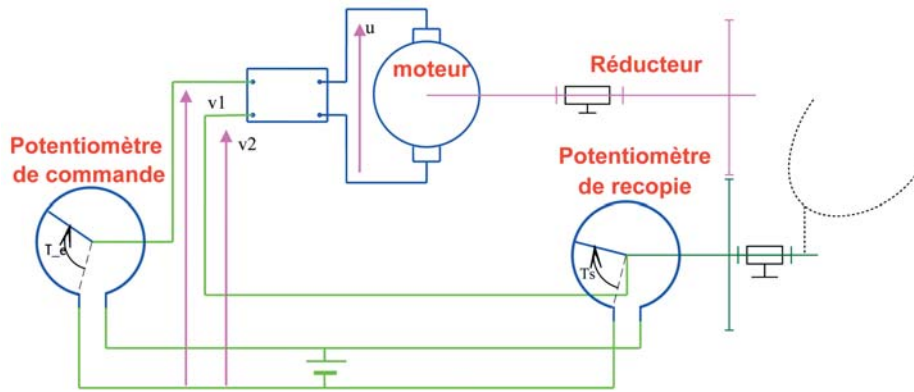


A. Données

Ce problème traite de l'asservissement de position de l'axe de gisement d'une antenne de poursuite devant assurer le pointage sur des satellites en mouvement ou géostationnaires. Le schéma de principe de l'asservissement est donnée sur la figure 1



- Les deux potentiomètres délivrent une tension proportionnelle aux angles θ_c et θ_s avec : $u_1 = k \cdot \theta_c$ et $u_2 = k \cdot \theta_s$;
 - L'amplificateur de différence délivre une tension u proportionnelle à la différence des tensions (gain μ).
 - Le moteur commandé par la tension u provoque par l'intermédiaire d'un réducteur la réduction de l'antenne.
- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> — θ_s : l'angle de rotation de l'antenne ; — ω_s : la vitesse de rotation de l'antenne ; — ω_m : la vitesse de rotation du moteur ; — J_m : le moment d'inertie de l'équipage mobile solidaire du moteur ; — J_s : le moment d'inertie de l'équipage mobile solidaire de l'antenne ; — N : le rapport de réduction ; | <ul style="list-style-type: none"> — r : la résistance d'induit du moteur ; — λ : la constante de couple du moteur ; — C_m : le couple exercé par le moteur ; — C_r : le couple résistant ramené sur l'arbre moteur ; — E : la force contre électromotrice ; — Tous les frottements mécaniques sont négligés ; — L'inductance du moteur est négligée. |
|--|---|

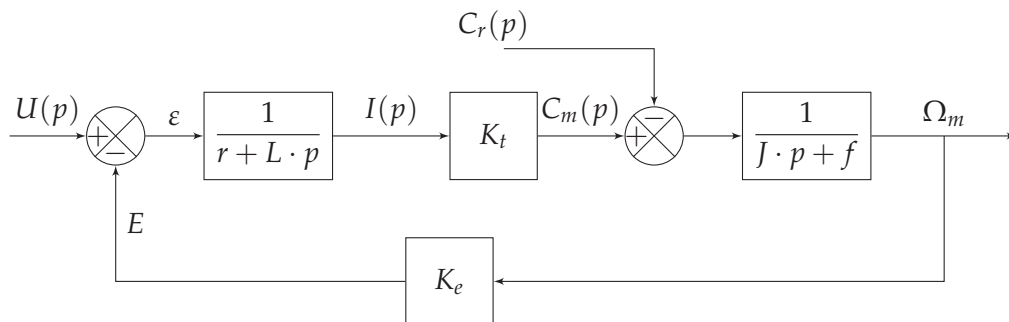
On donne

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> — $e = \lambda \cdot \omega_m$, — $C_m = \lambda \cdot i$, — $u = r \cdot i + e$ (inductance L négligée), — $J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = C_m - C_r$ (frottements $f \cdot \omega_m$ négligés), | <ul style="list-style-type: none"> — $\omega_m = N \cdot \omega_s$, — $J = \frac{J_s}{N^2} + J_m$: moment d'inertie équivalent ramené sur l'axe du moteur. |
|--|---|

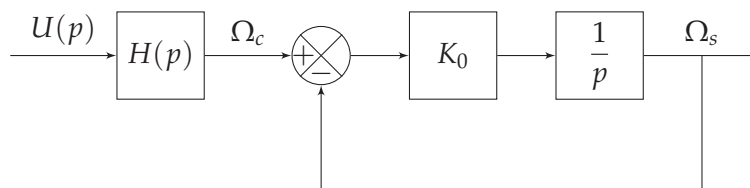
B. Étude de l'ensemble moteur-réducteur

Dans cette première partie on suppose que le couple résistant C_r est nul.

