DS 6 PSI 2014 2015
Lycée François Premier - Fontainebleau

Sujet issu d'un sujet e3a
Partiellement retouché pour cadrer avec le nouveau programme de PSI

CONCOURS ARTS ET MÉTIERS ParisTech – ESTP – ARCHIMÈDE

Épreuve de Sciences Industrielles PSI

Durée 5h

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est autorisé

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte.

Le candidat devra porter l'ensemble de ses réponses sur le cahier réponses, à l'exclusion de toute autre copie. Les résultats doivent être reportés dans les cadres prévus à cet effet.

Tournez la page S.V.P.

Etude du téléphérique Vanoise Express

Le sujet remis aux candidats comprend :

Un questionnaire.(pages 1 à 20).
Quatre annexes.
Un cahier réponses.

Le questionnaire est divisé en 8 parties dont 6 comportent des questions. Toutes les parties sont indépendantes, et à l'intérieur de chaque partie, de nombreuses questions sont indépendantes. Il est tout de même conseillé de traiter les questions dans l'ordre.

Sauf indication particulière, toutes les valeurs numériques sont à donner avec 3 chiffres significatifs et leurs unités

Si un résultat numérique est demandé, une expression littérale ne sera pas acceptée, et réciproquement.

1- Présentation du téléphérique Vanoise Express

Noël 2003, le téléphérique Vanoise Express relie enfin les domaines skiables de La Plagne et Les Arcs, donnant naissance à ***paradiski***, un domaine skiable de 425 km, le troisième plus grand de France.

Le Vanoise Express est une prouesse technologique de 16.5 millions €. C'est le plus grand téléphérique de ce type jamais construit au monde. Il est réalisé par la société ***POMAGALSKI***. C'est un téléphérique sans pylônes, d'une seule portée de gare à gare, ce qui permet de diminuer l'impact sur l'environnement et de préserver la beauté du paysage. L'utilisation de cabines à deux étages permet de réduire le volume des cabines et des gares, améliorant l'esthétique de l'ensemble (voir photo 1).

La solution retenue est constituée de deux lignes parallèles portant chacune une seule cabine. Contrairement à la plupart des téléphériques, ***les deux lignes sont entièrement indépendantes***, ce qui signifie qu'une cabine n'est pas le contrepoids de l'autre. Ainsi, en cas de problème sur une cabine, la liaison entre les deux stations n'est pas interrompue.

Photo 1 :
Cabine se déplaçant sur une ligne

L'étude qui suit ne porte que sur une seule ligne et donc une seule cabine

Le schéma de principe d'une ligne est donné en ***annexe 1***. La capacité de chaque cabine est de 200 personnes. La puissance installée de 1060 kW par cabine autorise un débit maximum de 1000 personnes à l'heure dans chaque sens et par cabine. Chaque ligne est composée principalement de deux câbles porteurs (rails) et d'un câble tracteur (voir photo 2).

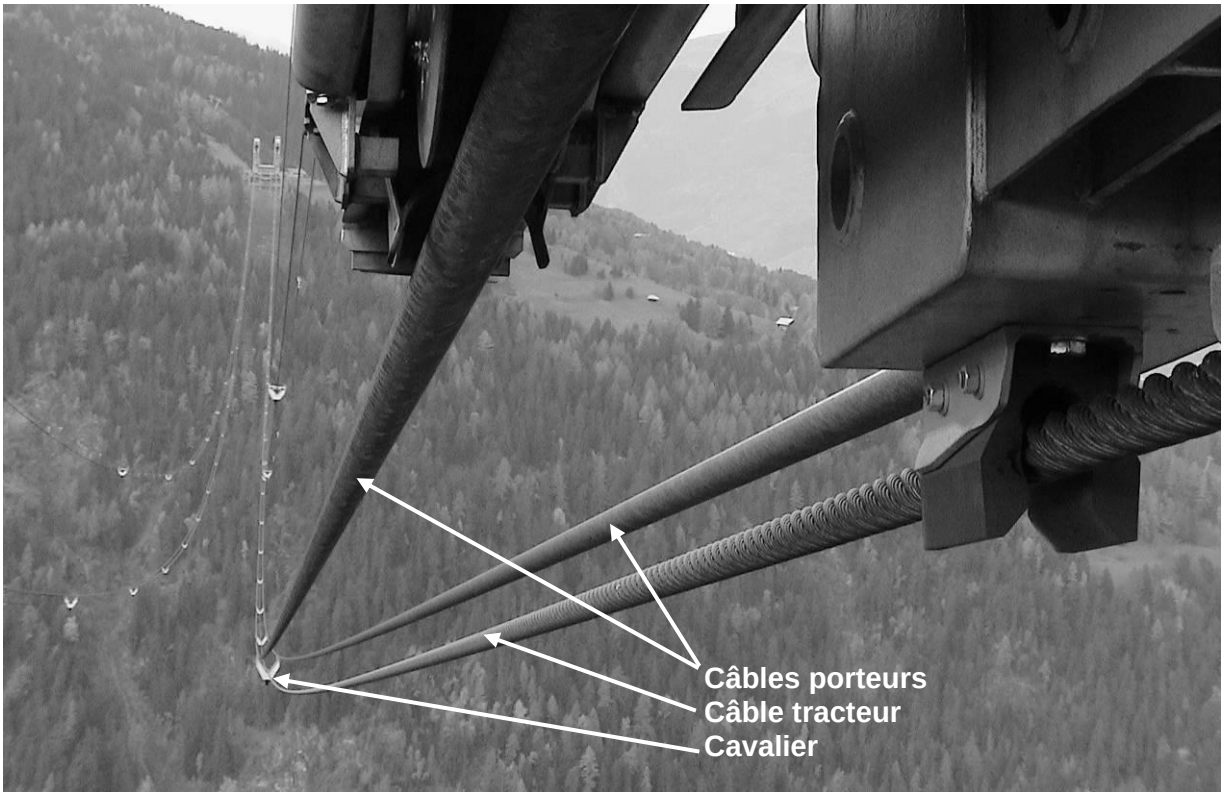
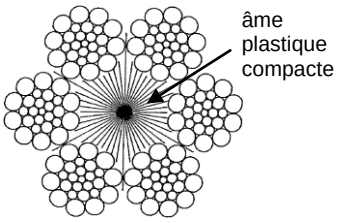


Photo 2 : Vue d'une ligne du téléphérique

Le câble tracteur ∅45mm

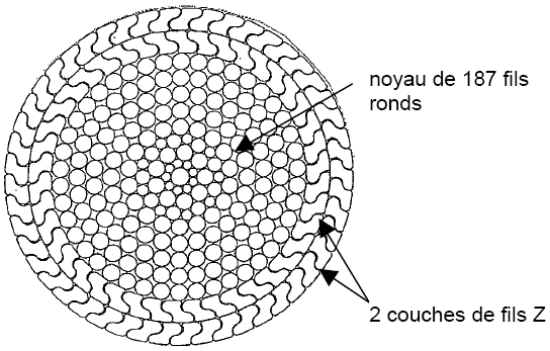
Cet unique câble assure la transmission du mouvement depuis la poulie motrice (∅D=4m en gare des Arcs) vers la cabine. Il est dévié par 5 poulies de déviation ∅d=3.8 m. Son âme plastique lui permet de s'enrouler facilement autour des poulies. Un contrepoids d'une masse Mc=35 tonnes en gare de La Plagne lui permet d'être toujours tendu. Cela permet de retenir ou de tirer la cabine pour voyager dans les deux sens de circulation. D'une masse m=29 tonnes, ce câble est guidé et porté tout le long du trajet par 50 petites poulies dont 32 sont montées sur des cavaliers. Il ne peut donc pas se tendre sous l'effet de son propre poids.



Câble tracteur ∅ 45
Tension de rupture :
1430kN

Les deux câbles porteurs ∅75mm

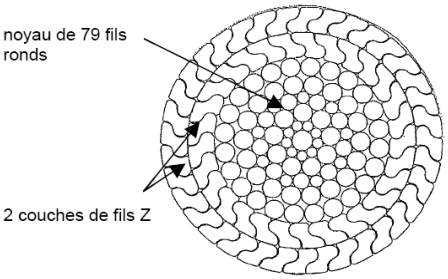
Leur fonction est de guider et porter le câble tracteur et la cabine (dont la masse maximum est M=29 tonnes). La cabine se déplace donc comme un wagon sur ces deux câbles tendus à 1300 kN entre les deux gares. Ils sont de véritables rails, qui survolent la vallée à 380 m au dessus du sol. D'une masse respective de 55 tonnes, ils ne peuvent pas être horizontaux. Le trajet d'une gare à l'autre commence donc par une forte descente, suivi d'une montée de même pente (on néglige la différence d'altitude entre les deux gares).



Câble porteur ∅ 75
Tension de rupture : 6006 kN

Les deux câbles porteurs ∅42mm

Tendus à 560 kN, ils soutiennent 16 cavaliers. Chacun guide en rotation une petite poulie dont la fonction est de porter le câble tracteur lors de son retour vers la poulie motrice.



Câble porteur ∅42

Tension de
rupture : 2014 kN

La particularité de ce téléphérique est que les deux gares reliées sont sensiblement à la même altitude (1630m pour Les Arcs et 1560 m pour La Plagne). ***Dans toute l'étude qui suit, on négligera cette différence d'altitude*** (voir photo 3).

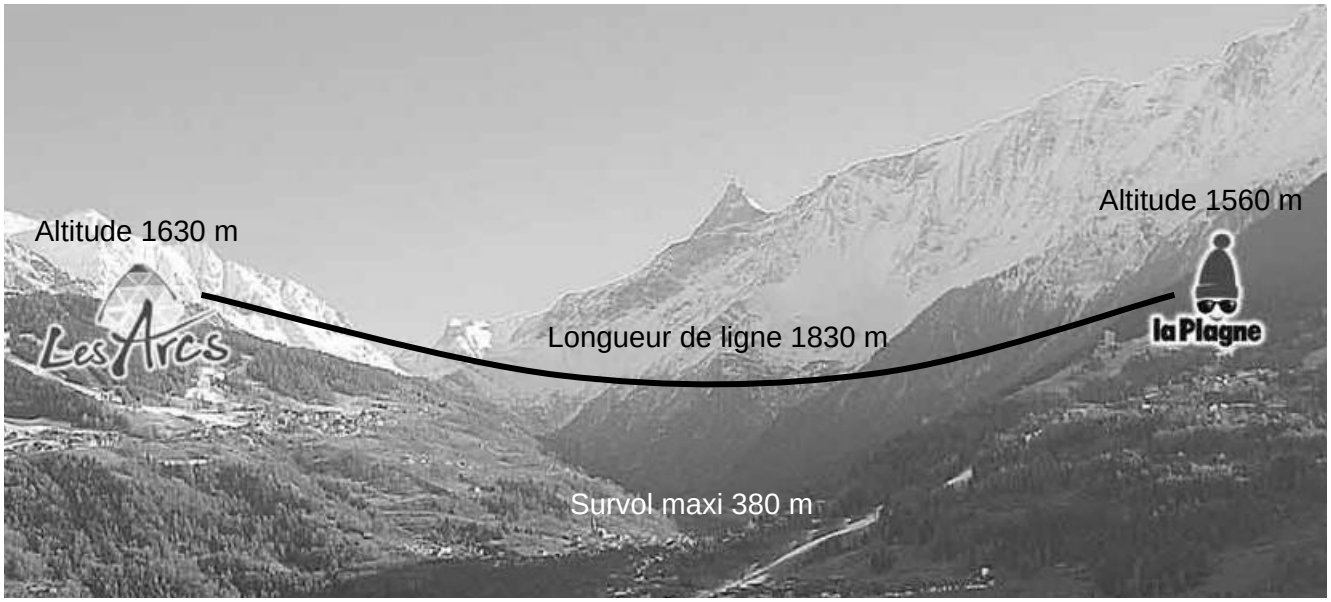


Photo 3 : Vue de la vallée à survoler

2- Description SysML du téléphérique

Diagramme de contexte partiel :

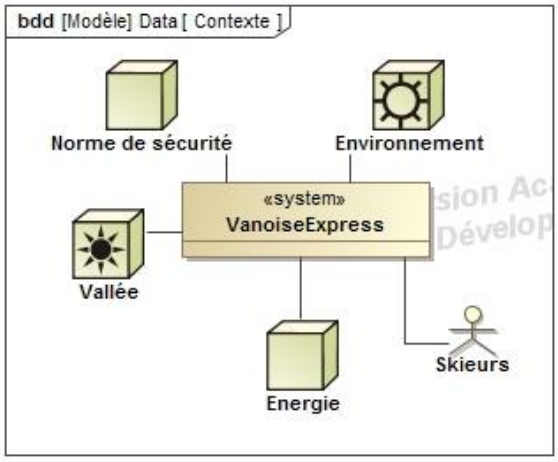


Diagramme de cas d'utilisation partiel retenu :

Diagramme des exigences globales

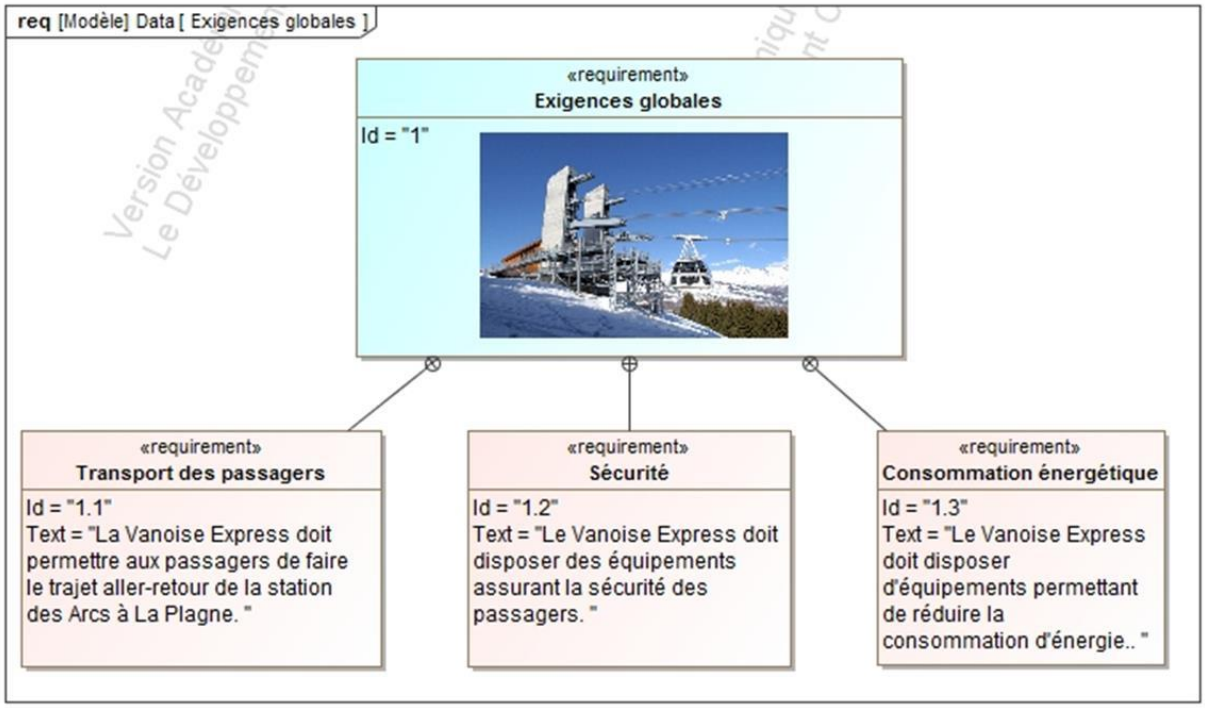


Diagramme des exigences détaillé de l'exigence 1.1 « Transporter les passagers »

Remarque portant sur l'exigence 1.1 :

On peut montrer que l'on obtiendra un débit de 1000 passagers par heure dans chaque sens et par ligne si la durée du trajet est égale à **4 minutes**. En effet, en considérant un temps de chargement-déchargement des cabines de 2 minutes, il faut donc 6 minutes pour transporter 200 personnes d'un côté à l'autre de la vallée, soit un aller retour en 12 minutes et donc un débit de 1000 personnes par heure dans chaque sens.

