Exercice 1- Caractérisation d'un asservissement de moteur en CC

Corrigé page 8

On se propose dans et exercice de résoudre compléttement un asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu, à partir des équations différentielles puis de comparer la résolution avec la transformée de Laplace et la représentation par schéma blocs.

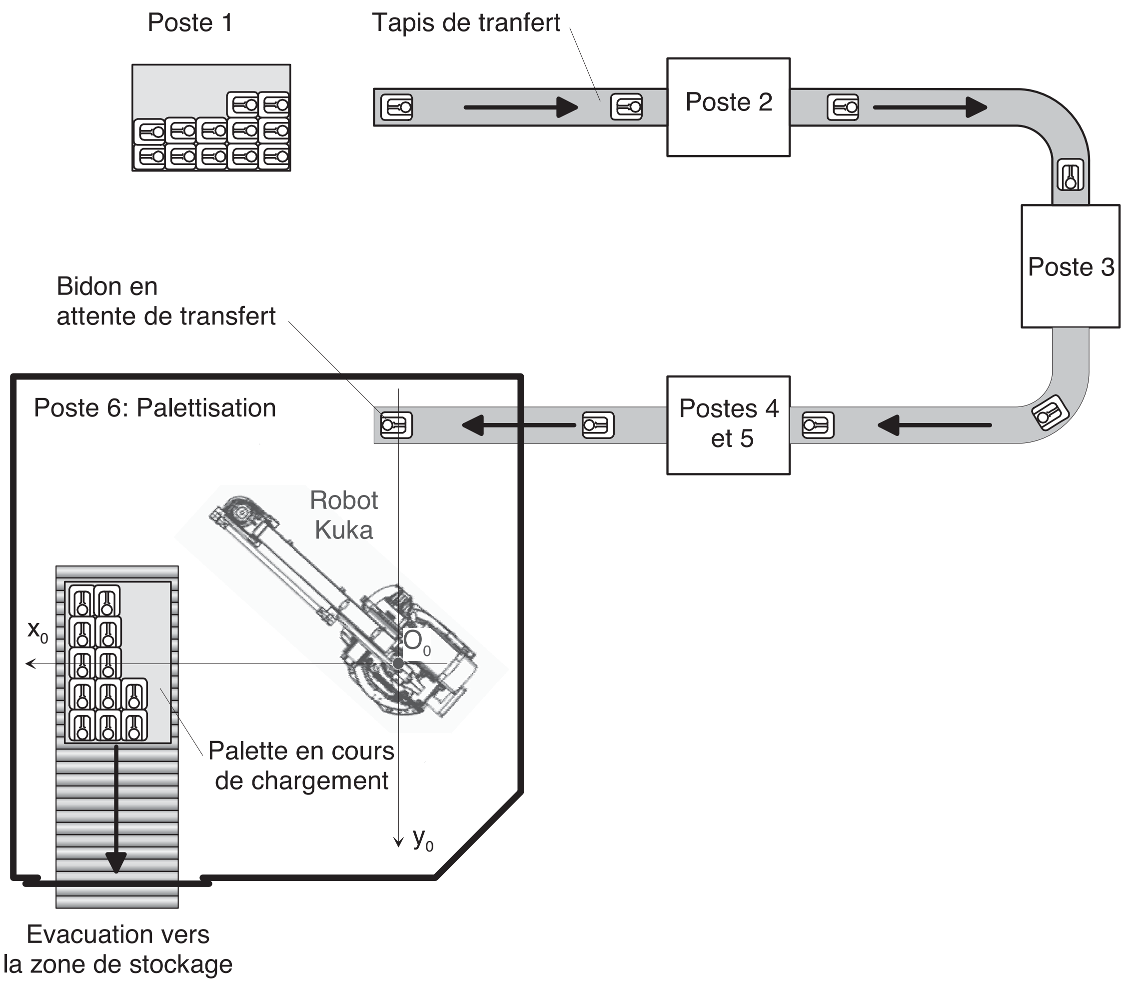

Figure 1 – Schéma d'implantation du poste de stockage

Le robot Kuka de la figure 1 doit prendre des bidons sur le tapis et les placer sur la palette.