Sans hypothèses simplificatrices, le schéma bloc d'un moteur à courant continu piloté en tension avec un couple résistant est le suivant :



Q1. Compte tenu des hypothèses simplificatrices, mettre le schéma bloc de l'ensemble moteur + réducteur sous la forme ci-dessous :



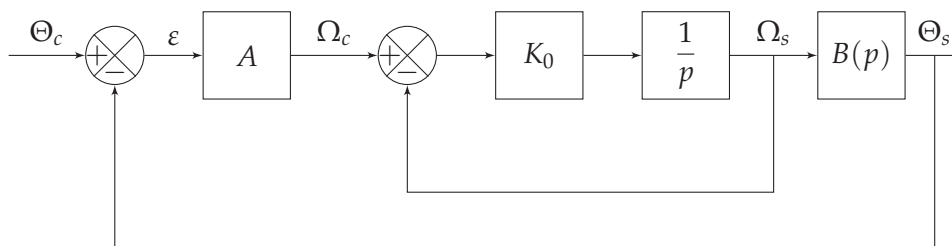
Ω_c étant une variable fictive équivalente à une consigne de vitesse

Q2. Déterminer K_0 et $H(p)$ en fonction des paramètres du système.

Pour la suite on prendra $K_0 = 20 \text{ s}^{-1}$

C. Étude de l'asservissement de position

Q3. Rappeler la relation entre ω_s et θ_s , mettre l'asservissement de position sous la forme ci dessous



Q4. Exprimer A et $B(p)$ en fonction des données.

Q5. Fonction de transfert

Q5a. Déterminer la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte(FTBO) $BO(p) = \frac{\Theta_s(p)}{\varepsilon(p)}$

Q5b. Déterminer la Fonction de Transfert en Boucle Fermée (FTBF) $BF(p) = \frac{\Theta_s(p)}{\Theta_c(p)}$

Q5c. Préciser l'ordre de la FTBF, mettre sous forme canonique, déterminer les coefficients caractéristiques en fonction de K_0 et A

Q6. Précision

On pose $A = 20 \text{ s}^{-1}$ pour la suite.

Pour qu'un système linéaire soit stable, il suffit que les racines du dénominateurs soit toutes à partie réelles négatives.

Q6a. Le système est-il stable ?

Q6b. Déterminer l'erreur de position ε_s pour une consigne d'entrée de type échelon unitaire (l'antenne pointe un satellite « fixe »).

Q6c. Déterminer l'erreur de traînage ε_t pour une consigne en rampe $\theta_c(t) = c \cdot t$ avec $c = 2 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$ (l'antenne suit un satellite mobile)

Q6d. Tracer, dans les deux cas, l'allure de la réponse temporelle.

Q6e. L'antenne est-elle capable de suivre un satellite mobile ?

D. Procédure de recherche d'un satellite

Dans cette partie, nous allons étudier la procédure de recherche d'un satellite.

La position de consigne représente la position théorique présumée du satellite.

Pour faciliter la recherche, on explore la position théorique en effectuant un balayage sinusoïdal autour de cette position de consigne θ_c en superposant à θ_c un signal sinusoïdal $\alpha_e(t) = b \cdot \sin \omega_b \cdot t$. L'amplitude du balayage est de $b = 0,25^\circ$, sa période 10 secondes.

On le voit, cette procédure de recherche nécessite que l'on étudie la réponse du système à une entrée sinusoïdale.

Avant toute étude globale, nous allons vérifier que la marge de phase et la marge de gain du système sont correctes.

On rappelle les définitions :

Marge de phase : la marge de phase est la quantité en degré mesurée entre -180° et la courbe de phase pour la pulsation ω_{0dB} telle que $|H(j \cdot \omega_{0dB})|_{dB} = 0$ dB. Les valeurs usuelles de réglage sont comprises entre 40 et 50 dB.

Marge de gain : la marge de gain est la quantité mesurée en dB entre la courbe de gain et 0 dB pour la pulsation ω_{180} telle que $\arg(H(j \cdot \omega_{180})) = -180^\circ$. Les valeurs usuelles de réglage sont comprises entre 10 et 15 dB.

Q7. Étude fréquentielle de la FTBO

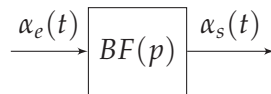
Q7a. Tracer les diagramme de Bode de la FTBO ($BO(p)$) pour $A = 1$

Q7b. Pour quelle valeur A_0 de A , la cassure du diagramme asymptotique d'amplitude se trouve-t-elle sur l'axe des pulsations ?

Q7c. Déterminer alors le déphasage pour $A = A_0$ puis évaluer la marge de phase, qu'en pensez-vous ?

Q8. Réponse fréquentielle de la FTBF

Q8a. Rappelez l'allure de la réponse temporelle en régime permanent d'un système linéaire soumis à une entrée sinusoïdale $\alpha_e(t)$, d'amplitude b et de fréquence f .



Q8b. Tracer les diagrammes de Bode de la FTBF.

Q8c. À partir des diagrammes de Bode, déterminer la réponse temporelle $\alpha_s(t)$ en régime permanent.

