

A. Description d'une traite automatique

Le principe de la traite automatique est de laisser la vache libre de choisir le moment où elle souhaite être traitée. Toutes les vaches laitières du troupeau sont équipées d'un collier d'identification à infrarouge qu'elles portent autour du cou.

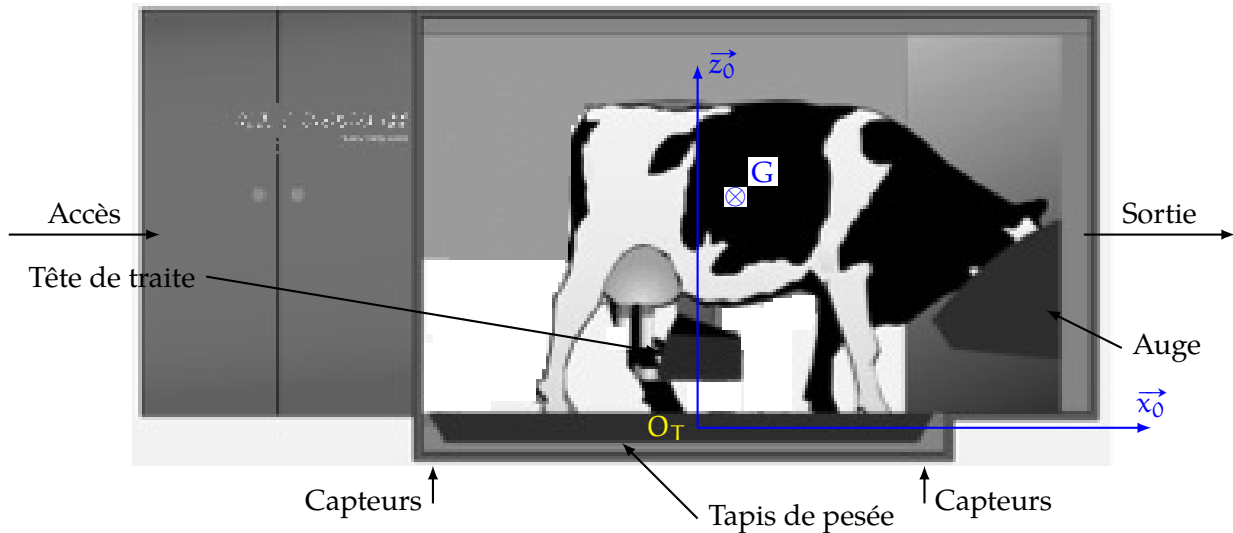


FIGURE 1 – Vache sur le tapis de pesée

Lorsqu'elle le décide, la vache se présente devant la porte d'entrée du box de traite. Grâce à son collier, elle est identifiée (les informations sont gérées par un ordinateur superviseur). La porte d'entrée s'ouvre, laissant passer la vache (et elle seule), puis se referme. La vache est alors isolée dans le box de traite. Elle se dirige naturellement vers l'auge pour manger sa ration de granulés. Grâce aux informations d'identification, la nourriture est dosée.

Lorsque la vache est dans le box, elle est installée sur un tapis de pesée équipé de capteurs de pesage. Les informations de masse et de position du centre de gravité de l'animal sont transmises à l'ordinateur superviseur. Le bras du robot peut alors être positionné et effectuer la traite de la vache.

B. Détermination de la position de la vache

Le système doit être capable de déterminer la position de la vache, afin de positionner correctement la tête de traite. La connaissance de la position du centre de gravité de la vache permet une approche correcte de la tête de traite.

La figure 1 montre la vache sur le tapis de pesée, en train de manger, la tête de traite étant en position.

Le tapis de pesée est constitué d'une structure rigide sur laquelle est posée un tapis anti-dérapant. Une grille d'évacuation permet d'évacuer les déjections et les eaux de nettoyage. Cette structure rigide est posée sur quatre capteurs d'effort permettant de déterminer la masse de la vache et la position du centre de gravité de celle-ci.

Les capteurs sont placés aux quatre coins du tapis en C_1, C_2, C_3 et C_4 (figure 2). On considère que l'action d'un capteur sur le tapis est modélisable par un glisseur, on note : $\vec{C}_i = C_i \cdot \vec{z}_0$ la résultante du torseur glisseur en C_i avec $i = \{1, 2, 3, 4\}$.

On considère aussi que le tapis est parfaitement centré par rapport aux capteurs et à vide, on a $\|\vec{C}_i\| = C_0$.