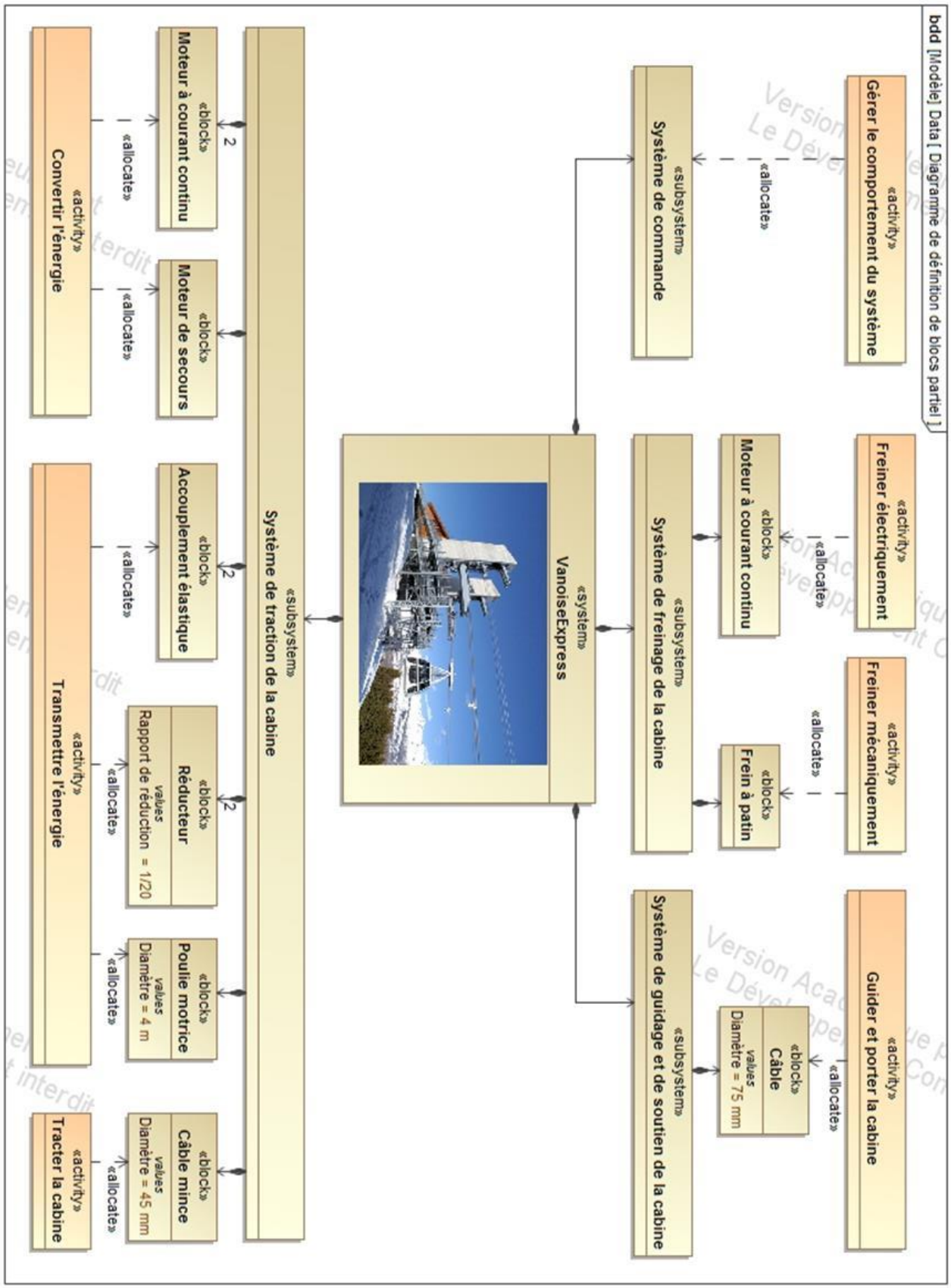
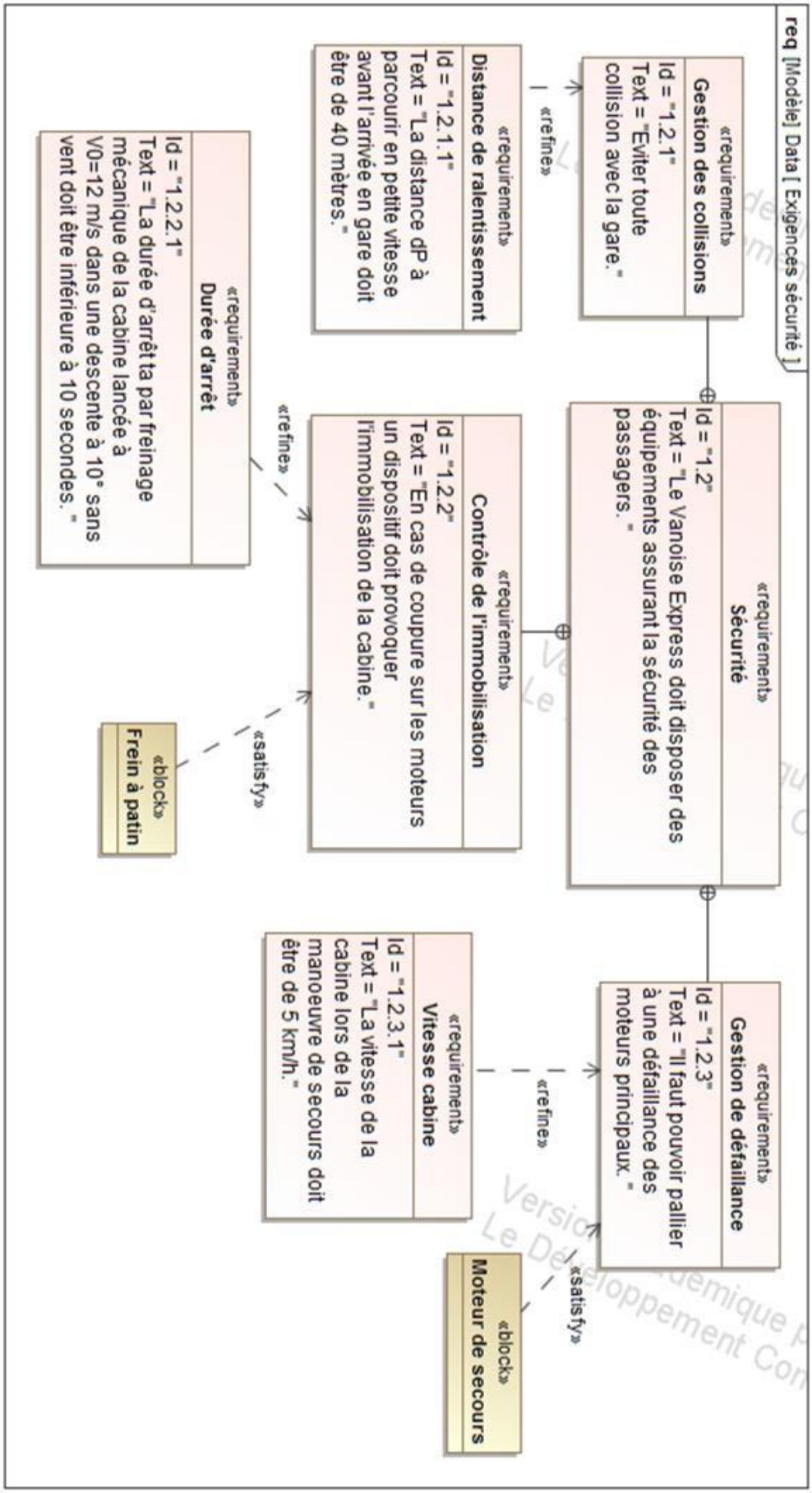


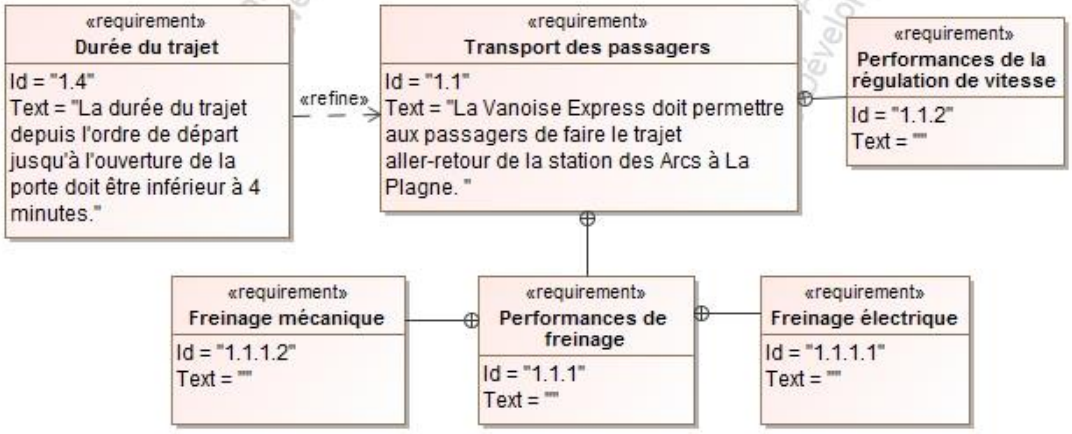
Schéma de la salle des machines limité aux sous système de traction et de freinage de la cabine : Voir annexe 1

Photographies de la salle des machines : Voir annexe 2 photos 5 et 6.

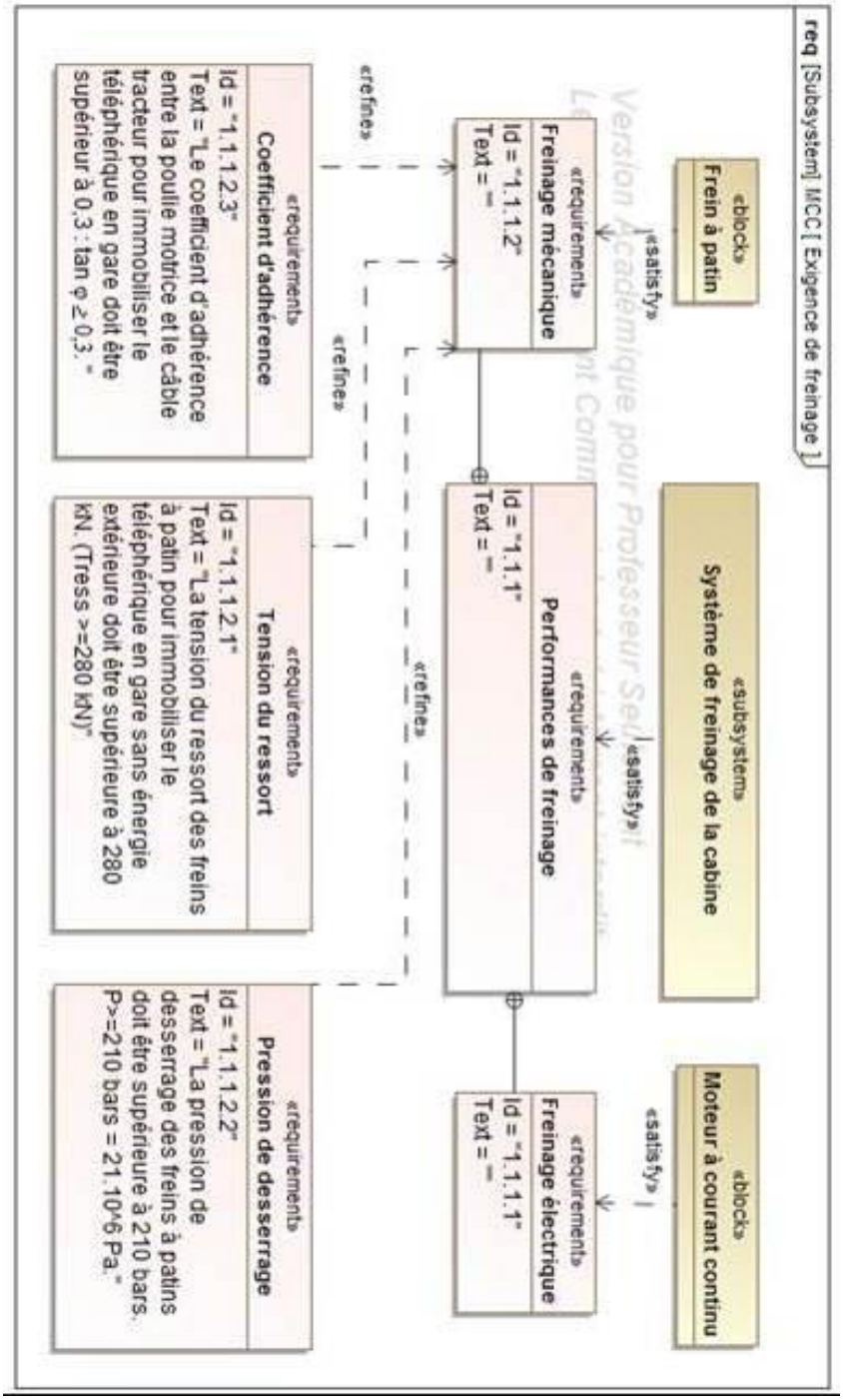
Analyse partielle de l'exigence 1.2 : Sécurité



