_p = 50^\circ$ .



**Q1.** Dans un premier temps, le correcteur  $R(p)$  est un correcteur proportionnel  $R(p) = K_r$ .

**Q1a.** Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO pour  $K_r = 1$ . Quelle est la marge de phase ?

**Q1b.** Déterminer graphiquement  $K_r$  pour avoir une marge de phase de  $50^\circ$ , vérifier par le calcul.

**Q1c.** Déterminer l'erreur indicielle correspondante.

**Q1d.** Quelle est la valeur minimale de  $K_r$  qui permettrait de respecter le cahier des charges ?

Conclure.

**Q2.** On choisit maintenant le correcteur  $R(p) = K_r \frac{1 + 0,2 \cdot p}{1 + 0,05 \cdot p}$ .

**Q2a.** Préciser la nature du correcteur.

**Q2b.** Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO corrigée pour  $K_r = 1$ .

**Q2c.** Déterminer  $K_r$  pour obtenir une marge de phase de  $50^\circ$ .

**Q2d.** Quelle est l'erreur indicielle du système corrigé ?

**Q2e.** Quel est l'intérêt de ce correcteur ?

**Q3.** Tracer les réponses temporelles.

## Exercice 6 - Réglage d'un correcteur PID par la méthode de Ziegler-Nichols

Corrigé page 55

Actuellement le système à corriger est caractérisé par une erreur indicielle relativement importante (Cf. graphe 7.39a). On souhaite améliorer la réponse temporelle du système en imposant une erreur nulle.

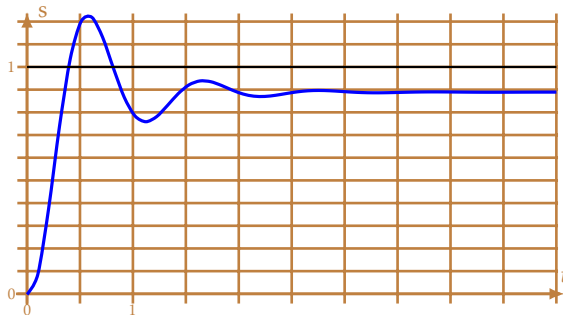
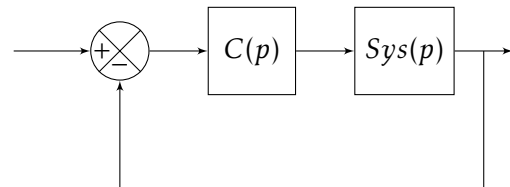
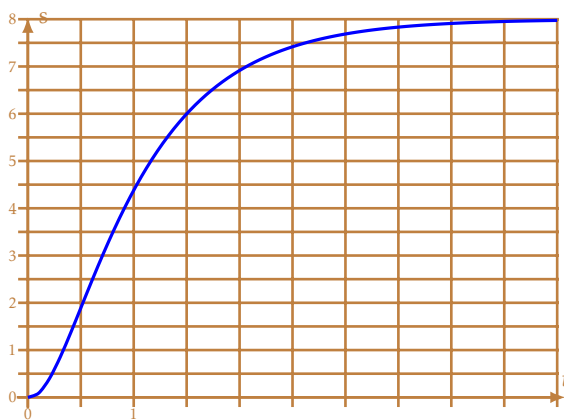
(a) Réponse temporelle du système non corrigé  $C(p) = 1$ 

FIGURE 7.39 – Système à corriger

On se propose d'utiliser un correcteur P.I.D mixte pour améliorer le comportement. Afin de déterminer expérimentalement les caractéristiques de ce correcteur on a réalisé une étude temporelle du système ( $Sys(p)$ ) en le soumettant à une entrée échelon unitaire (figure 7.39). On a aussi réalisé une étude fréquentielle qui a permis de relever un tableau fréquentiel (tableau 7.40b).



(a) Réponse temporelle du système en boucle ouverte

$rad \cdot s^{-1}$	$dB$	$^{\circ}$
0,1	18,0	-6,5
0,5	17,	-31
1	15,5	-57
2	11	-93
4	3,5	-130
10	-10,4	-171
12,5	-14,4	-180
20	-23,4	-198
50	-42,6	-231
100	-59,5	-249

(b) Relevé fréquentiel

FIGURE 7.40 – Caractérisation du système en boucle ouverte

On se propose de déterminer le correcteur PID mixte à partir de la méthode temporelle de Ziegler-Nichols.