- G : centre d'inertie de la vache de masse M_V
- O_T : centre d'inertie du tapis de pesée de masse M_T

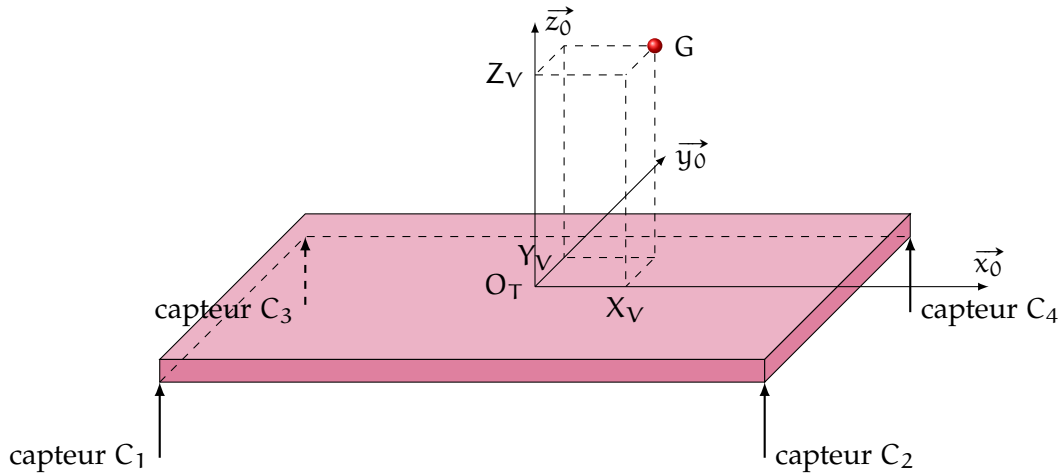


FIGURE 2 – Modélisation du tapis de pesée

$$\begin{aligned}
 - \overrightarrow{O_T G} &= X_V \cdot \vec{x}_0 + Y_V \cdot \vec{y}_0 + Z_V \cdot \vec{z}_0 & - \overrightarrow{O_T C_3} &= -L_T \cdot \vec{x}_0 + l_T \cdot \vec{y}_0 \\
 - \overrightarrow{O_T C_1} &= -L_T \cdot \vec{x}_0 - l_T \cdot \vec{y}_0 & & \\
 - \overrightarrow{O_T C_2} &= +L_T \cdot \vec{x}_0 - l_T \cdot \vec{y}_0 & - \overrightarrow{O_T C_4} &= +L_T \cdot \vec{x}_0 + l_T \cdot \vec{y}_0
 \end{aligned}$$

Q1. Déterminer la position du centre d'inertie de la vache en fonction des C_i . Conclure.

Exercice 2 - Robot mobile du bâtiment

Adapté du Capet 2014

Corrigé page 11

Présentation fonctionnelle et structurelle du ROBO-BAT

Destiné à des entreprises du domaine de la construction, le ROBO-BAT est utilisé pour réaliser des opérations automatisées de perçage ou de ponçage des sols, murs et plafonds sur un chantier. Il est constitué : d'une base mobile, d'une plate-forme élévatrice, d'un bras six axes et d'un outil (une perceuse ou une ponceuse).

Un chariot vertical permet de positionner en hauteur le manipulateur. Il peut ensuite utiliser ses différents axes pour atteindre la zone de travail.



Deux positions sont particulièrement problématiques pour la stabilité du robot, lorsque le bras est tendu dans l'axe du robot et s'il est perpendiculaire à cet axe. Les deux figures ci-dessous précisent ces positions.

- $\overrightarrow{O_0 G_0} = a_0 \cdot \vec{x}_0 + c_0 \cdot \vec{z}_0$, avec G_0 le centre de gravité de la base mobile (noté S_0).
- $\overrightarrow{O_0 O_2} = z(t) \cdot \vec{z}_0$, O_2 position de la plate-forme élévatrice.
- $\overrightarrow{O_0 G_2}$: le centre de gravité des éléments mobiles $S_2 = \{\text{plate-forme, robot, outil}\}$
 - position 1 : $\overrightarrow{O_0 G_2} = -a_1 \cdot \vec{x}_0 - l_1 \cdot \vec{x}_0 + c_1 \cdot \vec{z}_0$
 - position 2 : $\overrightarrow{O_0 G_2} = -a_1 \cdot \vec{x}_0 - l_1 \cdot \vec{y}_0 + c_1 \cdot \vec{z}_0$
- Les contacts des trois roues avec le sol sont modélisés par des liaisons sphère-plan en A_1 , A_2 et B :
 - $\overrightarrow{O_0 A_1} = -d \cdot \vec{z}_0 + h \cdot \vec{y}_0$,