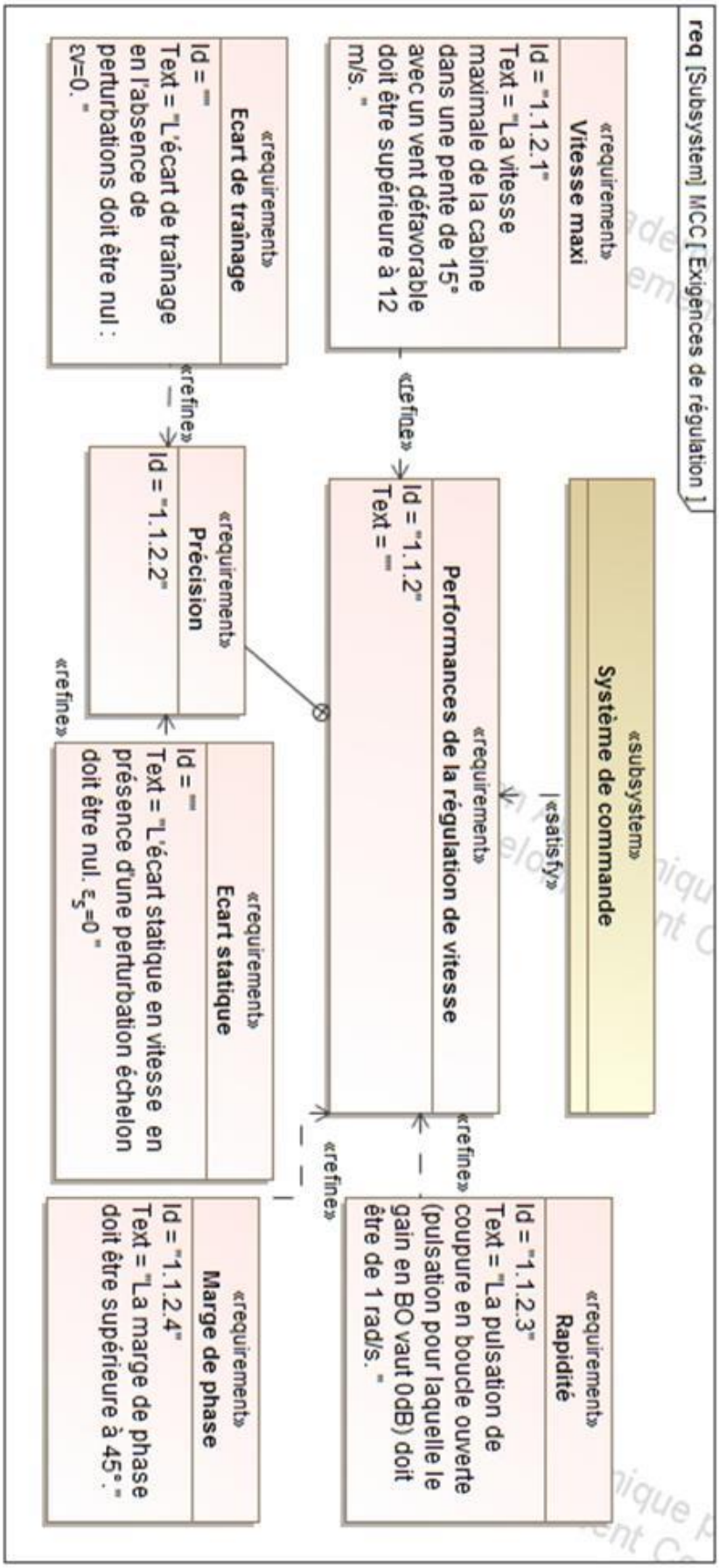
Analyse partielle de l'exigence 1.1 : Transport des passagers



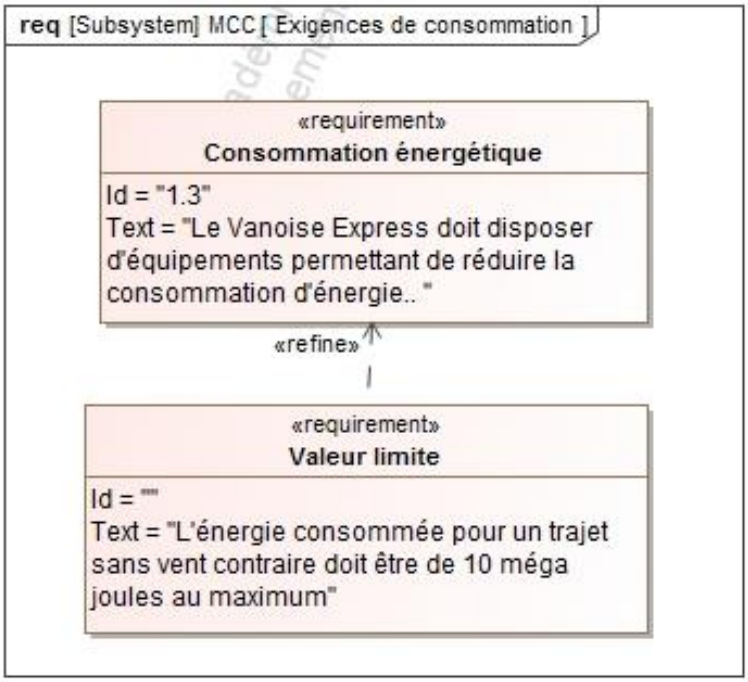
Analyse partielle de l'exigence 1.1.1 : Performances de freinage



Analyse partielle de l'exigence 1.1.2 : Performances de la régulation de vitesse



Analyse partielle de l'exigence 1.3 : Performances de la régulation de vitesse



3- Vérification du critère « Durée d'un trajet » de l'exigence 1.4 Respect du critère « Distance » de l'exigence 1.2.1.1

Dans cette partie, on désire vérifier le critère suivant du cahier des charges partiel :

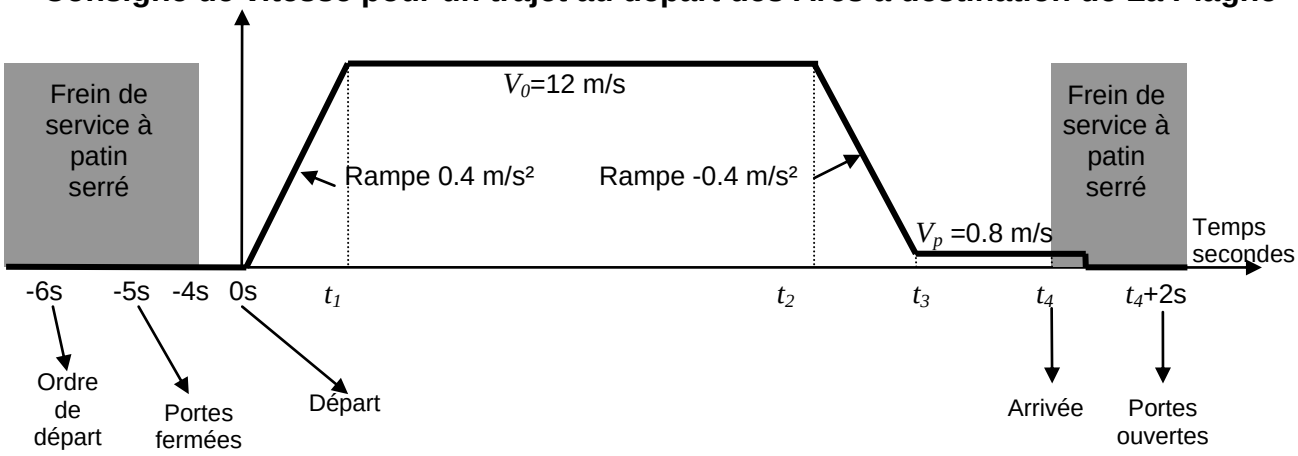
Exigence	Critère	Niveau
1.4 : Durée du trajet	**Durée d'un trajet** (de *l'ordre de départ* jusqu'à *l'ouverture des portes)*	$t_t \leq 4$ minutes

et respecter le critère suivant :

1.2.1.1 : Distance de ralentissement	**Distance** à parcourir en petite vitesse avant l'arrivée en gare	d_p=40 mètres

Les moteurs du téléphérique sont asservis en vitesse. La consigne est décrite sur la figure ci-dessous. L'immobilisation en gare est assurée par une consigne de vitesse nulle et par le frein à patin de service (frein à desserrage hydraulique).

Consigne de vitesse pour un trajet au départ des Arcs à destination de La Plagne



Données :

- La distance totale à parcourir est d_t=1830 mètres.
- Entre *l'ordre de départ* et le départ, 6 secondes s'écoulent.
- Entre l'arrivée et *l'ouverture des portes*, 2 secondes s'écoulent.
- Le départ a lieu à l'instant t=0s, l'arrivée à l'instant t_4.
- Les instants t_1, t_2 et t_3 marquent les changements de consigne de vitesse.

Question 1. : Pour cette question, on demande des résultats numériques avec 4 chiffres significatifs à exprimer en secondes ou mètres (unités SI).

1- Calculez **numériquement** t_4-t_3 pour respecter le critère de l'exigence 1.2.1.1 : « **Distance** à parcourir en petite vitesse avant l'arrivée en gare ».
2- Calculez **numériquement** t_1. En déduire **numériquement** la distance parcourue d_a dans la phase d'accélération à 0.4 m/s².
3- Calculez **numériquement** t_3-t_2. En déduire **numériquement** la distance parcourue d_d dans la phase de décélération à -0.4 m/s².
4- Calculez **numériquement** t_2-t_1.
5- Calculez **numériquement** la durée totale t_t de *l'ordre de départ* jusqu'à *l'ouverture des portes*. Vérifiez le critère*: « **Durée d'un trajet** (de l'ordre de départ jusqu'à l'ouverture des portes)* » de l'exigence 1.4.

4- Vérification des critères de l'exigence 1.1.1.2.1

Dans ce qui suit, on désire vérifier le niveau du critère suivant du cahier des charges partiel :

1.1.1.2.1 : Tension du ressort	**Tension du ressort** des freins à patin pour immobiliser le téléphérique en gare, sans énergie extérieure	$T_{ress} \geq 280\ kN$

Documents : Voir annexe 1.

On peut voir sur l'annexe 1 qu'il existe 4 freins à patin identiques, 2 pour le freinage de service et 2 pour le freinage de secours (en cas de défaillance du précédent).

On appelle frein à patin l'unité décrite sur le schéma et sur le plan en coupe ci-dessous.

Pour des raisons de sécurité, les freins à patin de service seuls et sans énergie extérieure doivent être suffisants pour maintenir le téléphérique à l'arrêt quand il est en gare.

Chaque frein à patin possède un *piston mobile* qui se déplace dans un *cylindre fixe*. *Le patin* vient frotter sur la poulie motrice, produisant un moment de freinage.

C'est un frein de sécurité car sa force de freinage est obtenue sans énergie, par un *ressort* constitué de 18 rondelles élastiques de type Belleville. Ainsi, en l'absence (ou en cas de défaillance) de la pression hydraulique, le frein est serré. L'huile arrive par l'orifice « Arrivée d'huile » et la pression hydraulique permet seulement de desserrer le frein.

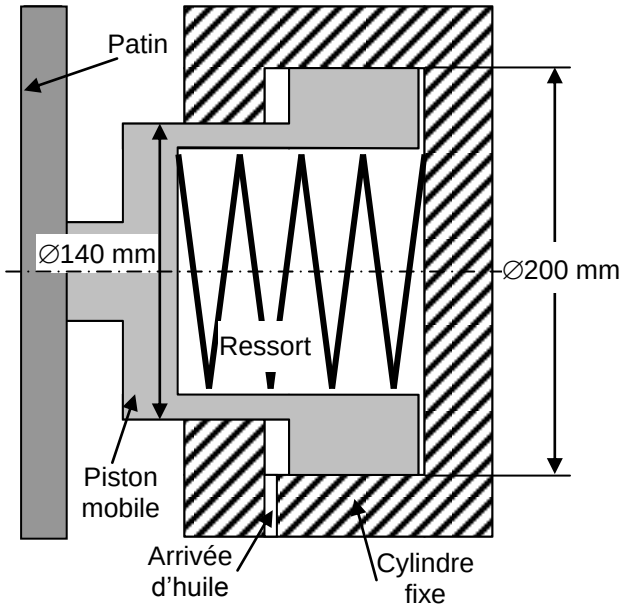
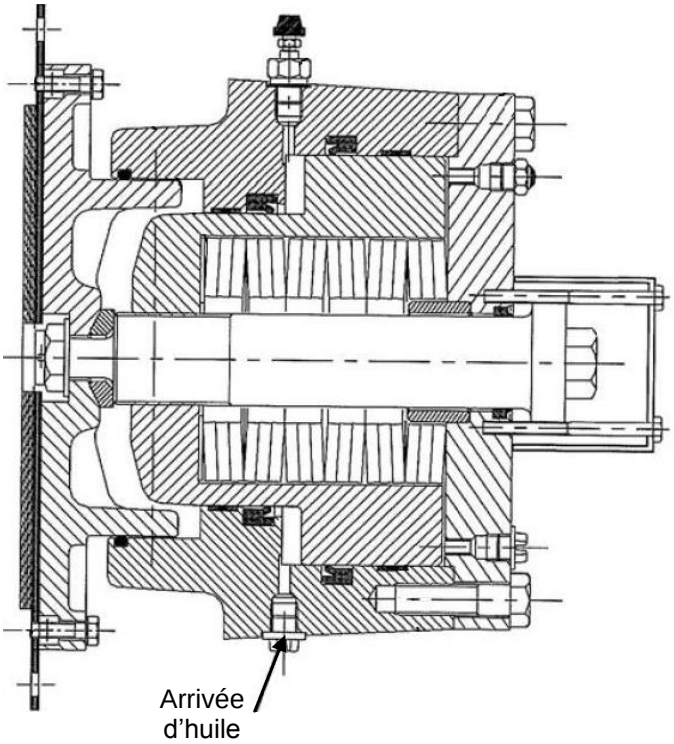


Schéma du frein à patin

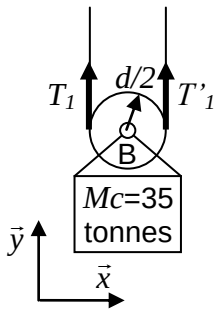


Plan en coupe du frein à patin

Hypothèses et données :

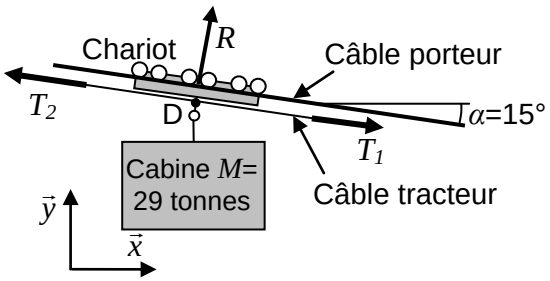
- On néglige l'effet du poids du câble tracteur (bien que très lourd, cette hypothèse est vraisemblable car le câble est porté par une trentaine de cavaliers).
- Seuls les 2 freins à patin de service sont actionnés.
- Tous les ressorts présents dans les freins à patin exercent la même action mécanique. On note $T_{ress\ mini}$ la plus petite tension du ressort qui permet l'équilibre de la cabine.
- Les moteurs électriques ne sont pas alimentés.
- La masse de la cabine est M=29 tonnes (chargement maximum). La masse du chariot est négligée.
- Le téléphérique est stationné en gare des Arcs. Le câble porteur est incliné de α=15° avec l'horizontale.