**Q1.** Déterminer à partir de la réponse temporelle en boucle ouverte les temps  $T$ ,  $T_r$  et le gain  $K_{BO}$ .

**Q2.** En déduire les coefficients du correcteur PID mixte  $C(p) = K_p \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p \right)$ .

**Q3.** À partir du relevé fréquentiel, tracer les diagrammes de Bode de  $Sys(p)$  et ceux du correcteur  $C(p)$ .

**Q4.** En déduire les diagrammes de Bode de la boucle ouverte du système corrigé  $C(p) \cdot Sys(p)$ .

**Q5.** Mesurer les marges de phases et de gain. Conclure.

## Exercice 7 - Correcteur d'assiette pour véhicule

Corrigé page 56

Le problème porte sur l'analyse d'un système ressort – amortisseur, équipant chaque roue d'un véhicule expérimental et assurant sa suspension.

La liaison élastique entre une roue et la caisse (fonction ressort) est obtenue par compression d'air dans un module de volume variable. C'est une électro-vanne, commandée par un système électronique analogique, qui injecte plus ou moins d'air dans ce module et en fait varier le volume. Cette variation de volume entraîne une variation de la hauteur de caisse au niveau de la roue. Cette hauteur peut être asservie à une consigne.

Ce module ressort est associé à un amortisseur classique.

On se limite à l'étude de la suspension d'une seule roue, supportant une masse fictive égale à une fraction de la masse totale du véhicule.

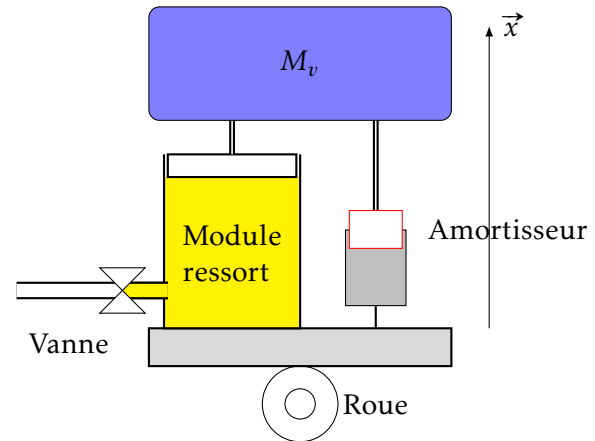


FIGURE 7.41 – Modèle de suspension

## A. Modélisation du ressort

Un piston de section  $S$  comprime de l'air dans un cylindre. On note  $H$  la hauteur variable du volume d'air. Cet air est assimilé à un gaz parfait. Sa pression  $P$ , son volume  $V$  et sa masse  $M_g$  satisfont, pour une température  $T$  que l'on supposera constante, à l'équation :

$$P \cdot V = b_0 \cdot M_g.$$

Dans cette expression  $b_0$  est un coefficient numérique de valeur  $b_0 = 84$ , lorsque  $M_g$  est exprimé en grammes et les autres grandeurs en unités du Système international.

**Q1.** Exprimer en fonction de  $H$  et  $M_g$  l'intensité de la force  $F$  exercée par l'air comprimé sur la face inférieure du piston.

Afin de rendre les équations linéaires, on ne considérera dans tout le problème que de petites variations des variables  $H$  et  $M_g$  autour de leurs valeurs moyennes respectives  $H_0$  et  $M_{g0}$ .

On pose  $H = H_0 + x$  et  $M_g = M_{g0} + m$ .

Sachant que la fonction  $F(H, M_g)$  admet comme développement limité au premier ordre :

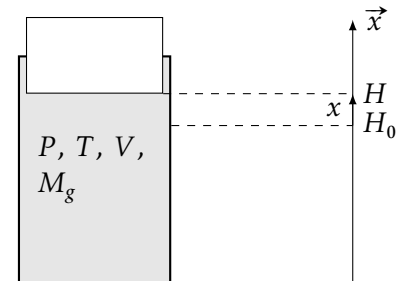


FIGURE 7.42 – Modèle du ressort

$$F(H, M_g) = F(H_0, M_{g0}) + \left[ \frac{\partial F}{\partial H} \right]_{\substack{M_g = M_{g0} \\ H = H_0}} \cdot (H - H_0) + \left[ \frac{\partial F}{\partial M_g} \right]_{\substack{M_g = M_{g0} \\ H = H_0}} \cdot (M_g - M_{g0})$$

**Q2.** Montrez que l'on peut écrire  $F$  sous la forme

$$F = F_0 + b_1 \cdot m - b_2 \cdot x.$$

**Q3.** Application numérique :  $M_0 = 14,3 \text{ g}$  et  $H_0 = 25 \text{ cm}$ .

## B. Étude dynamique du système : masse, ressort, amortisseur

$M_v$  représente la fraction de la masse du véhicule rapportée à une roue. La masse du piston et celle de l'amortisseur sont négligeables devant  $M_v$ .