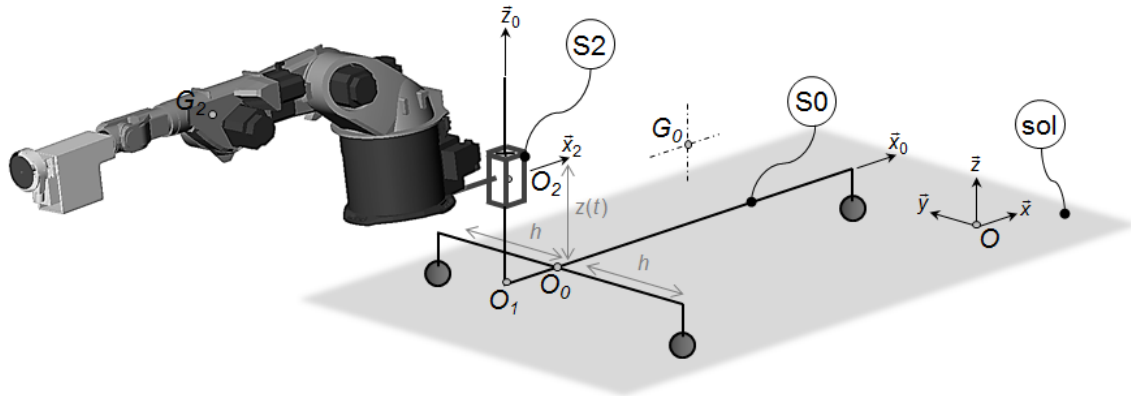
$$- \overrightarrow{O_0 A_2} = -d \cdot \vec{z}_0 - h \cdot \vec{y}_0,$$

$$- \overrightarrow{O_0 B} = -d \cdot \vec{z}_0 + D \cdot \vec{x}_0.$$

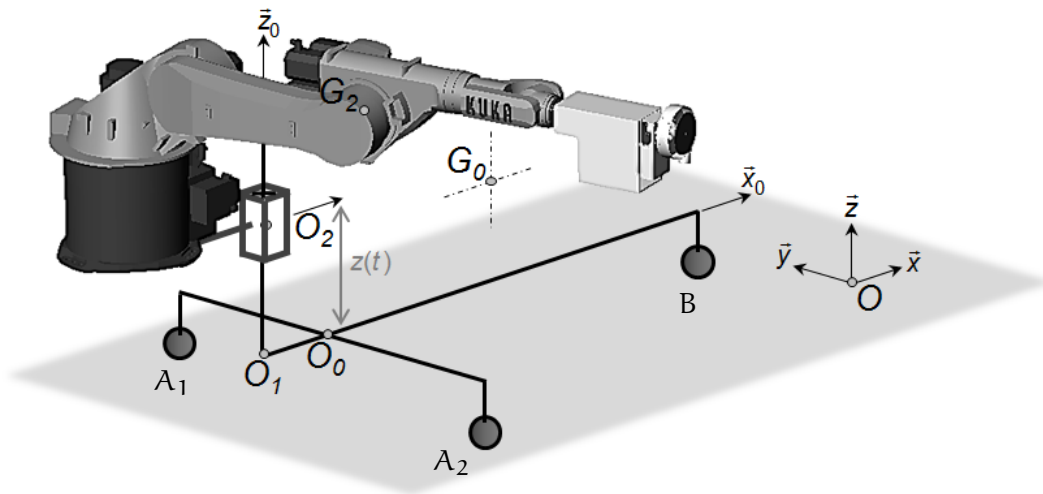
- Seules les masses du chariot (S_0) M_0 et des éléments mobiles (S_2) M_2 sont à prendre en compte, les autres masses sont négligeables.

Q1. Déterminer les actions mécaniques en A_1 , A_2 et B pour les deux positions en fonction des masses et des dimensions.

Q2. Déterminer les conditions de non-basculement. Sur quels paramètres influencer pour éviter le basculement ?



(a) Position 1



(b) Position 2

FIGURE 3 – Stabilité du robot

A. Données

On se propose de réaliser une modélisation d'un capteur de poids installé sur une machine de dosage pondéral. La machine doit permettre de remplir des pots.