- Les liaisons sont sans frottement (sauf bien sûr les deux liaisons par adhérence étudiées ici).
- Le coefficient d'adhérence entre le patin et la poulie motrice est $\tan\varphi = 0.3$
- La masse du contrepoids en gare de La Plagne est Mc=35 tonnes.
- Le diamètre des poulies de déviation est d=3.8 mètres.
- Le diamètre de la poulie motrice est D=4 mètres.
- On donne g=9.81 m/s² (accélération de la pesanteur).



Question 2. :

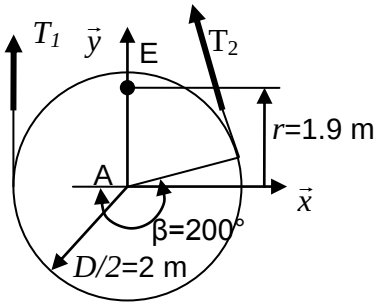
1. On note $T1$ et $T'1$ les tensions dans les brins du câble tracteur, au niveau de la poulie de déviation soutenant le contrepoids. Montrez que $T_1 = T'_1$. Précisez le solide isolé, et le principe ou théorème utilisé.
2. Montrez que $T_1 = \dfrac{Mc.g}{2}$. Précisez le solide isolé, et le principe ou théorème utilisé.



Question 3. :

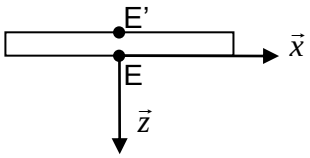
L'action mécanique du câble sur le chariot est modélisée comme un glisseur, de direction perpendiculaire au câble et de norme R.

Calculez **numériquement** la tension T_2 du câble tracteur côté Les Arcs. Précisez le ou les solides isolés, et le principe ou théorème utilisé.



Question 4. : Les freins à patin de service agissent *des deux côtés de la poulie* en E et E' sur un rayon r=1.9 m. L'action de chaque frein de service sur la poulie sera modélisée par un glisseur. La tension des ressorts est $T_{ress\ mini}$. On se place à la limite du glissement.

1. Isolez la poulie motrice. En explicitant le principe ou théorème utilisé, donnez l'expression de la tension $T_{ress\ mini}$ de chaque ressort en fonction de T_1, T_2, r, D et $\tan\varphi$.
2. Calculez **numériquement** $T_{ress\ mini}$.
   Pour des raisons de sécurité, on admettra que la tension $T_{ress\ mini}$ doit être multipliée au moins par un coefficient s=2 appelé coefficient de sécurité. On note $T_{ress\ secu} = 2 \times T_{ress\ mini}$
   Vérifiez si le niveau du critère « **Tension du ressort** des freins à patin pour immobiliser le téléphérique en gare, sans énergie extérieure » est suffisant.



Dans ce qui suit, on désire vérifier le niveau du critère suivant du cahier des charges partiel :

Exigence	Critère	Niveau
1.1.1.2.2 : Pression de desserrage	**Pression de desserrage** des freins à patin	$P \geq$ 210 bars=21×10^6 Pa

Le desserrage du frein à patin se fait par injection d'huile sous pression par l'orifice « Arrivée d'huile », visible sur le schéma du frein à patin page 12.

Hypothèses et données :

- Chaque ressort du frein à patin délivre une tension T_{ress} =280 kN, supposée constante car les déplacements sont faibles.
- Les données dimensionnelles sont indiquées sur le schéma du frein à patin page 12.
- Les liaisons sont sans frottement.

Question 5. :

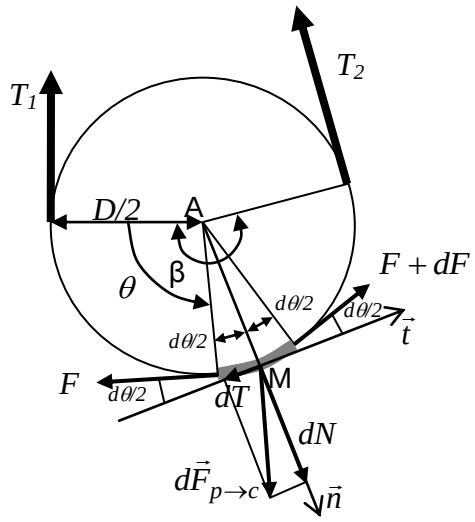
1. Calculez **numériquement** la pression minimum P_{min} que doit exercer l'huile sur le piston mobile pour comprimer le ressort.
2. Vérifiez si le niveau du critère « **Pression de desserrage** des freins à patin » est suffisant.

Dans ce qui suit, on désire vérifier le niveau du critère suivant du cahier des charges partiel :

Exigence	Critère	Niveau
1.1.1.2.3 : Coefficient d'adhérence	**Coefficient d'adhérence** entre la poulie motrice et le câble tracteur pour immobiliser le téléphérique en gare	$\tan\varphi \geq 0.3$

Pour s'assurer que la cabine est bien à l'arrêt lorsque le frein à patin de service est serré, il faut encore vérifier que le câble ne peut pas glisser sur la poulie motrice. Nous allons donc calculer le coefficient d'adhérence ν_{mini} juste nécessaire pour assurer l'adhérence du câble sur la poulie motrice. On se place à la limite du glissement.

On isole un bout de câble de longueur $\frac{D}{2}.d\theta$. Il est soumis à trois forces extérieures : les tensions F et $F+dF$, et l'action $d\vec{F}_{p\to c}$ de la poulie sur le câble.



Données et notations :

- On donne β=200° l'angle d'enroulement du câble.
- On note dN, la composante normale de $d\vec{F}_{p\to c}$.
- On note dT la composante tangentielle de $d\vec{F}_{p\to c}$.
- On note ν_{mini} le coefficient d'adhérence juste nécessaire pour assurer l'adhérence du câble sur la poulie motrice.
- Le câble enroulé sur la poulie est soumis à ses deux extrémités aux tensions T_1 et T_2 vues précédemment.

Question 6. :

1. Ecrire l'équation du théorème de la résultante statique appliqué au bout de câble isolé, linéarisée à l'ordre 1 en projection sur $\vec{n}$.
2. Ecrire l'équation du théorème de la résultante statique appliqué au bout de câble isolé, linéarisée à l'ordre 1 en projection sur $\vec{t}$.
3. En déduire une équation différentielle liant F, dF, dθ et ν_{mini}.

Question 7. : Après avoir intégré cette équation différentielle, en déduire l'expression littérale de ν_{mini} en fonction du rapport $\frac{T_2}{T_1}$ et de β.

Question 8. : Indépendamment de ce qui a été fait précédemment, on donne $\frac{T_2}{T_1}$ =1.5

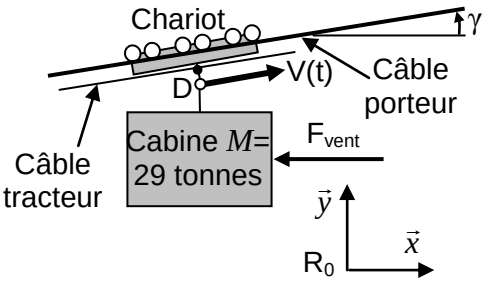
1. Calculez **numériquement** ν_{mini}.
2. Pour des raisons de sécurité, on ne peut pas être à la limite du glissement. On admettra que ν_{mini} doit être multiplié au moins par un coefficient s=2 appelé coefficient de sécurité. On note $\nu_{minisecu}$=2×ν_{mini}. Vérifiez si le niveau du critère « **Coefficient d'adhérence** entre la poulie motrice et le câble tracteur pour immobiliser le téléphérique en gare » est suffisant.

5- Vérification du critère « Vitesse maximum de la cabine»

Vérification du critère « Durée d'arrêt» de l'exigence 1.2.2.1

Documents : Voir annexe 1.

Hypothèses et données :



- Soir R_0, un repère galiléen lié à la terre.
- On donne g=9.81 m/s², accélération de la pesanteur.
- Soit (E), le système matériel constitué de tous les solides en mouvement et du câble tracteur.
- On suppose que la cabine de masse M=29 tonnes se déplace en translation à la vitesse $V(t)$, sur le câble incliné de γ par rapport à l'horizontale (voir figure ci-contre).
- La poulie motrice a pour moment d'inertie par rapport à son axe J_{pm}=17 000 kg.m². Son diamètre est D=4 m. Sa vitesse de rotation est notée $\omega(t)$.
- Chacune des 5 poulies de déviation a pour moment d'inertie J_d=10 500 kg.m² et pour diamètre d=3.8 m.
- La masse totale du câble tracteur est m=29 tonnes. On suppose qu'il se déplace en translation à la vitesse $V(t)$. On néglige la puissance de la pesanteur sur le câble tracteur dans son mouvement par rapport à R_0.
- On néglige la masse du chariot et de ses poulies de guidage.
- La câble tracteur est guidé par 50 petites poulies de guidage dont les caractéristiques sont : moment d'inertie J_g=2 kg.m², diamètre d_g=0.5 m. Trente deux de ces poulies sont montées sur des cavaliers accrochés aux câbles porteurs (voir annexe 1), les autres guident le câble en gare.
- Chaque moteur délivre la même puissance et a pour puissance maximum $P_{m,maxi}$=530 kW. Chaque moteur a pour moment d'inertie J_m=11.2 kg.m² .
  On note $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation d'un moteur.
- On néglige les inerties des réducteurs de rapport k=1/20 et de tous les solides non cités dans les hypothèses. La définition du rapport k est donnée annexe 1.
- On suppose que toutes les liaisons pivot des solides du système matériel E avec le milieu extérieur sont sans frottement.

Dans ce qui suit, on désire respecter le critère suivant du cahier des charges partiel :

Exigence	Critère	Niveau
Contrôler l'énergie	**Vitesse maximum de la cabine** dans une pente à 15° avec un vent défavorable	$V_{max} \geq V_0$=12 m/s

Lorsque la cabine approche de la gare de La Plagne, elle doit gravir une pente de γ=15°. Nous allons calculer la puissance P_m par moteur qui permet d'atteindre et donc de respecter le niveau du critère ci dessus.

Hypothèses complémentaires pour le respect du critère ci-dessus :

- Chacun des deux moteurs délivre la puissance P_m.
- La vitesse de la cabine est constante et égale à V_0 =12 m/s.
- La cabine gravit une pente de γ=15°.
- L'action du vent est modélisée par une force horizontale, s'opposant au déplacement, d'intensité constante F_{vent}=5 000 N. Cette force est un maximum obtenu uniquement par vent défavorable.
- f=6 N.m.s/rad coefficient de frottement visqueux équivalent de toutes les forces internes de frottement ramené sur l'axe du moteur.

Question 9. :

1- Donnez l'expression de P_{Ext}, la somme des puissances extérieures au système matériel E dans son mouvement par rapport au référentiel R_0.
2- Donnez l'expression de P_{Int}, la somme des puissances intérieures au système matériel E.

Question 10. : Donnez l'expression de la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ d'un moteur en fonction de la vitesse $V(t)$ de la cabine, du rapport k et du diamètre D de la poulie motrice.

Question 11. :

1- Appliquez le théorème de l'energie cinétique. Donnez l'expression de la puissance P_m délivrée par chaque moteur en fonction de k, V_0, D, M, g, f, γ et F_{Vent} .
2- Faire l'application numérique de P_m Les moteurs choisis ont une puissance maximum $P_{m,maxi}$=530 kW. Permettent-ils de respecter le niveau du critère « **Vitesse maximum de la cabine** dans une pente à 15° avec un vent défavorable » ?

Dans ce qui suit, on désire vérifier le critère suivant du cahier des charges partiel

Exigence	Critère	Niveau
1.2.2.1 : Durée d'arrêt	**Durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine** lancée à V_0=12 m/s dans une descente à 10° sans vent.	$t_a \leq$10 secondes

Dans une descente, ce sont les moteurs à courant continu qui retiennent la cabine. Mais en cas de coupure d'électricité, les moteurs ne seraient plus contrôlés, et les cabines pourraient atteindre une vitesse trop élevée. Il faut donc immédiatement les arrêter par le système de freinage mécanique, qui comme on l'a vu dans la partie précédente, peut fonctionner sans énergie.

Question 12. :

1- Calculez en fonction de $\omega_m(t)$ l'expression littérale de l'énergie cinétique de chaque élément du système matériel E dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 (suivre la présentation du cahier réponse).
2- En déduire l'expression littérale du moment d'inertie équivalent J de tout le système matériel (E) ramené sur l'axe des moteurs.

Hypothèses et données complémentaires pour cette question :

- On donne J=800 kg.m² , le moment d'inertie de tout le système matériel (E), ramené sur l'axe des moteurs.
- On ne tient pas compte de l'action du vent F_{vent}.
- Par souci de simplifications, on néglige le frottement visqueux équivalent de toutes les forces internes de frottement ramené sur l'axe du moteur (coefficient f).
- La cabine sort de la gare des Arcs, et descend une pente γ'=-10° à la vitesse V_0=12m/s.
- On donne Cf=300 000 N.m, le couple de freinage du frein de service.
- Le freinage électrique (frein moteur) n'est pas utilisé. Les moteurs ne sont donc pas alimentés.