Afin d'assurer de déplacer les bidons en toute sécurité, les mouvements doivent être asservis en vitesse et en position. nous allons ici nous interesser à l'asservissement de vitesse.

La structure de l'asservissement de vitesse est la suivante :

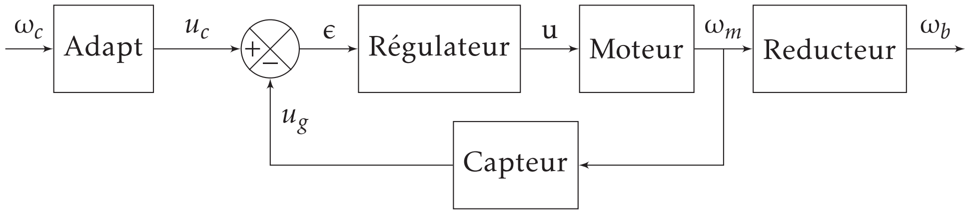

FIGURE 2 – Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu

Le comportement simplifié du moteur à courant continu peut être décrit par les équations suivantes :

$$u(t) = \mathrm{R} \cdot i(t) + e(t)$$

$u(t)$: la tension d'alimentation, $i(t)$: le courant et $e(t)$ la force contre électromotrice.

$$\mathrm{J} \cdot \frac{\mathrm{d}\,\omega_m(t)}{\mathrm{dt}} = \mathrm{C}_m(t)$$

$\omega(t)$: la vitesse de rotation du moteur, $\mathrm{C}_m(t)$: le couple moteur.

$$\mathrm{C}_m(t) = \mathrm{K}_t \cdot i(t)$$
$$e(t) = \mathrm{K}_e \cdot \omega_m(t)$$

avec
- $\mathrm{K}_e = 0,2\mathrm{V}/(rad/s)$: constante de force électromotrice ;
- $\mathrm{K}_t = 0,2\mathrm{N}m/\mathrm{A}$: constante de couple ;
- $\mathrm{R} = 2\,\Omega$: résistance de l'induit ;
- lJ : e moment d'inertie dépend de la masse transportée
  - lorsque le déplacement a lieu à vide (retour vers le tapis) : $\mathrm{J} = \mathrm{J}_{mini} = 5{,}25 \times 10^{-3}\,\mathrm{kgm}^2$
  - lors du déplacement du bidon $\mathrm{J} = \mathrm{J}_{maxi} = 9 \times 10^{-3}\,\mathrm{kgm}^2$

A. Résolution de l'équation différentielle

Q1. Donner l'équation différentielle reliant la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ en fonction de la tension d'alimentation $u(t)$.

Q2. Mettre cette équation différentielle sous la forme : $\tau \cdot \frac{\mathrm{d}\,\omega_m(t)}{\mathrm{dt}} + \omega_m(t) = \mathrm{K} \cdot u(t)$, Déterminer τ et K pour es deux valeurs de J.

Une génératrice tachymétrique est utilisée pour mesurer la vitesse de rotation du moteur. La tension de sortie de la génératrice $u_g(t)$ varie de 0 à 12 V lorsque la vitesse varie de 0 à 3 500 tr/min.

Q3. En déduire le gain G_g de la génératrice (à préciser dans les unités SI) tel que :

$$u_g(t) = \mathrm{G}_g \cdot \omega_m(t)$$

On note, K_a le gain de l'adaptateur tel que

$$u_c = \mathrm{K}_a \cdot \omega_c.$$

Q4. Justifier, si on souhaite faire un asservissement de vitesse du moteur, que $\mathrm{K}_a = \mathrm{G}_g$

Le comparateur permet d'évaluer l'erreur :

$$\varepsilon(t) = u_c(t) - u_g(t)$$

et le régulateur génère à partir de cetté erreur la tensiond e commande du moteur.

$$u(t) = \mathrm{K}_{pv} \cdot \varepsilon(t)$$

Q5. Déterminer l'équation différentielle reliant $\omega_m(t)$ et $\omega_c(t)$, enfonction de τ et K.