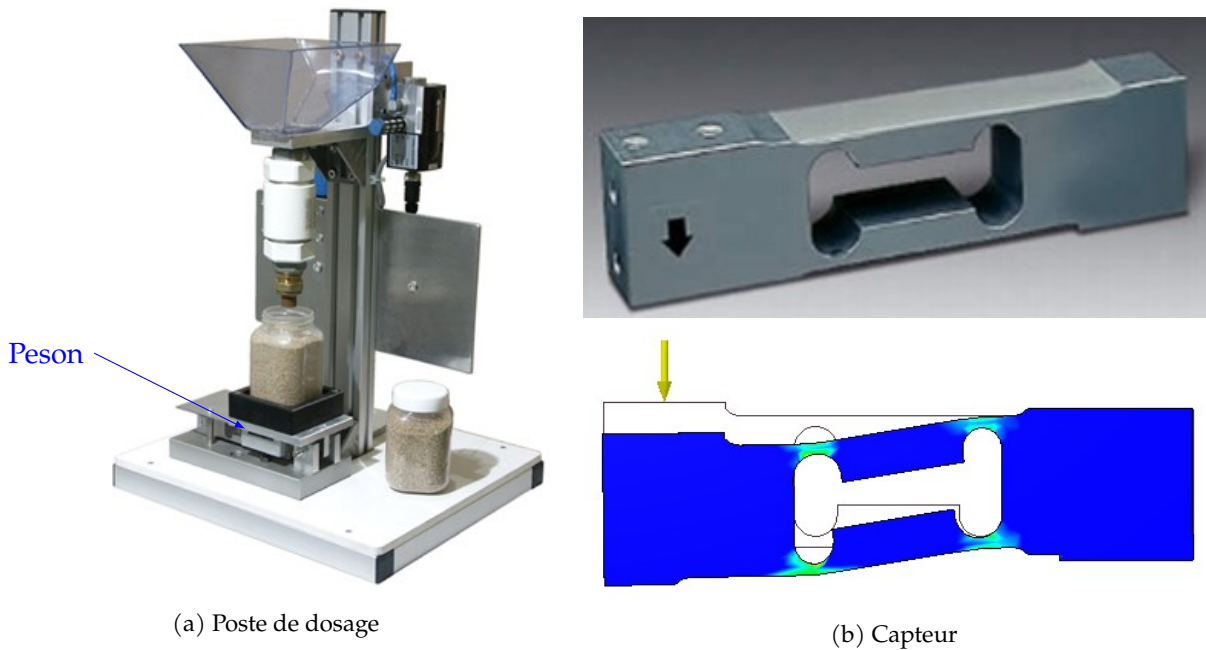


FIGURE 4 – Machine de dosage et son capteur

Une modélisation informatique à partir d'un logiciel de CAO, a permis d'étudier la déformation du capteur sous la charge (figure 4b).

B. Modélisation

On remarque sur la figure 4b que la déformation du capteur se limite aux zones amincies de celui-ci, les parties massives ne se déforment quasiment pas.

On se propose donc de modéliser le capteur comme un mécanisme de 4 solides.

On se place dans le cadre d'une modélisation plane et afin de prendre en compte la déformation et l'élasticité, les zones amincies seront modélisées par des liaisons pivots-élastiques, ainsi pour la modélisation de la liaison en A on aura :

$$\{\mathcal{A}_{1 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{14} & [0] \\ Y_{14} & [0] \\ [0] & C_{14} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})^A}$$

Le poids du pot est modélisé par un glisseur en K $\{\mathcal{A}_{p \rightarrow 8}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F} = -F \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$.

Le déplacement vertical étant très faible (quelques centièmes de millimètre), on pourra faire toutes les simplifications utiles à la résolution.

Q1. Tracer le graphe de structure du mécanisme, préciser les liaisons, les actions extérieures.

Q2. Faire le bilan des inconnues de liaison, est-il possible de résoudre complètement le système ?

B.1. Modélisation simplifiée

On considère maintenant que seule la liaison en A est une liaison pivot élastique.

Q3. Reprendre l'étude précédente, est-il possible de résoudre le mécanisme ?