Question 13. :

1- Appliquez le théorème de l'énergie cinétique au système matériel (E) dans son mouvement par rapport au référentiel R_0. Déterminez l'expression de $\dot{\omega}_m(t)$, la dérivée temporelle de $\omega_m(t)$.
2- Donnez l'expression de la décélération notée a de la cabine en fonction de k, D et $\dot{\omega}_m(t)$.
3- Donnez en fonction de a et de V_0 l'expression de la durée τ du freinage.
4- Faire l'application numérique de τ. Vérifiez le critère « **Durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine** lancée à V_0=12 m/s dans une descente à 10° sans vent. » de l'exigence 1.2.2.1.

6- Vérification des critères « Ecart statique », « Ecart de traînage », « Marge de phase » et « *Pulsation de coupure en boucle ouverte* » de l'exigence *1.1.2*

Dans ce qui suit, on désire respecter les critères suivants du cahier des charges partiel :

Exigence	Critère	Niveau
1.1.2 : Performances de la régulation de vitesse.	**Ecart statique** en vitesse en présence d'une perturbation échelon	$\varepsilon_s = 0$
	Ecart de traînage (ou écart dynamique) en vitesse en l'absence de perturbations	$\varepsilon_v = 0$
	Marge de phase	$M\varphi \geq 45°$
	Pulsation de coupure en boucle ouverte (pulsation pour laquelle le gain en boucle ouverte vaut 0dB)	$\omega_{0dB} \geq 1\, rd/s$

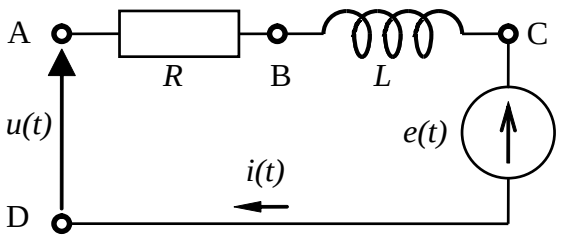
En effet, afin de respecter les consignes de vitesse pour un trajet entre « Les Arcs » et « La Plagne », il est nécessaire que l'asservissement de vitesse des moteurs à courant continu ait des qualités en précision, stabilité et rapidité.

Documents : Voir annexe 1 pour certaines données (diamètre de la poulie motrice *D=4m*, rapport de réduction *k=1/20*...).

Modélisation des moteurs à courant continu

Notations :

- On notera $F(p)$ la transformée de Laplace d'une fonction du temps $f(t)$.
- $u(t)$ Tension d'alimentation des moteurs
- $i(t)$ Intensité traversant un moteur
- $e(t)$ Force contre électromotrice d'un moteur
- $\omega_m(t)$ Vitesse de rotation d'un moteur
- $c_m(t)$ Couple d'un seul moteur
- $c_r(t)$ Couple de perturbation engendré par le poids du téléphérique dans une pente et par l'action du vent, ramené sur l'axe des moteurs.

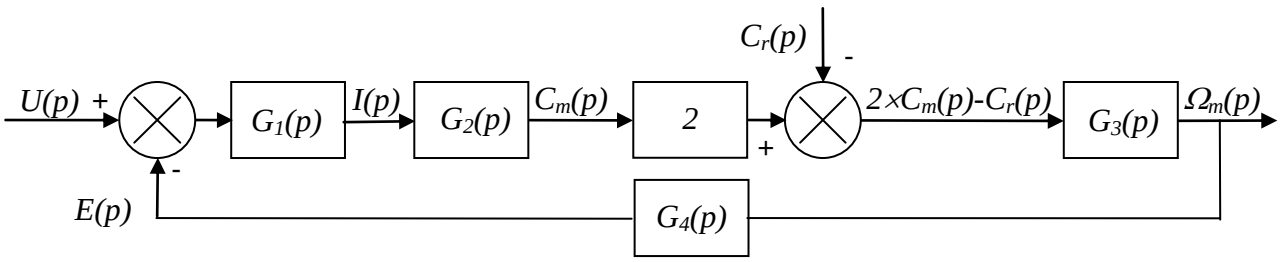


Hypothèses et données :

- On suppose les conditions initiales nulles
- Les deux moteurs sont et fonctionnent de manière parfaitement identique.
- L=0.59 mH Inductance d'un moteur
- R=0.0386 Ω Résistance interne d'un moteur
- f=6 N.m.s/rad Coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'axe des moteurs
- J=800 kg.m² Moment d'inertie total des pièces en rotation, ramené sur l'axe des moteurs
- $c_m(t) = k_T.i(t)$ avec k_T =5.67 Nm/A (constante de couple d'un moteur)
- $e(t) = k_E.\omega_m(t)$ avec k_E =5.77 Vs/rad (constante électrique d'un moteur)
- Equations de la dynamique établie dans la partie précédente :

$$2 \times c_m(t) - c_r(t) = J.\dot{\omega}_m(t) + f.\omega_m(t)$$

Question 14. : Le schéma bloc de la double motorisation étant fourni ci-après, déterminez les fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ écrites dans le domaine de Laplace.



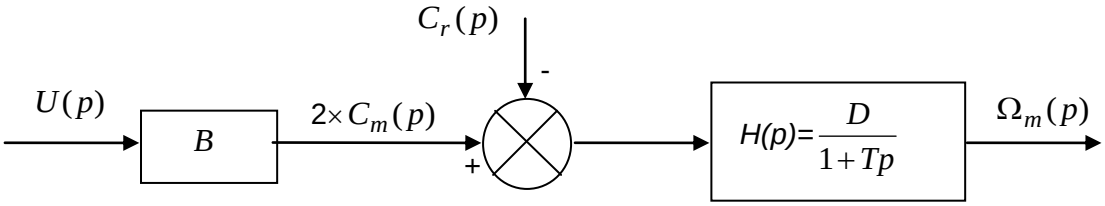
Question 15. : $\Omega_m(p)$ peut se mettre sous la forme : $\Omega_m(p) = F_1(p)\times U(p) - F_2(p)\times C_r(p)$
Exprimez les fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ en fonction de $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$.

On donne en annexe 3 les résultats d'une simulation réalisée sur l'ensemble de la motorisation, constituée des deux moteurs à courant continu.

1. La première courbe représente la réponse en vitesse à un échelon de tension $u(t)$ d'amplitude 100 V (le couple de perturbation $c_r(t)$ est nul).
2. La seconde courbe représente la réponse en vitesse à un échelon de couple de perturbation $c_r(t)$ d'amplitude 1000 N.m (la tension $u(t)$ est nulle).

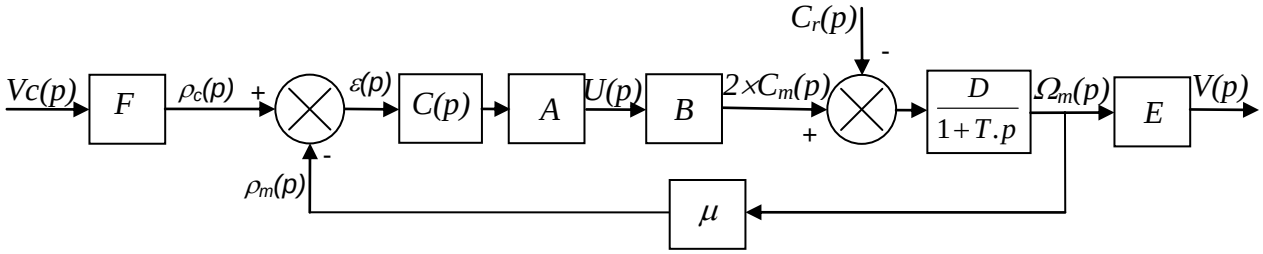
Question 16. : Choisissez et justifiez un modèle d'identification de ces fonctions (premier ordre, second ordre etc...). Déterminez **numériquement** les deux fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ par identification.

En faisant l'approximation que les deux fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ ont sensiblement le même dénominateur, le schéma bloc ci-dessus peut se mettre sous la forme suivante :



Question 17. : Donnez la valeur **numérique** des trois constantes B, D et T.

La motorisation modélisée ci-dessus est insérée dans une boucle d'asservissement de vitesse.

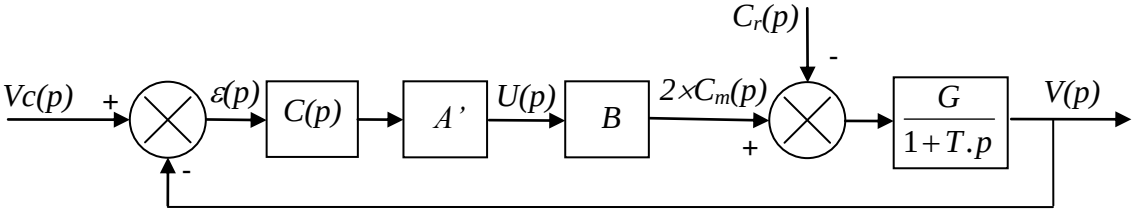


- La consigne de vitesse $v_c(t)$ est donnée en entrée. Elle est convertie en une tension $\rho_c(t)$ avec le gain « F ».
- Une génératrice tachymétrique de gain $\mu=0.716$ *V.s/rad* transforme la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ du moteur en une tension $\rho_m(t)$.
- Un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ corrige la différence $\varepsilon(t)=\rho_c(t)-\rho_m(t)$ et l'envoie à un amplificateur de gain A, qui alimente les deux moteurs électriques.
- La vitesse de rotation des moteurs $\omega_m(t)$ est transformée en vitesse du téléphérique $v(t)$ avec le gain « E ».

Question 18. :

1- Déterminez l'expression du gain « E ». Faire une application numérique.
2- Déterminez l'expression du gain « F » pour que $\varepsilon(t)=0$ entraîne $v_c(t)=v(t)$. Faire une application numérique.

Par transformation du schéma bloc, le système est mis en retour unitaire. On obtient le résultat ci-dessous :



Les coefficients E et F calculés précédemment sont intégrés dans les nouveaux coefficients A' et G. Pour la suite, on continuera avec les valeurs suivantes :

$$A'\times B = 3\times10^{4}\ \text{s.N}\ ;\ G=6\times10^{-5}\ m/(s.N.m) \text{ et } T=0.47\ s.$$

On se propose de tester successsivement 3 correcteurs, et de retenir celui qui permet de respecter le cahier des charges.

Utilisation d'un correcteur proportionnel : $C(p)=C_0=1$

Question 19. : Justifiez en quelques mots que le système est stable avec ce correcteur.

Question 20. : On suppose $C_r(p)=0$. Calculez en fonction de C_0, A', B, G, et V_0 l'expression de l'écart statique en suivi de consigne ε'_s engendré par une consigne en échelon d'amplitude V_0=12 m/s. Faire l'application numérique.

Question 21. : On suppose $Vc(p)=0$.

1- Calculez en fonction de C_0, A', B, G, et C_{r0} l'expression de l'écart statique en régulation ε''_s engendré par une perturbation échelon d'amplitude C_{r0}=-7270 *N.m* qui modéliserait la descente des « Arcs ». Faire l'application numérique.
2- Faire également une application numérique si C_{r0}=+7460 *N.m* pour la modélisation de la montée vers « La Plagne ».

Question 22. : Donnez **numériquement** l'écart statique total $\varepsilon_s=\varepsilon'_s+\varepsilon''_s$ dans les deux cas suivants :

1- Descente des « Arcs ».
2- Montée vers « La Plagne ».
3- Existe-t-il une valeur réaliste de C_0 pour laquelle le critère « **Ecart statique** en vitesse en présence d'une perturbation échelon » serait vérifié ? Justifiez.

Utilisation d'un correcteur intégral : $C(p)=\dfrac{C_i}{p}$. Ce correcteur remplace le précédent.

Question 23. : Donnez l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système, notée $FTBO(p)$. Faire l'application numérique pour $C_i=1$.

Question 24. : Tracez le diagramme asymptotique de Bode de $FTBO(p)$. Tracez également l'allure des courbes.

Question 25. :

1. Quelles valeurs **numériques** de C_i permettent de respecter le critère de « **Marge de phase** » du cahier des charges ?
2. Ces valeurs numériques de C_i permettent-elles de respecter le critère de « ***Pulsation de coupure en boucle ouverte*** » du cahier des charges ? Justifiez.

Question 26. :

1. On suppose $C_r(p)=0$. Calculez **numériquement** l'écart statique en suivi de consigne ε'_s engendré par une consigne en échelon d'amplitude V_0=12 m/s.
2. On suppose $Vc(p)=0$. Calculez **numériquement** l'écart statique en régulation ε''_s engendré par une perturbation échelon d'amplitude C_{r0}=-7270 $N.m$ qui modéliserait la descente des « Arcs ».
3. Donnez **numériquement** l'écart statique total $\varepsilon_s=\varepsilon'_s+\varepsilon''_s$. Le critère « **Ecart statique** en vitesse en présence d'une perturbations échelon » est-il vérifié ? Justifiez.

Question 27. : On suppose $C_r(p)=0$.
Calculez l'expression de l'écart de traînage ε_v engendré par une consigne en rampe unitaire. Existe-t-il une valeur de C_i réaliste qui permette de vérifier le critère « **Ecart de traînage** (ou écart dynamique) en vitesse en l'absence de perturbations » ? Justifiez.

Utilisation d'un double correcteur intégral et d'un correcteur à avance de phase :

On décide d'utiliser le correcteur $C(p)=C_a(p)\times\dfrac{1}{p^2}$, produit de la fonction $C_a(p)=K\dfrac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p}$ avec $a>1$ (correcteur dont la fonction est d'ajouter de la phase) et d'un double intégrateur.

On donne en annexe 4 le diagramme de Bode de la fonction $H(p)=\dfrac{A'.B.G}{p^2.(1+T.p)}$, qui est la fonction de transfert en boucle ouverte du système sans $C_a(p)$ (c'est à dire pour $C_a(p)=1$).

Question 28. : Montrez que le système n'est pas stable sans la fonction $C_a(p)$?

La fonction $C_a(p)$ va nous permettre de stabiliser le système, et de respecter les critères de « **Marge de phase** » et de « ***Pulsation de coupure en boucle ouverte*** ». Pour cela, il faut suivre la démarche suivante :

Question 29. : Combien de degrés de phase faut-il ajouter à la pulsation 1 rad/s pour obtenir une phase de -135° ?

Question 30. : Tracez en fonction de a, τ et K les diagrammes **asymptotiques** de Bode (amplitude et phase) du correcteur $C_a(p)=K\dfrac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p}$ avec $a>1$. Précisez clairement les amplitudes ou les phases de **toutes les asymptotes horizontales** en fonction des différents paramètres. Précisez de même les pulsations des points particuliers.