L'amortisseur introduit une force de frottement visqueux dont la projection sur  $\vec{x}$  a pour mesure algébrique :

$$f = \lambda \cdot \frac{dx}{dt}.$$



On note  $P_a$  la pression atmosphérique qui exerce une force  $F_1$  sur la partie supérieure du piston. On admettra que l'aire de la surface utile de la partie supérieure du piston est égale à la surface intérieure  $S$ .

$$P_a = 10 \times 10^5 \text{ Pa}, g = 10 \text{ m/s}^2, S = 2,8 \times 10^{-2} \text{ m}^2, \lambda = 7 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}.$$

**Q4.** En appliquant le théorème de la résultante dynamique à la partie mobile en projection sur  $\vec{x}$  écrire l'équation différentielle du mouvement de cette partie mobile.

**Q5.** Écrire l'équation à l'équilibre, en déduire que  $M_v = 200 \text{ kg}$ .

**Q6.** En déduire que l'équation reliant  $x(t)$  et  $m(t)$  s'écrit :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 35 \cdot \frac{dx}{dt} + 96 \cdot x = 1,68 \cdot m.$$

### C. Étude de l'asservissement analogique de la position de la caisse

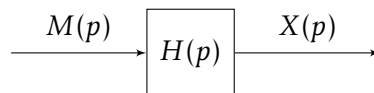
La masse  $M_g$  de gaz enfermé dans le cylindre peut varier autour de  $M_{g0}$  grâce à une électrovanne qui peut soit introduire de l'air soit en retirer.

Un capteur fournissant à chaque instant la valeur de la position  $x(t)$ , celle-ci est comparée à une consigne  $c(t)$ . L'électrovanne ajuste alors la masse  $m$  de façon à ce que même en présence de perturbations,  $x$  diffère le moins possible de  $c$ .

#### C.1. Modélisation du système masse-ressort-amortisseur

Le système masse-ressort-amortisseur étudié au-dessus est un système dont la grandeur d'entrée est  $m = M_g - M_{g0}$ , la grandeur de sortie est  $x = H - H_0$ .

On note  $M(p)$  la transformée de Laplace de  $m(t)$  et  $X(p)$  la transformée de  $x(t)$ .



**Q7.** Établir la fonction de transfert  $T_1(p) = \frac{X(p)}{M(p)}$  du système masse-ressort-amortisseur.

**Q8.** Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$T_1(p) = \frac{k_1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}.$$

Déterminer les différents coefficients.

**Q9.** Donner l'allure du diagramme de Bode pour le module de  $T_1(j \cdot \omega)$ .

Le domaine de fréquence que l'asservissement doit traiter ( $f < 5 \text{ Hz}$ ) ainsi que l'étude de la stabilité du montage montrent que l'on peut prendre pour  $T_1(p)$  une expression approchée qui est celle d'un premier ordre

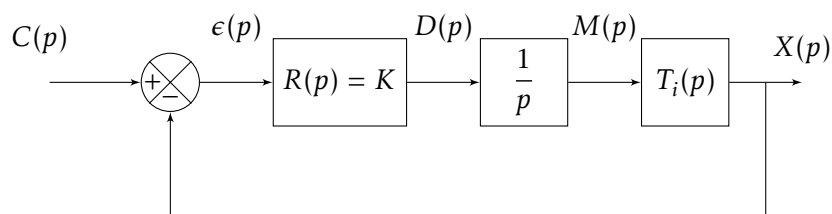
$$T_i(p) = \frac{5,25 \cdot 10^{-2}}{p + 3}.$$

**Q10.** Tracer cette fonction sur le diagramme précédent, que pensez-vous de cette modélisation.

Cette expression sera utilisée dans toute la suite du problème.

#### C.2. Étude du système asservi

Le système asservi de correction d'assiette comportant dans sa chaîne directe l'électrovanne et le système précédent peut être décrit par le schéma fonctionnel ci-dessous.



Le débit massique d'air de l'électrovanne,  $d(t)$ , est proportionnel au signal d'erreur  $\epsilon(t)$  :  $d(t) = K \cdot \epsilon(t)$ .

La masse d'air  $m(t)$  et le débit  $d(t)$  sont reliés par la relation :  $d(t) = \frac{dm(t)}{dt}$ .