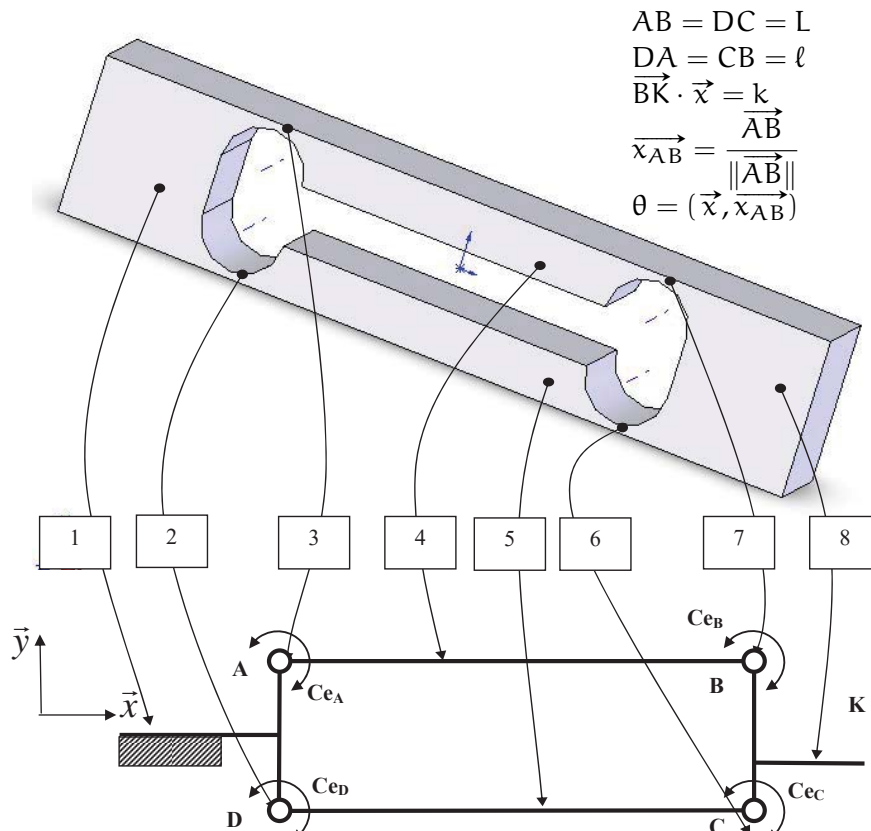


FIGURE 5 – Modélisation

- Q4. Déterminer les différentes actions de liaisons en fonction de F et des paramètres géométriques.
 Q5. Quelle est l'influence du point d'application sur la mesure?

B.2. Modélisation complète

- Q6. Quelle hypothèse peut-on faire pour résoudre complètement le mécanisme? Déterminer alors tous les couples.

Exercice 4 - Arc-boutement

Extrait de ESIM 2001

Corrigé page 14

A. Données

Une colonne de décoration supporte plusieurs consoles.

Ces consoles peuvent être déplacées à volonté le long de la colonne et on peut placer sur celle-ci des objets dont la masse ne dépasse pas 20 kg.

Un objet de masse M est placé en C sur la console. La masse de la console est négligée.

Le coefficient de frottement entre la colonne et la console est $f = 0,3$.

On se propose d'établir à quelle condition la console ne glisse pas.

A.1. Modèle de contact ponctuel

On considère dans un premier temps que le jeu entre la colonne et la console est tel que l'action mécanique entre les deux solides est limitée aux deux points A et B (figure 6a).

On se place à la limite du glissement.

- Q1. Préciser les actions mécaniques en A et B de la colonne (1) sur la console (2), préciser vos hypothèses. Représenter ces actions mécaniques sur le schéma.
 Q2. À quelle condition la console reste-t-elle immobile? Représenter graphiquement cette condition.
 Q3. Déterminer la condition sur la distance x_{lim} en fonction de H et f pour que la console soit immobile.