On considère que $\omega_c(t) = \Omega_0$.

Q6. Résoudre l'équation différentielle.

On considère que $\omega_c(t) = \Omega_0$ avec $\Omega_0 = 100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ pour $K_{pv} = 1$ puis 100 pour les deux valeurs de J.

Q7. Tracer la réponse temporelle, en deduire, l'erreur indicielle et le temps de réponse à 5%.

On décide maintenant, d'étudier le comprtement pour la loi d'entrée suivante : $\begin{cases} t < 0, \omega_c(t) = & 0 \\ t \leq 0, \omega_c(t) = a \cdot t \end{cases}$ et $a = 10\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

Q8. Déterminer la solution particulière pour cette nouvelle loi d'entrée.

B. Utilisation de la transformation de Laplace

On considère que toutes les conditions initiales sont nulles dont $\omega_c(0) = 0$.

Q9. Traduire dans le domaine de Laplace l'equation différentielle entre $\omega_m(t)$ et $u(t)$ obtenue à la question Q1. En déduire la fonction $M(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U(p)}$

Q10. Compléter sur le schéma blocs de la figure 3 la fonction de transfert du moteur.

Q11. Traduire dans le domaine de Laplace les équations relatives au : capteur, au comparateur, au régulateur, et à l'adaptateur. Compléter le schéma bloc.

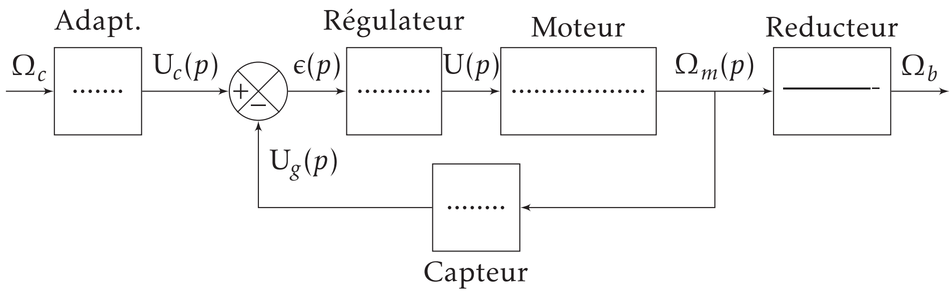

Figure 3 – Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu

Q12. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$

Q13. Comparer la fonction de transfert obtenue avec la transformée de Laplace de l'équation différentielle de la question Q5. Conclure.

Q14. mettre cette transformée, sous la forme $H_1(p) = \dfrac{K_f}{1 + \tau_f \cdot p}$, préciser τ_f et K_f en fonction de K, τ, K_a, G_g et K_{pv}.

On considère comme dans la première partie que $\omega_c(t) = \Omega_0 \cdot \mathcal{H}(t)$ avec $\Omega_0 = 100\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

Q15. À partir du tableau des transformées, donner la transformée de $\omega_c(t)$.

Q16. Déterminer alors $\Omega_m(p)$ en fonction, de K_f, τ_f et Ω_0

Q17. À partir du tableau des tranformées inverses, déterminer $\omega_m(t)$, comparer avec le résultat précédent.

On considère maintenant que $\omega_c(t) = a \cdot \mathcal{H}(t)$ avec $a = 10\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

Q18. Déterminer $\Omega_m(t)$

C. Asservissement de position

Ce robot n'est pas uniquement régulé en vitesse mais aussi asservi en position, le schéma bloc correspondant est décrit sur la figure 4.

On retrouve dans cet asservissement, l'asservissement de vitesse précédent encadré par l'asservissement de position.