Question 31. : La phase maximum $\varphi_{\max}$ ajoutée par $C_a(p)$ peut être calculée par la formule : $\sin\varphi_{\max} = \dfrac{a-1}{a+1}$. Calculez **numériquement** a pour obtenir la remontée de phase déterminée sur le diagramme de Bode à la question 29.

Question 32. : Pour cette question, on pourra utiliser les propriétés de symétrie de la courbe de phase.

1. Donnez l'expression en fonction de a et τ de la pulsation ω pour laquelle la courbe de phase atteint son maximum.
2. En déduire la valeur numérique de τ pour que $\varphi_{\max}$ soit ajoutée à la pulsation 1 rad/s.

Question 33. : Calculez **numériquement** la valeur à donner à K pour respecter les critères de « **Marge de phase** » et de « ***Pulsation de coupure en boucle ouverte*** » du cahier des charges ? Précisez la démarche utilisée.

Question 34. :

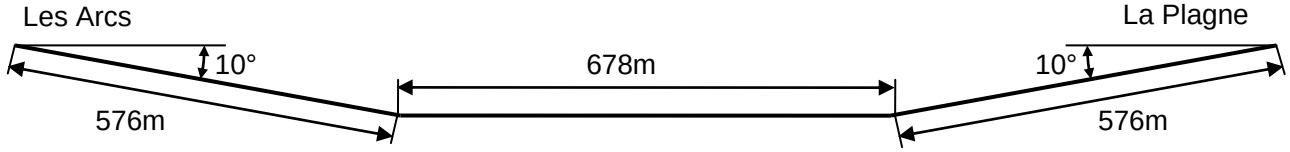
1. Les critères « **Ecart statique** en vitesse en présence d'une perturbation échelon » et **« Ecart de traînage** (ou écart dynamique) en vitesse en l'absence de perturbations » sont-ils vérifiés ? Justifiez.
2. Ce correcteur permet-il de vérifier les critères du cahier des charges ? Justifiez.

7- Vérification du critère « Energie consommée » de l'exigence 1.3

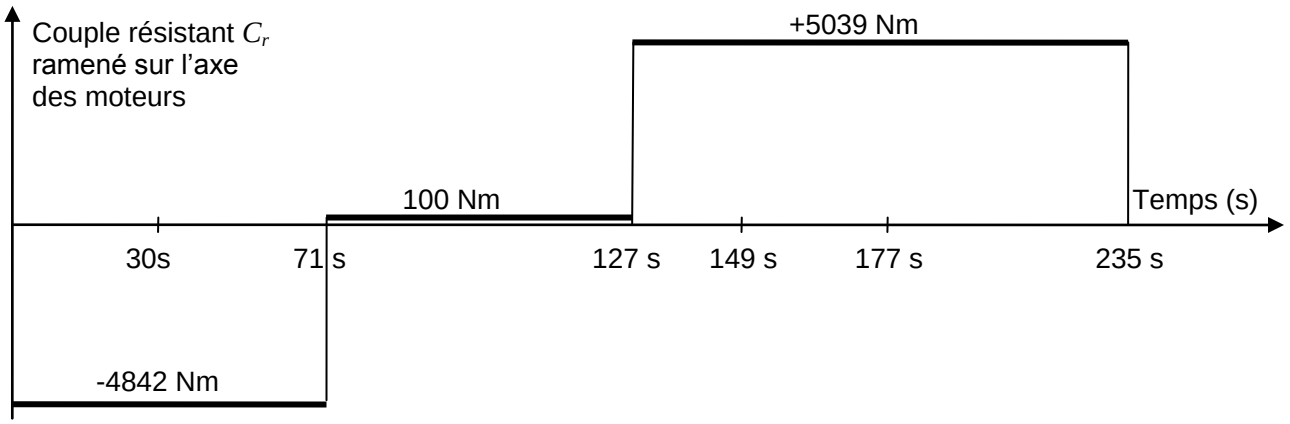
Dans ce qui suit, on désire vérifier le critère suivant du cahier des charges partiel :

Exigence	Critère	Niveau
1.3 : Consommation énergétique	**Energie consommée** pour un trajet sans vent contraire.	≤ 10 MJ (Méga Joules)

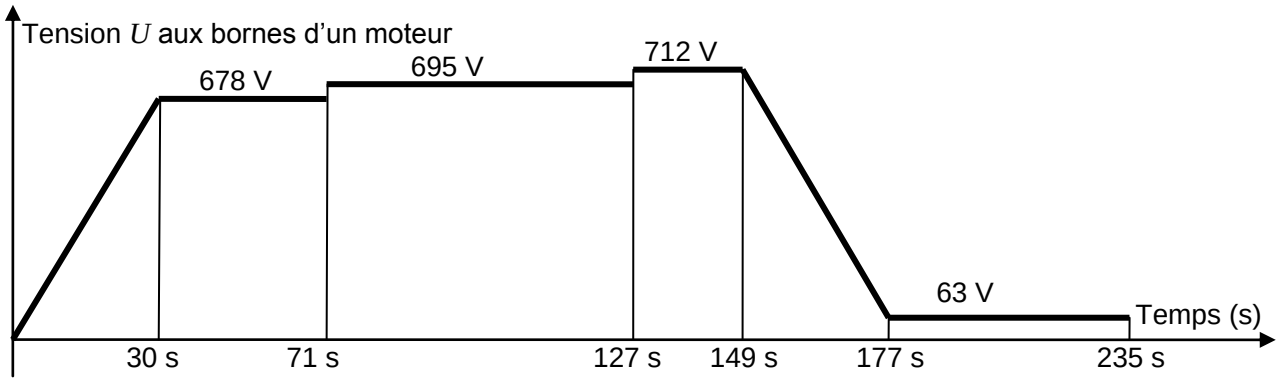
Hypothèses : Dans un souci de simplification, la ligne entre « Les Arcs » et « La Plagne » a été modélisée de la manière suivante :

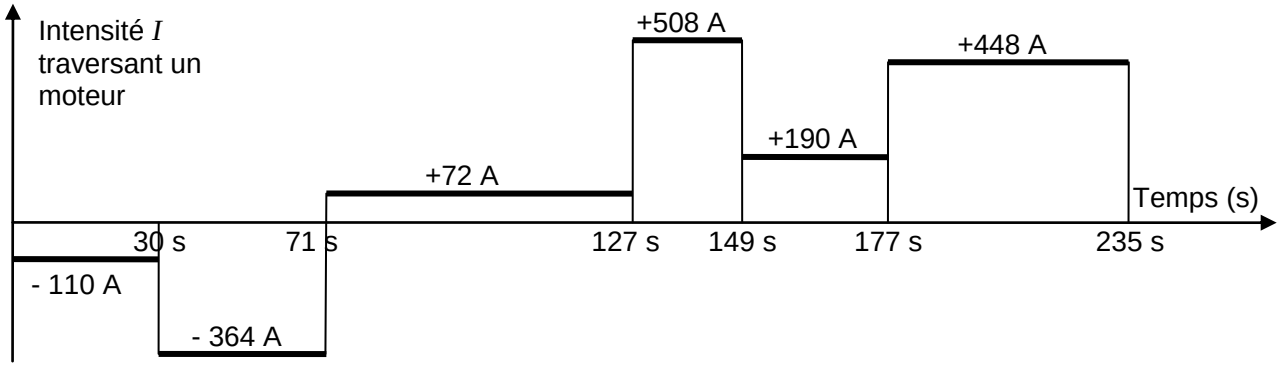


En tenant compte de la résistance de l'air (sans vent) et de la pente, on a pu déterminer le couple de perturbation ramené sur l'axe des moteurs :



Le modèle mis en place dans la partie précédente a permis de calculer la tension aux bornes **d'un moteur**, ainsi que l'intensité du courant électrique le traversant pendant les différentes phases du fonctionnement décrites dans la partie 3.





Le Vanoise Express est équipé d'un système de récupération de l'énergie. Lorsque les moteurs doivent freiner le téléphérique, ils fonctionnent en génératrices, et l'énergie électrique qu'ils produisent est réinjectée dans le réseau EDF (avec un rendement que l'on supposera égal à 1).

D'après les courbes de tension et d'intensité, le trajet entre « Les Arcs » et « La Plagne » peut être découpé en 6 phases dont les instants sont indiqués en abscisse.

Question 35. : On rappelle que les courbes de tension et d'intensité ne concernent qu'un seul moteur, et que les deux moteurs sont alimentés de la même manière.

1. Pour chacune des 6 phases, calculez numériquement en Joules l'énergie Wi (i variant de 1 à 6) produite ou consommée par le téléphérique, c'est-à-dire par l'ensemble des 2 moteurs.
2. En déduire numériquement l'énergie W consommée pour le trajet entre « Les Arcs » et « La Plagne ». Calculez en euros le coût d'un trajet sur une base de 12 centimes le kilowattheure (*remarque : le kilowattheure est une unité de mesure d'énergie correspondant à l'énergie consommée par un appareil de 1 kW de puissance pendant une durée d'une heure*). Le critère « **Energie consommée** pour un trajet sans vent contraire. » est-il vérifié ? Justifiez.
3. Quelle énergie W_{Max} aurait-on consommée sans le système de récupération ? Conclure sur l'intérêt de ce dispositif de récupération d'énergie.

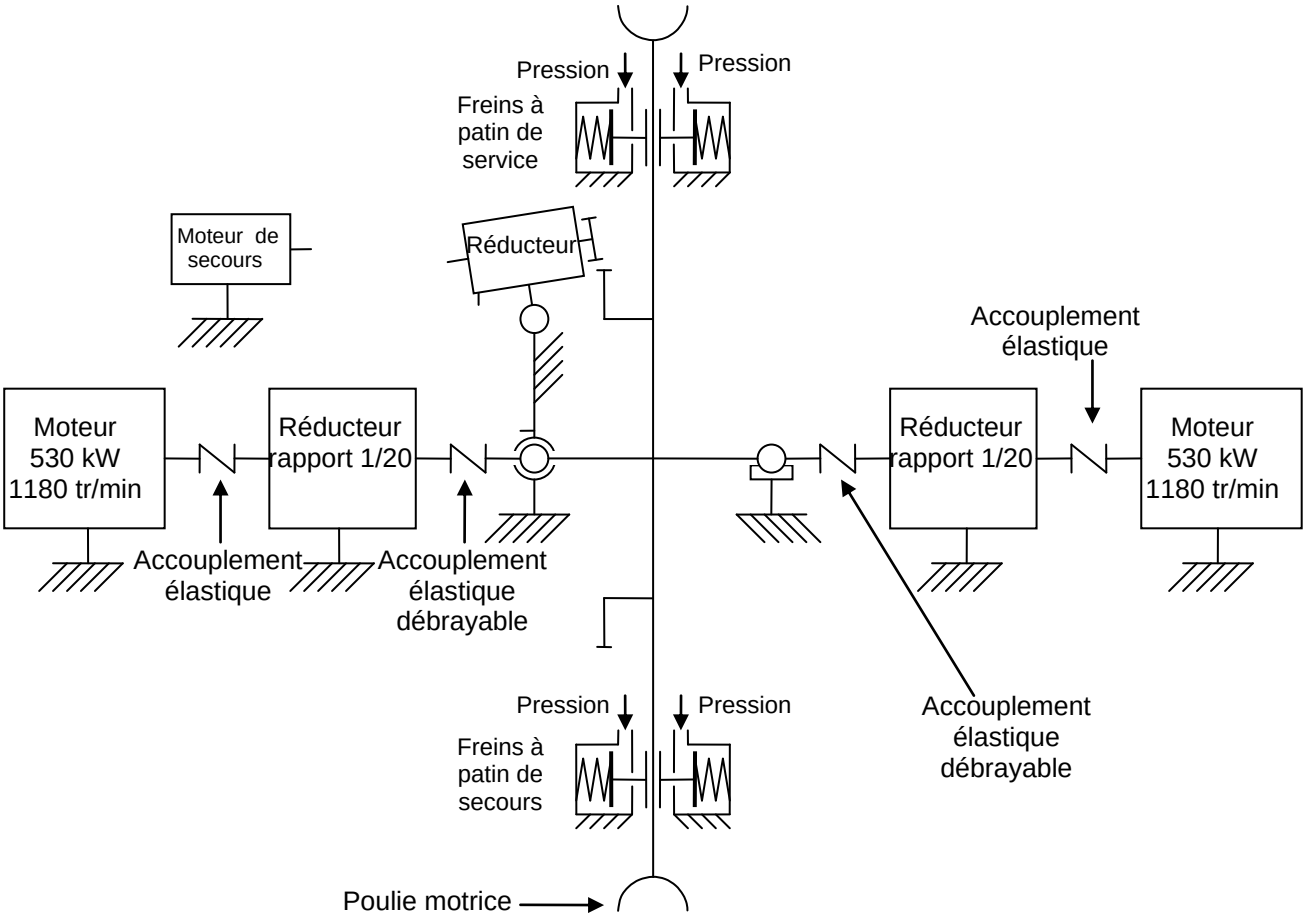
8- Conception partielle liée à l'exigence 1.2 : « Sécurité ».

En cas de panne mécanique dans la salle des machines, le téléphérique risque d'être bloqué à 380 mètres au dessus du sol. Avec cette différence d'altitude, une descente en rappel (à l'aide d'une corde) des 200 passagers n'est pas possible. Si le temps est mauvais, l'intervention d'un hélicoptère ne l'est pas non plus. Les deux cabines étant indépendantes, il serait possible de garer celle qui fonctionne encore à côté de celle qui est en panne, et de faire passer les passagers de l'une à l'autre. Les ingénieurs ont préféré imaginer des solutions plus confortables pour les passagers, qui permettent de les amener à destination, avec seulement quelques minutes de retard.

Dans ce qui suit, on désire concevoir une solution technique pour réaliser les critères suivants du cahier des charges partiel :

Exigence	Critère	Niveau
1.2.3 : Gestion de défaillance	**Vitesse** de la cabine lors de la manœuvre de secours	5 km/h

En cas de panne des deux moteurs principaux, il est possible de les désaccoupler grâce aux deux accouplements débrayables situés de part et d'autre de la poulie motrice. Le moteur de secours (voir schéma et photo 4 ci-dessous, photo 5 en annexe 2) peut alors être mis en service.