E. Comportement de l'antenne en présence d'une perturbation

L'asservissement de position doit lutter contre les couples de perturbations appliquées à l'axe de gisement de l'antenne par l'action du vent.

Deux types d'actions perturbatrices sont envisagés dans la suite de l'étude :

— action du vent de vitesse constante v_0 auquel correspond un couple :

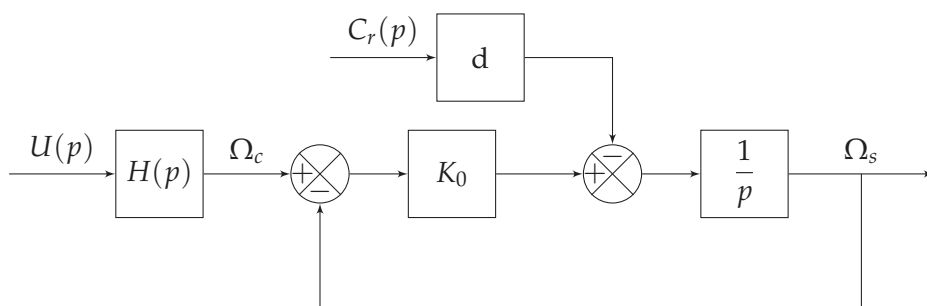
— $C_{r1} = \Gamma_0 = 175\,000$ N m pour $v_1 = 15$ m s⁻¹,

— $C_{r2} = \Gamma_0 = 310\,000$ N m pour $v_2 = 20$ m s⁻¹ ;

— vent soufflant en rafales avec une vitesse comprise entre 15 et 20 m s⁻¹. On modélise le couple résistant créé par ce vent par une fonction sinusoïdale de fréquence 0,2 Hz variant entre C_{r1} et C_{r2} .

Q9. Reprendre le schéma bloc du moto-réducteur en faisant intervenir le couple résistant.

Q10. Mettre ce schéma bloc sous la forme suivante :



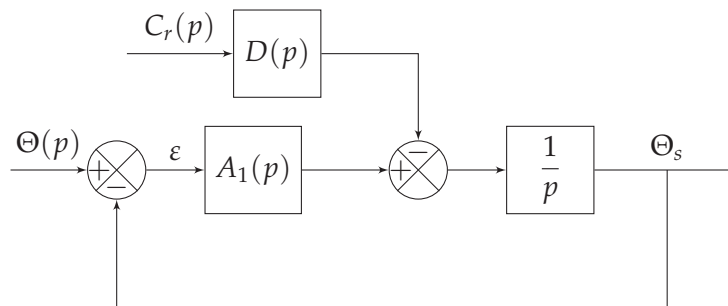
Q11. Exprimer d en fonction des données.

Pour la suite on prendra $d = 5 \times 10^{-9} \text{ m}^{-2} \text{ kg}^{-1}$

Q12. Asservissement de position

Q12a. Tracer le schéma bloc de l'asservissement de position en prenant en compte le couple résistant.

Q12b. Mettre ce schéma sous la forme :



Q12c. pour $A = 20 \text{ s}^{-1}$, montrer que $A_1(p) = \frac{20}{\frac{p}{20} + 1}$ et $D(p) = \frac{1}{4 \cdot 10^9 \left(\frac{p}{20} + 1 \right)}$.

Q13. Déterminer $\Theta_s(p)$ en fonction de $\Theta_c(p)$ et $C_r(p)$.

Q14. On se place dans le cas où l'antenne vise un satellite fixe ($\theta_c(t) = \theta_0$) sous un vent violent ($v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$), déterminer l'erreur de visée $\varepsilon(t) = \theta_0 - \theta_s(t)$ sous ces conditions. Conclure.

Q15. On se place dans le cas où l'antenne vise un satellite mobile ($\theta_c(t) = a \cdot t$) sous un vent violent ($v_0 = 20 \text{ m s}^{-1}$), déterminer l'erreur de visée $\varepsilon(t) = \theta_c(t) - \theta_s(t)$ sous ces conditions. Conclure.

On se place maintenant dans le cas d'un vent en rafale entre 15 et 20 m s^{-1} avec une fréquence de $f_v = 0,2 \text{ Hz}$, l'antenne étant dans sa position initiale ($\theta_c(s) = 0$).

Pour étudier cette réponse temporelle, nous avons besoin d'étudier la fonction de transfert

$G(p) = \frac{\Theta(p)}{C_r(p)}$ pour une entrée de consigne $\Theta_c(p) = 0$.

Q16. Tracer les diagrammes de Bode de $G(p)$

Q17. Réponse à la perturbation sinusoïdale.

Q17a. Déterminer à partir des diagrammes, le module et l'argument de $G(p)$ pour la pulsation correspondant à f_v .

Q17b. En déduire l'équation de $\theta_s(t)$ en régime permanent.

Q17c. Quel pourrait-être le risque avec un tel vent ?