Q19. Entourer sur le schéma, l'asservissement de vitesse

On a les relations suivantes qui complètent l'asservissement :

$u_c(t) = K_{Pc} \cdot \varepsilon(t)$, $\quad u_{cp}(t) = K_A \cdot \theta_c(t)$, $\quad u_p(t) = G_p \cdot \theta_b(t)$,

$\varepsilon(t) = u_{cp}(t) - u_p(t)$, $\quad \omega_b(t) = \dfrac{d\,\theta_b(t)}{dt}$, $\quad \dfrac{\omega_b(t)}{\omega_m(t)} = \dfrac{1}{N}$.

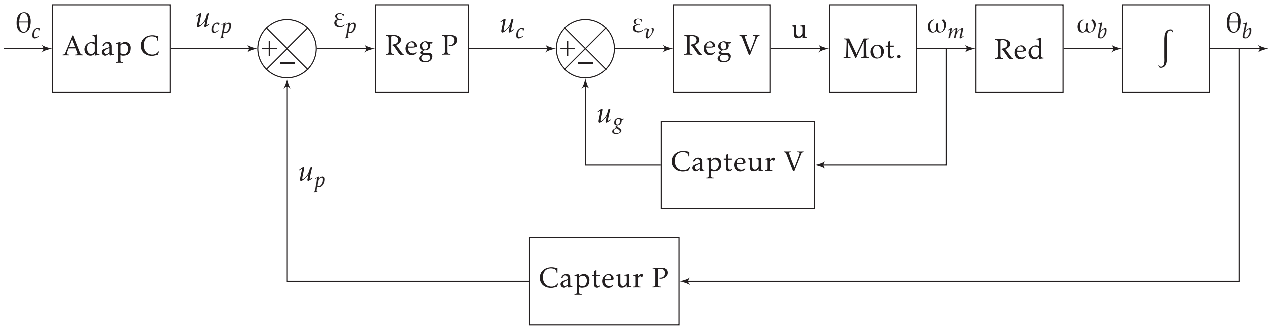

FIGURE 4 – Asservissement de position du bras du robot

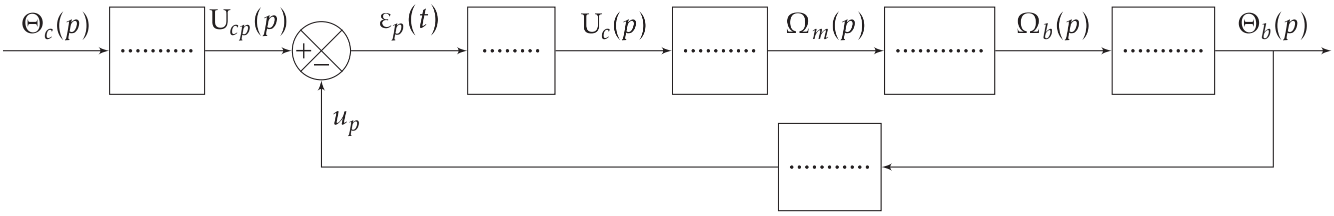

FIGURE 5 – Asservissement de position du bras du robot

Q20. À partir de l'étude précédente, donner l'équation différentielle relant $\omega_m(t)$ et $u_c(t)$, en déduire la fonction de transfert entre $\Omega_m(p)$ et $U_c(p)$. Compléter le schéma bloc.
Q21. Compléter le schémabloc
Q22. Déterminer la relation entre $\Theta_b(p)$ et $\Theta_c(p)$.
Q23. En déduire la fonction de transfert $H_p(p) = \dfrac{\Theta_b(p)}{\Theta_c(p)}$.
Q24. Mettre la fonction de transfert sous la forme $H_p(p) = \dfrac{K}{1 + \dfrac{2 \cdot \xi}{\omega_n} \cdot p + \dfrac{p^2}{\omega_n^2}}$