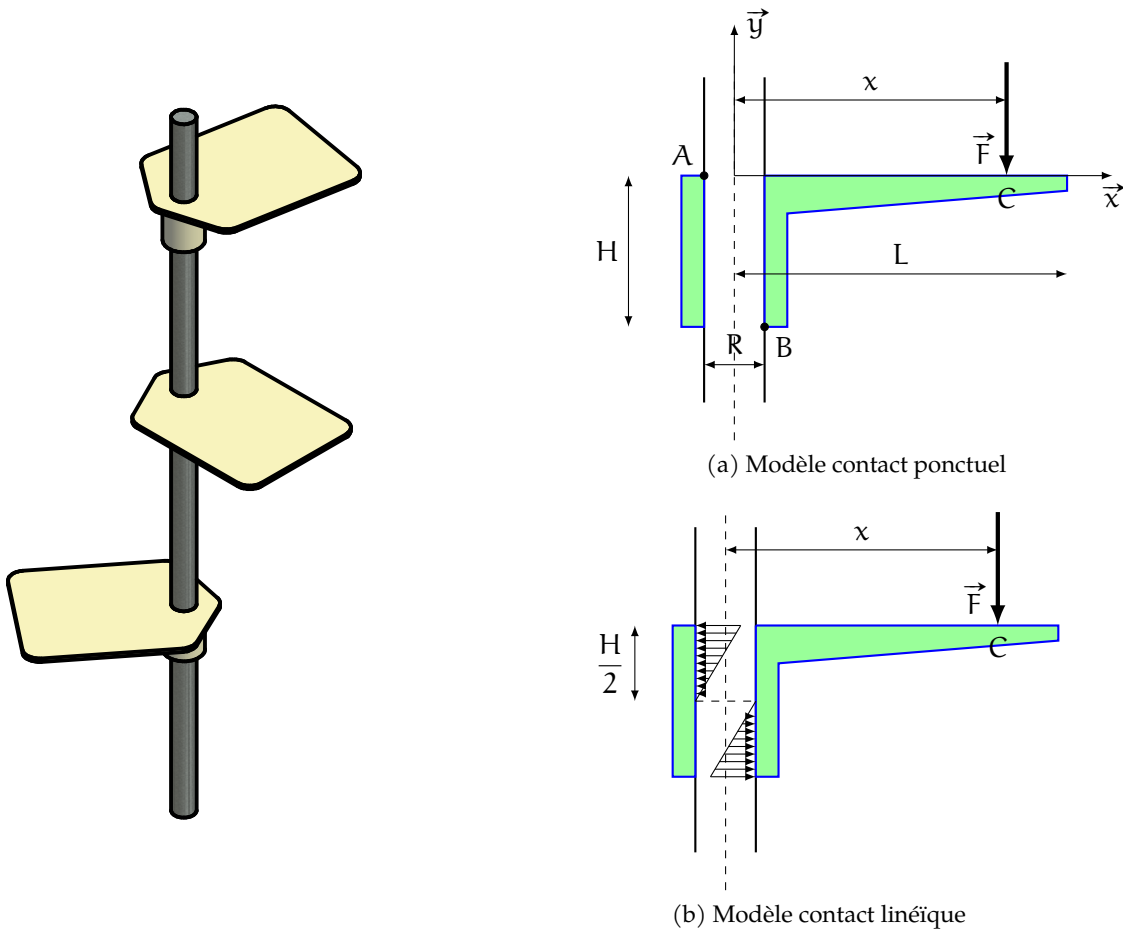


FIGURE 6 – Arc-boutement

On note \vec{R}_A et \vec{R}_B la résultante de l'action mécanique respectivement en A et B.

Q4. Déterminer \vec{R}_A et \vec{R}_B en fonction de F , x_{lim} et H .

A.2. Modélisation linéique

Le modèle précédent, n'est pas très réaliste, le contact est probablement réparti le long des génératrices passant par A et B.

Le modèle choisi, est décrit sur la figure 6b. On suppose une répartition linéaire de la pression de contact de chaque côté entre P_{max} aux deux extrémités et 0 au milieu. On note toujours $f = 0,3$ le coefficient de frottement.

Q5. Calculer la répartition de pression $P(y)$ en fonction de H , P_{Max} et y .

Q6. Déterminer la résultante de l'action mécanique équivalente $\vec{R}_{0 \rightarrow 1}^A$ à cette répartition de pression en fonction de H , P_{Max} et f du côté A. Montrez que cette action est représentable en un glisseur en A^* avec $\vec{AA}^* = -\frac{1}{3} \cdot \frac{H}{2} \cdot \vec{y}$. En déduire le torseur en B^* .

Q7. On note x_{lim2} la distance limite, la distance x_{lim} calculée pour l'étude du premier modèle, est-elle modifiée? Conclure.

Q8. Déterminer $\vec{R}_{0 \rightarrow 1}^A$ en fonction de F , f .

Q9. Déterminer P_{Max} en fonction de F , f et H .

A. Présentation

On se propose de valider la capacité des ressorts de serrage de la pince à maintenir la cabine quelles que soient la charge et l'inclinaison du câble.

La pince (figure 7) est composée d'une mâchoire (1) mobile en rotation par rapport au solide (2), permettant de libérer le câble en gare. *A contrario*, les ressorts assurent le serrage des mâchoires sur le câble lors du déplacement de la cabine entre deux gares ou à l'arrêt en cas d'incident entre deux gares.

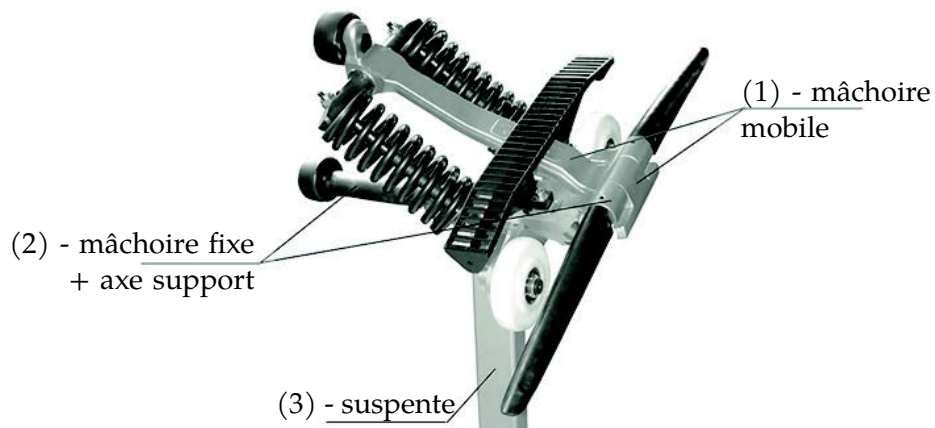


FIGURE 7 – Pince débrayable

Pour d'évidentes raisons de sécurité des passagers, cet effort de serrage doit permettre d'assurer l'adhérence de la pince sur le câble, quel que soit l'angle pris par le câble (voir figure 8).