**Q11.** Écrire la fonction de transfert en boucle ouverte  $T_2(p) = \frac{X(p)}{\epsilon(p)}$  puis la fonction de transfert en boucle fermée  $F_2(p) = \frac{X(p)}{C(p)}$  sous la forme :

$$F_2(p) = \frac{K_f}{1 + 2 \cdot z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

**Q12.** Calculer  $\omega_0$  et  $K$  pour que le coefficient d'amortissement  $z$  soit égal à 0,5.

Pour la suite du problème on prendra :

$$T_2(p) = \frac{9}{p \cdot (p + 3)}$$

**Q13.** Préciser par la méthode de votre choix si le système est stable.

On suppose pour la suite que le système est stable.

On soumet le système à une entrée échelon  $c(t) = c_0 \cdot u(t)$  avec  $u(t)$  fonction de Heaviside.

**Q14.** Montrer que l'erreur de position  $\epsilon_s$  est nulle.

On soumet maintenant le système à une entrée de type rampe  $c(t) = c_0 \cdot t \cdot u(t)$ .

**Q15.** Déterminer l'erreur de traînage  $\epsilon_t$ .

**Q16.** Que proposez-vous pour réduire cette erreur ?

On souhaite diviser par dix l'erreur de traînage, pour cela on choisit un correcteur à retard de phase

$$R(p) = K_r \frac{1 + T_r \cdot p}{1 + 10 \cdot T_r \cdot p}$$

avec  $T_r = \frac{10}{3}$ .

**Q17.** Déterminer  $K_r$  pour obtenir l'erreur de traînage souhaitée.

**Q18.** Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO corrigée et de la FTBO non corrigée.

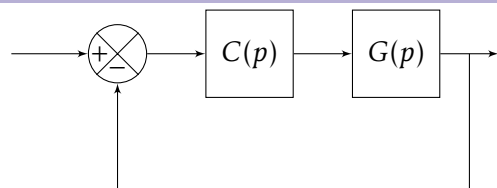
**Q19.** Conclure sur l'intérêt de ce correcteur.

### Exercice 8 - Correction PID d'un système instable

Corrigé page 58

La mise en équation du système à étudier a permis de déterminer sa fonction de transfert.

$$G(p) = \frac{5}{p^2 + 9 \cdot p - 10}$$



#### A. Étude préliminaire

**Q1.** Justifier que ce système est instable ( $C(p) = 1$ ).

**Q2.** Justifier que l'on ne peut pas utiliser les diagramme de Bode pour régler le système.

**Q3.** Mettre  $G(p)$  sous la forme d'un produit de fonctions.

#### B. Régulation proportionnelle

On choisit dans un premier temps  $C(p) = K$ .

**Q4.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.

**Q5.** Déterminer pour quelles valeur de  $K$  le système peut être rendu stable ?

**Q6.** Déterminer  $K$  pour que la réponse à un échelon de la fonction de transfert en boucle fermée soit apériodique. Pour la suite, on choisira la valeur entière la plus proche.

**Q7.** Déterminer la valeur finale, pour un échelon unitaire. Calculer l'erreur indicielle  $\varepsilon_i$  et le temps de réponse à partir de l'abaque en annexe. Calculer l'erreur de traînage  $\varepsilon_t$  (rampe unitaire).

### C. Régulation PD

On choisit maintenant un correcteur PD  $C(p) = K \cdot (1 + T_d \cdot p)$ .

**Q8.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte en fonction de  $K$  et  $T_d$ .

On choisit  $T_d$  afin d'annuler le pôle dominant stable de la FTBO.

**Q9.** Déterminer la FTBF puis, pour la valeur de  $K$  précédemment déterminée, calculer l'erreur indicielle  $\varepsilon_i$  et l'erreur de traînage  $\varepsilon_t$ . Quel est l'intérêt principal de ce correcteur ?

**Q10.** Déterminer  $K$  tel que  $|\varepsilon_i| < 5\% \cdot E_0$ .

**Q11.** Comment doit-on modifier le correcteur pour annuler l'erreur indicielle ?

### D. Correction PID

On choisit maintenant un correcteur PID  $C(p) = K \cdot (1 + T_d \cdot p) \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$  avec  $K = 20$  et  $T_d = 0,1$ .

**Q12.** Déterminer la FTBO puis la FTBF, mettre la FTBF sous forme canonique.

**Q13.** Déterminer  $T_i$  afin que le dénominateur possède deux racines réelles doubles.

**Q14.** Déterminer la réponse temporelle à un échelon unitaire.

**Q15.** Conclure.