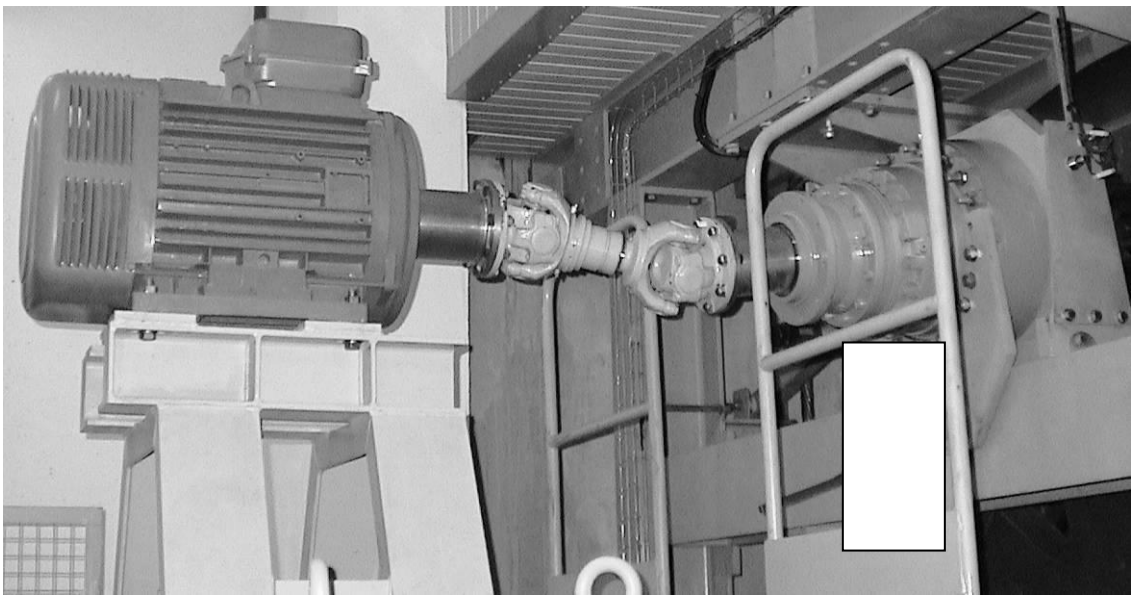


Photo 4 : Moteur de secours et sa transmission (la zone à concevoir est masquée)

Sur le cahier réponse, on a représenté le moteur de secours et son réducteur de vitesse. A l'extrémité du réducteur, un pignon denté permet d'entraîner une roue dentée reliée à la poulie motrice. Le candidat remarquera que le réducteur est en liaison pivot avec le bâti. La rotation du réducteur permet la mise en service de ce dispositif de sécurité en amenant le pignon au contact de la roue dentée.

Question 36. :

1- Schématisez un dispositif de transformation de mouvement, permettant la mise en service du dispositif de sécurité en faisant pivoter le réducteur.
2- Schématisez le dispositif de transmission de puissance à cardan, basé en particulier sur des liaisons rotule à doigt entre le moteur et le réducteur, permettant à l'arbre de transmission de s'articuler pour compenser des désalignements angulaires de 20° maximum (voir photo ci-dessus qui montre l'arbre de transmission en position désalignée).

Annexe 1

Schéma de principe d'une des deux lignes du téléphérique :

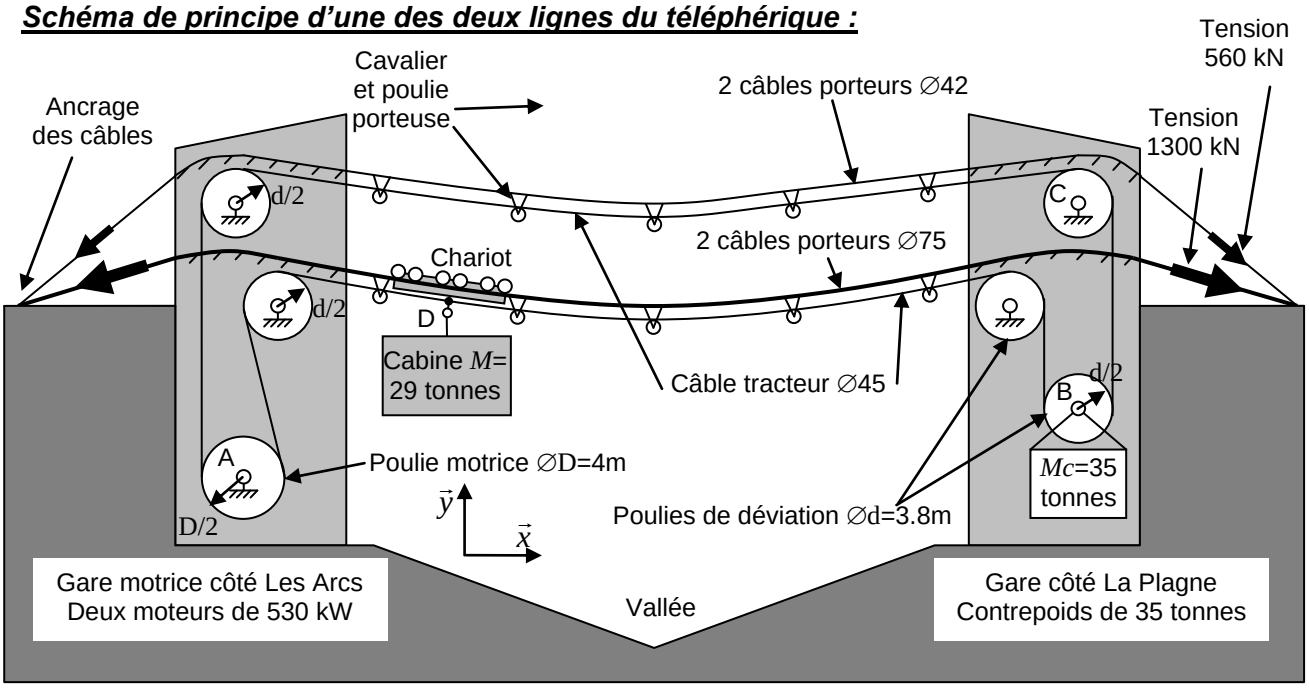
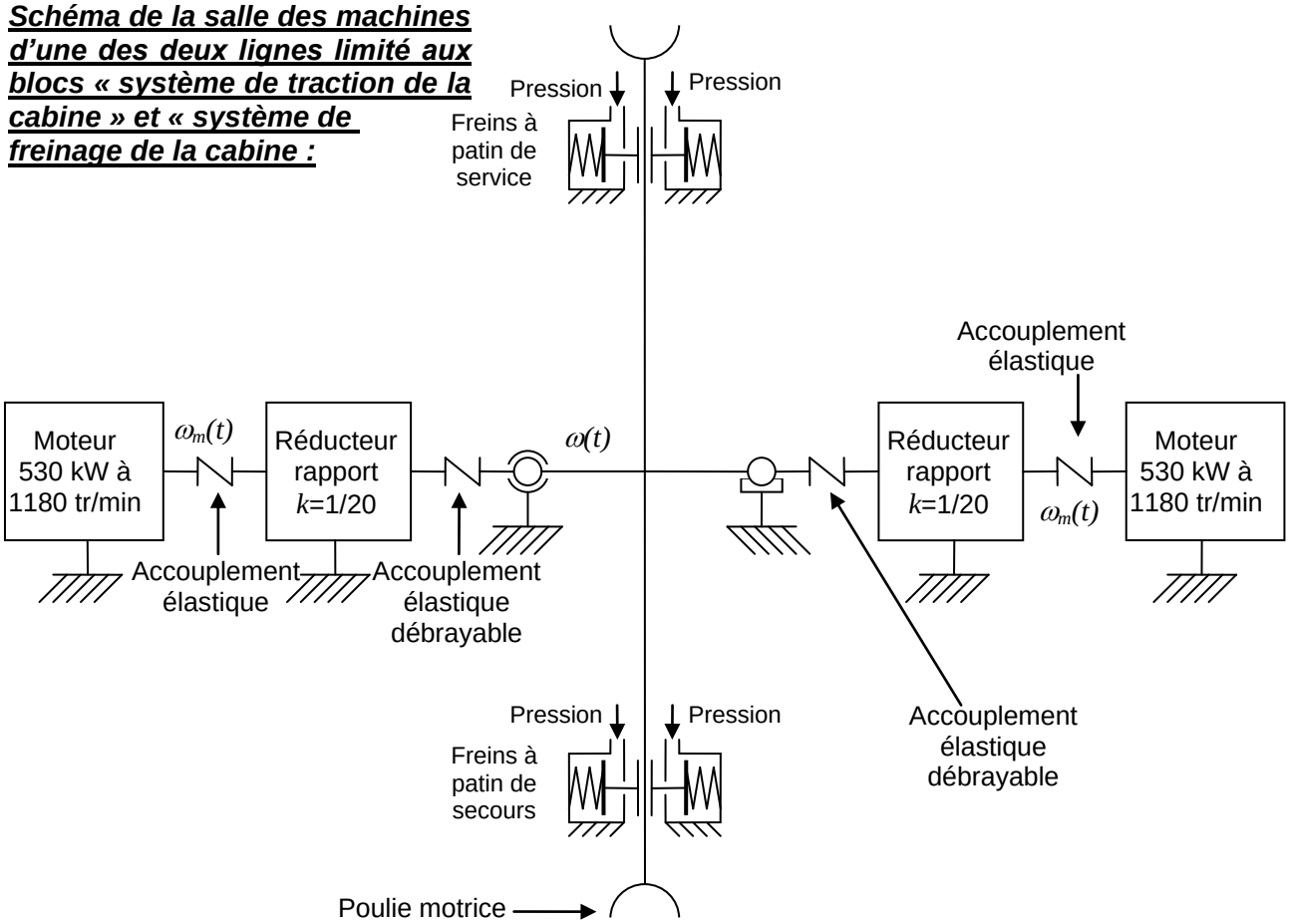


Schéma de la salle des machines d'une des deux lignes limité aux blocs « système de traction de la cabine » et « système de freinage de la cabine :