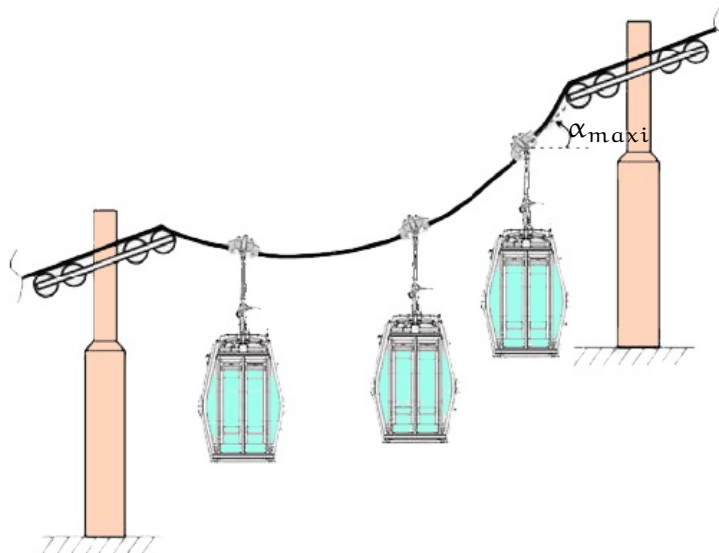


FIGURE 8 – Définition de l'angle entre le câble et l'horizontale dans la configuration la plus défavorable

B. Modélisation de la pince

Q1. Tracer le graphe de structure en précisant les liaisons et les actions mécaniques à partir de la figure 9.

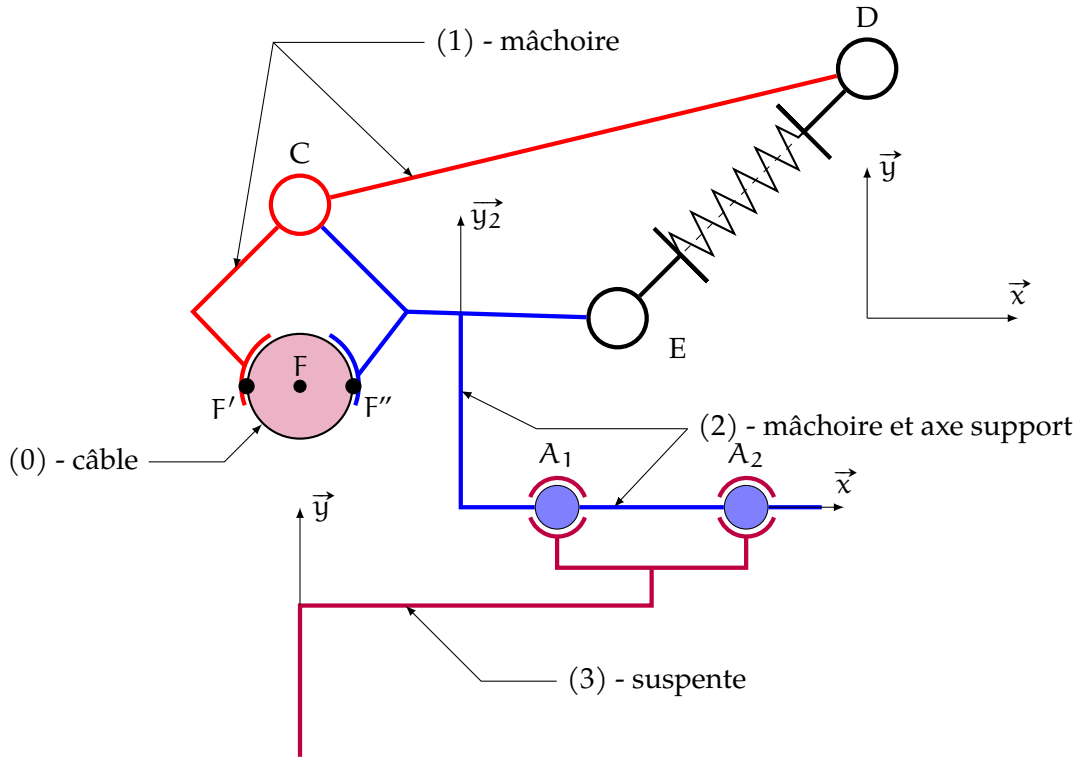


FIGURE 9 – Schéma technologique de la modélisation retenue représenté dans la position $\vec{y}_2 = \vec{y}$ (le câble est horizontal suivant $\vec{z}_2 = \vec{z}$)

C. Détermination de l'effort de serrage

Cette première étude se limite à la détermination de l'effort de serrage. La pince est sur un banc d'essai et n'est pas soumise à l'action de la cabine.

Le problème est considéré plan dans le plan (E, \vec{x}, \vec{y}) . Le référentiel associé au câble (0) est supposé galiléen. Les poids des différents solides sont négligeables devant les autres actions en présence. Les liaisons sont supposées parfaites.

On note $\vec{CF} = -a \cdot \vec{x} - b \cdot \vec{y}$ et $\vec{CD} = c \cdot \vec{x} + d \cdot \vec{y}$.