Définition de *k* : $k = \dfrac{\omega(t)}{\omega_m(t)} = \dfrac{1}{20}$

Annexe 2

Photographies de la salle des machines du Vanoise Express

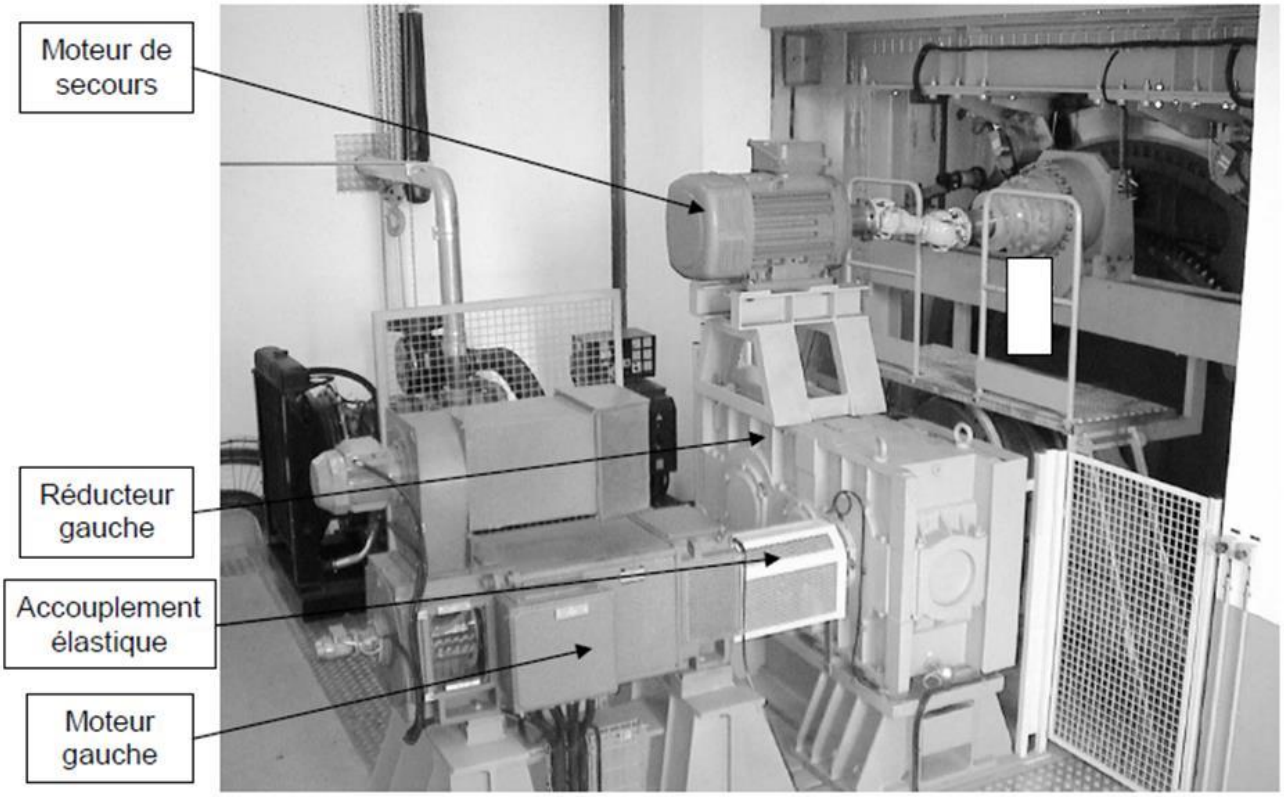


Photo 5 : Salle des machines côté gauche

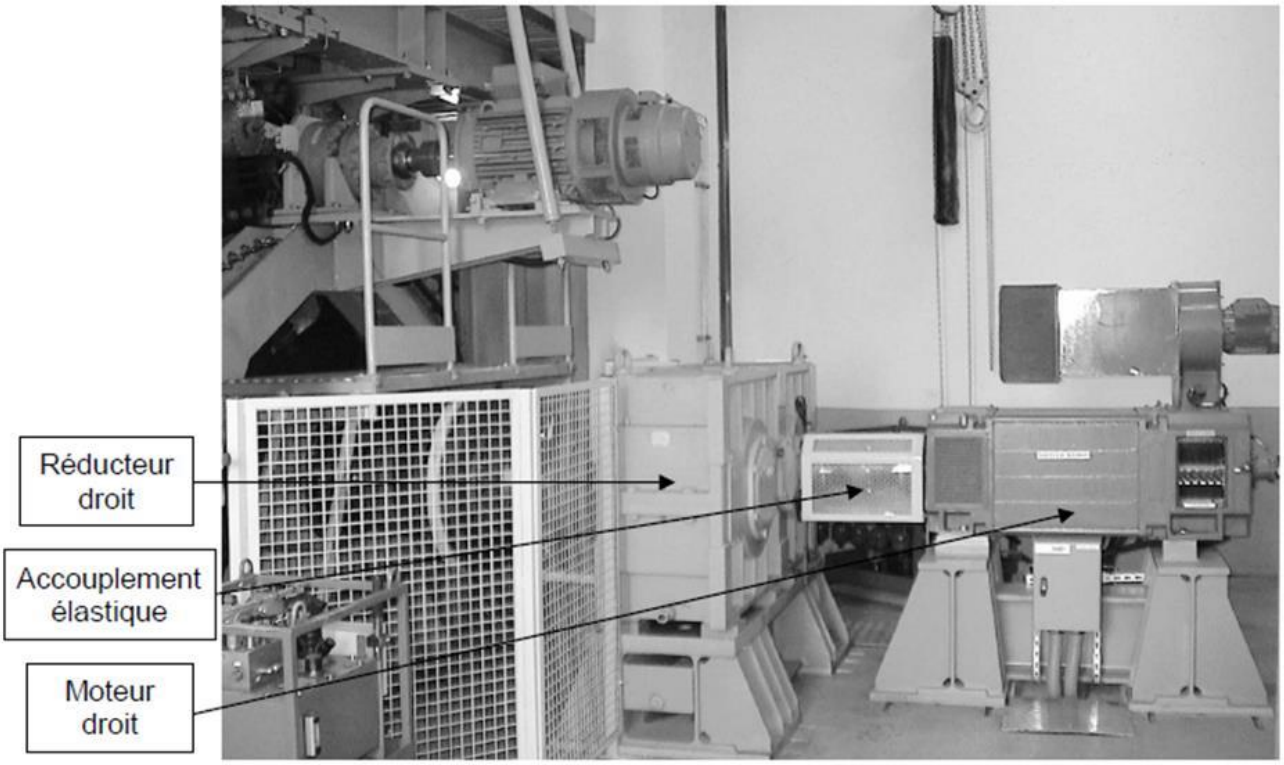
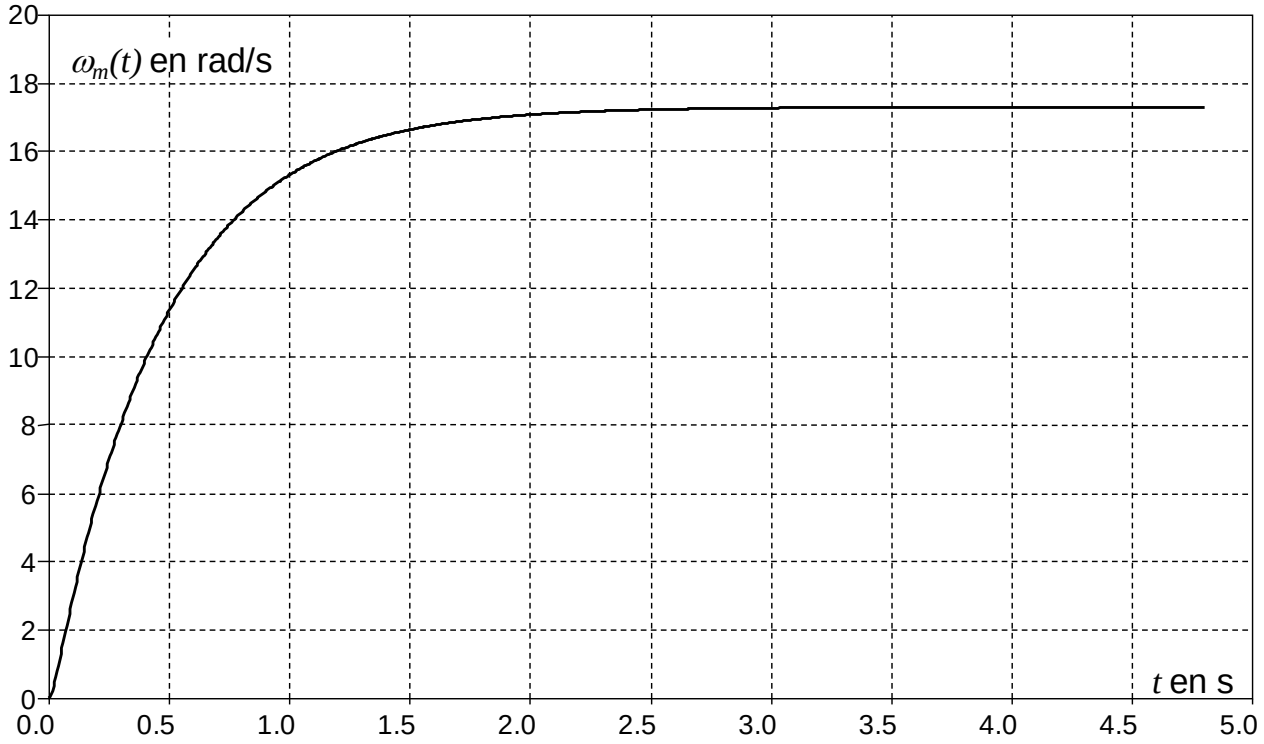


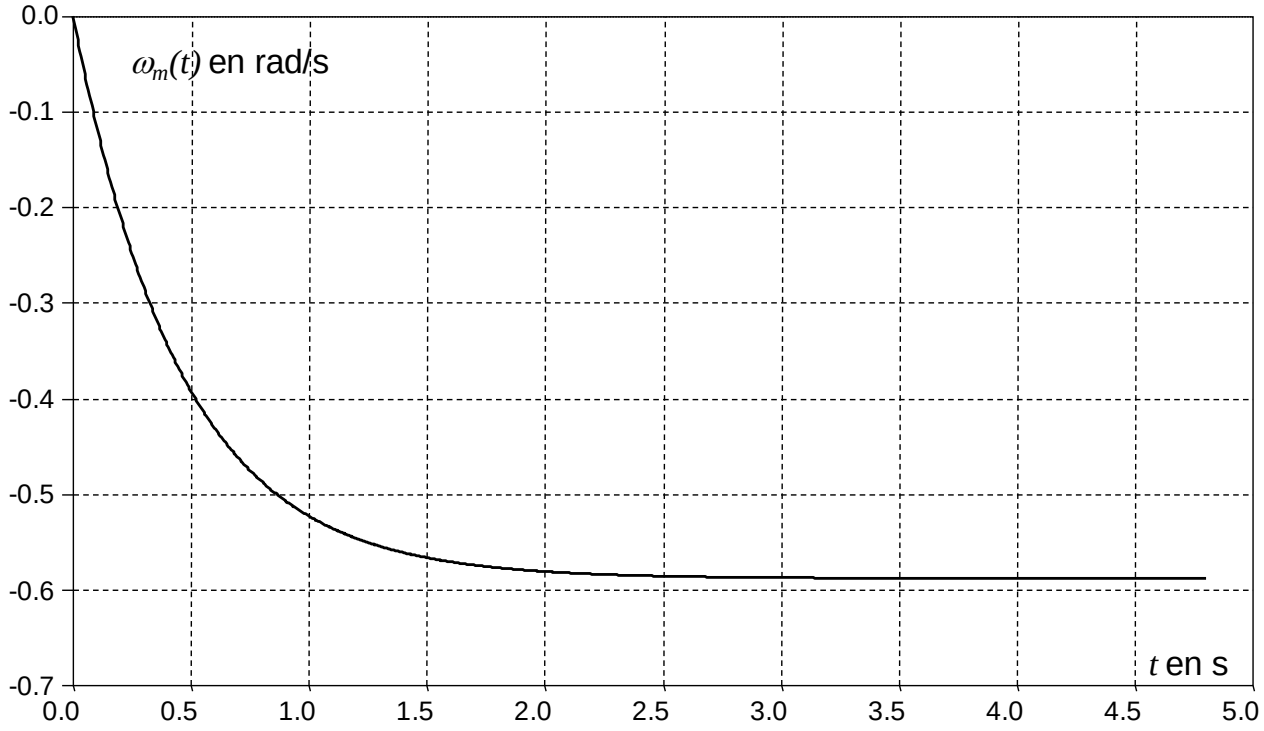
Photo 6 : Salle des machines côté droit

Annexe 3

Réponse en vitesse à un échelon de tension $u(t)$ d'amplitude 100 V.



Réponse en vitesse à un échelon de couple de perturbation $c_r(t)$ d'amplitude 1000 N.m.



Annexe 4

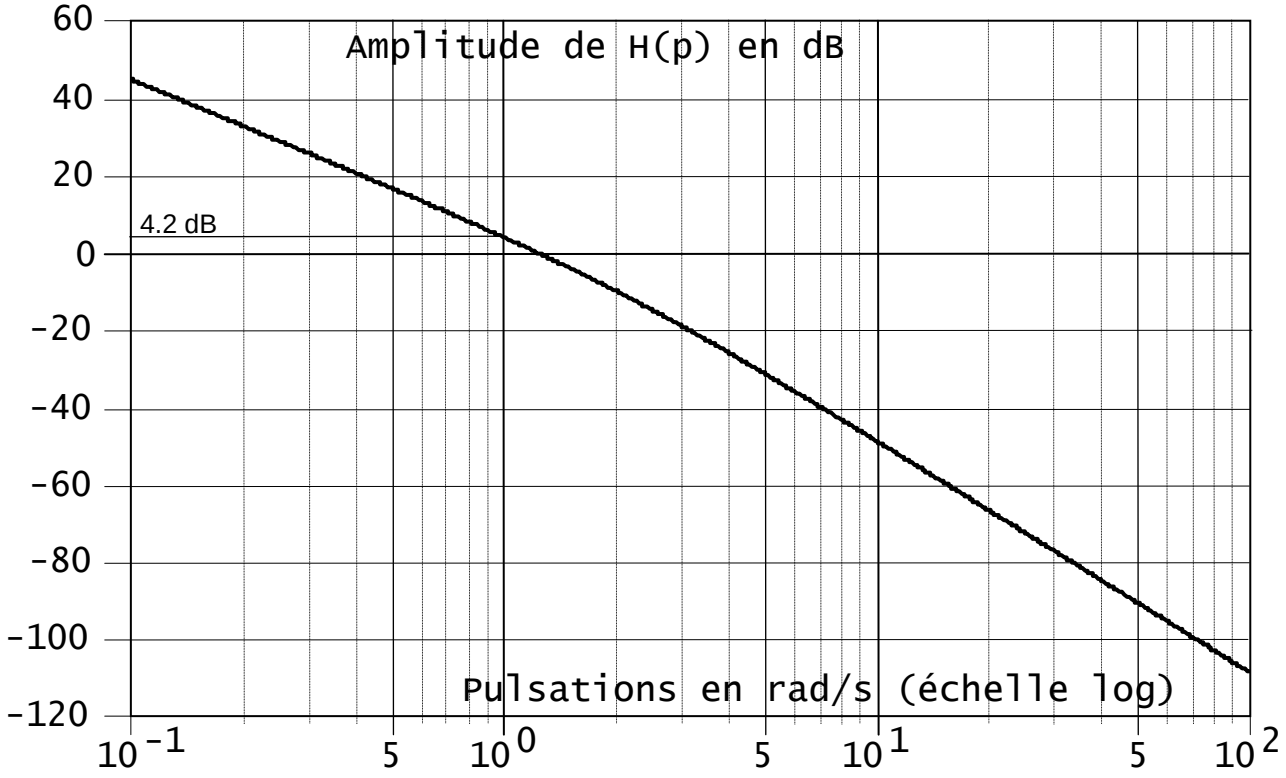
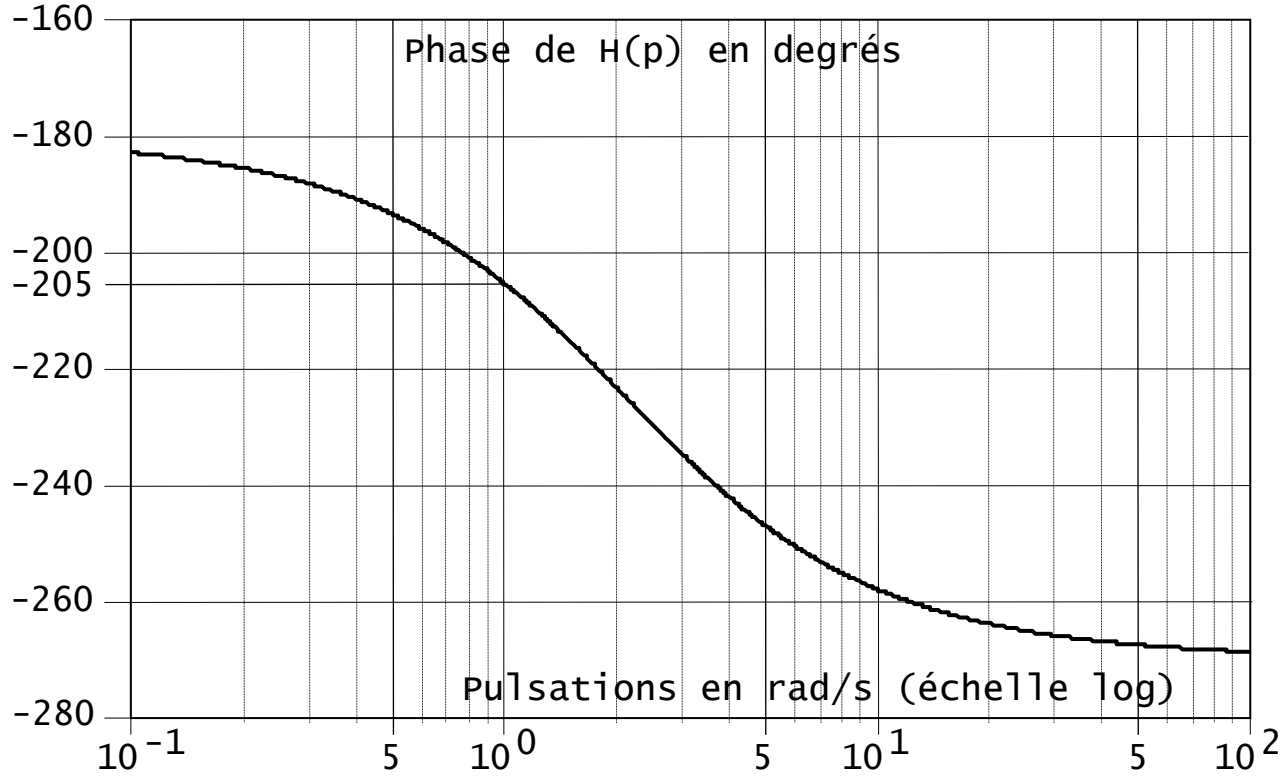



Diagramme de Bode de la fonction $H(p) = \dfrac{A'.B.G}{p^2.(1+T.p)}$