La liaison entre la mâchoire et le câble est modélisée par une liaison ponctuelle en F' avec $\vec{FF}' = -R_c \cdot \vec{x}$ et R_c le rayon du câble. L'action mécanique de la mâchoire (1) sur le câble (0) est donc modélisée par le glisseur :

$$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 0}\} = \left\{ \begin{array}{c} N_{cx} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{F'}$$

L'action en F'' entre la mâchoire et le câble est de même forme.

L'action mécanique exercée par le ressort est transmise au solide (1) en D. On la modélise par le torseur suivant :

$$\{\mathcal{A}_{r \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} F_r \cdot \cos \beta \cdot \vec{x} + F_r \cdot \sin \beta \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

avec F_r l'effort équivalent exercé par les deux ressorts et β l'angle entre \vec{x} et \vec{ED} .

Le torseur de l'action mécanique transmissible par une liaison entre les solides i et j sera noté en un point K, d'une façon générale :

$$\{\mathcal{T}_{i \rightarrow j}\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{ij} \cdot \vec{x} + Y_{ij} \cdot \vec{y} + Z_{ij} \cdot \vec{z} \\ L_{ij} \cdot \vec{x} + M_{ij} \cdot \vec{y} + N_{ij} \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_K$$

- Q2. On isole le solide (1). Réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures sous forme de torseurs.
 Q3. Appliquer le principe fondamental de la statique à ce solide. Écrire en particulier le théorème du moment statique au point C. En déduire une expression de N_{cx} en fonction de F_r , β , b , c et d .
 L'application numérique donne $N_{cx} = 93 \text{ kN}$.

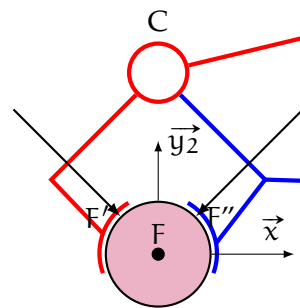
D. Étude du non-glissement de la pince sur le câble

Il s'agit maintenant de vérifier que la cabine ne risque pas de glisser sur le câble.

On considère le cas le plus défavorable du point de vue de l'adhérence des mâchoires de la pince sur le câble : juste en amont d'un pylône, l'angle α entre l'horizontale et le câble est maximal (voir figure 8 et 10a). Sur l'installation existante, $\alpha_{\text{maxi}} = 18,35^\circ$.



(a) Définition de l'angle α



Représentation dans le plan (F, \vec{x}, \vec{y}_2) des composantes normales des mâchoires sur le câble

(b)

La résultante de l'action de la mâchoire mobile sur le câble $\overrightarrow{R}_{1 \rightarrow 0}$ se décline alors en deux composantes :

- une composante tangentielle T_c portée par la direction du câble \vec{z}_2 ;
- une composante normale N_c se décomposant en une composante suivant \vec{x} (N_{cx}) et une composante suivant \vec{y}_2 (N_{cy}).

On considère que le point d'application de cette action est en F centre du câble (figure 10b), soit :

$$\{\mathcal{A}_{1 \rightarrow 0}\}_{(F, \vec{x}, \vec{y}_2, \vec{z}_2)} = \begin{Bmatrix} N_{cx} & 0 \\ -N_{cy} & 0 \\ T_c & 0 \end{Bmatrix}. \text{ On pose } \left| \frac{N_{cy}}{N_{cx}} \right| = \tan \beta. \text{ et on prend pour } |N_{cx}| = 93 \text{ kN}.$$

L'action de la mâchoire fixe est analogue.

Le coefficient d'adhérence entre les mâchoires et le câble est noté f et vaut : $f = \tan(\phi) = 0,18$.

La masse de l'ensemble suspendu vaut $M_e = 1\,800 \text{ kg}$.

Pour assurer le non-glissement de l'ensemble suspendu au câble, de poids P_e , il faut, dans le cas le plus défavorable, prendre un coefficient de sécurité $s = 3$.

Q4. Rappeler la relation entre N_c et T_c dans le cas de l'adhérence.

Pour les calculs, on se placera à la limite du glissement.

Q5. Faire l'inventaire des actions mécaniques sur l'ensemble $\Sigma = \{\text{cabine} + \text{pince}\}$.

Q6. À partir du théorème de la résultante statique, déterminer les composantes du torseur d'action $\{\mathcal{A}_{0 \rightarrow 1}\}$ en fonction de la masse de la cabine et N_{cx} .

- Q7.** Justifier que $2 \cdot T_c = s \cdot P_e \cdot \sin(\alpha_{\max i})$ pour s'assurer que la cabine ne glisse pas sur le câble.
- Q8.** Vérifier que la cabine ne glisse pas sur le câble.
- Q9.** Conclure quant à la sécurité des passagers.