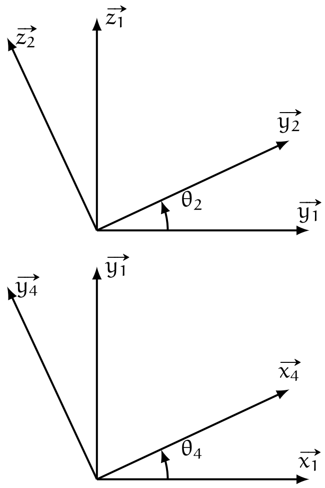
Cor. 5 : Ponceuse vibrante

Sujet page 30

Q1. Tracer les deux figures de calcul



Q2. Écrire la fermeture géométrique

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$r \cdot \vec{z_2} + \mu \cdot \vec{z_1} + \lambda \cdot \vec{x_4} - d \cdot \vec{x_1} = \vec{0}$$

$$r \cdot \cos\theta_2 \cdot \vec{z_1} - r \cdot \sin\theta_2 \cdot \vec{y_1} + \mu \cdot \vec{z_1} + \lambda \cdot \cos\theta_4 \cdot \vec{x_1} + \lambda \cdot \sin\theta_4 \cdot \vec{y_1} - d \cdot \vec{x_1} = \vec{0}$$

soit en projection les trois equations scalaires :

$$\begin{cases} \lambda \cdot \cos\theta_4 - d = 0 \\ -r \cdot \sin\theta_2 + \lambda \cdot \sin\theta_4 = 0 \\ r \cdot \cos\theta_2 + \mu = 0 \end{cases}$$

Q3. Déterminer la relation entre θ_2 et θ_4 en fonction des différents paramètres.

À partir des deux premières équations :

$$\begin{cases} \lambda \cdot \cos\theta_4 = d \\ \lambda \cdot \sin\theta_4 = r \cdot \sin\theta_2 \end{cases} \Rightarrow \tan\theta_4 = \frac{r}{d} \cdot \sin\theta_2$$

Q4. En déduire la relation entre $\dot\theta_2$ et $\dot\theta_4$ puis en fonction de ω_m.

On dérive cette relation

$$\left(1 + \tan^2\theta_4\right) \cdot \dot\theta_4 = \frac{r}{d} \cdot \cos\theta_2 \cdot \dot\theta_2$$

$$\dot\theta_4 = \frac{r}{d} \cdot \frac{\cos\theta_2}{1 + \tan^2\theta_4} \cdot \dot\theta_2$$

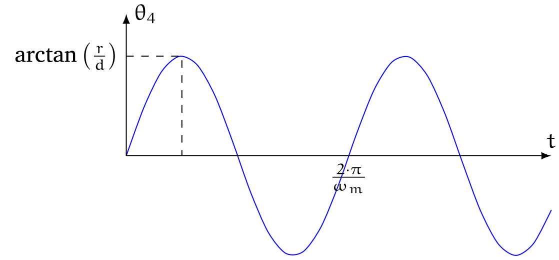
$$\dot\theta_4 = \frac{r}{d} \cdot \frac{\cos\theta_2}{1 + \left(\frac{r}{d} \cdot \sin\theta_2\right)^2} \cdot \dot\theta_2$$

$$\dot\theta_4 = \cdot \frac{r \cdot d \cdot \cos\theta_2}{d^2 + r^2 \cdot \sin^2\theta_2} \cdot \dot\theta_2$$

$$\dot\theta_4 = \cdot \frac{r \cdot d \cdot \cos(\omega_m \cdot t)}{d^2 + r^2 \cdot \sin^2(\omega_m \cdot t)} \cdot \omega_m$$

Q5. Tracer l'allure de $\theta_4(t)$ pour ω_m constant

$$\theta_4(t) = \arctan\left(\frac{r}{d} \cdot \sin(\omega_m \cdot t)\right)$$



On note P le point extrême du plateau avec $\overrightarrow{CP} = -h \cdot \vec{z_1} + R \cdot \vec{x_4}$.

Q6. Déterminer $\overrightarrow{V_{P\in4/1}}$ en fonction de ω_m puis $\overrightarrow{\Gamma_{P\in4/1}}$.

$$\overrightarrow{V_{P\in4/1}} = \overrightarrow{V_{C\in4/1}} + \overrightarrow{\Omega_{4/1}} \wedge \overrightarrow{CP}$$

$$\overrightarrow{V_{P\in4/1}} = \vec{0} + \dot\theta_4 \cdot \vec{z_1} \wedge (-h \cdot \vec{z_1} + R \cdot \vec{x_4})$$

$$\overrightarrow{V_{P\in4/1}} = R \cdot \dot\theta_4 \cdot \vec{y_4}$$

$$\overrightarrow{V_{P\in4/1}} = R \cdot \frac{r \cdot d \cdot \cos(\omega_m \cdot t)}{d^2 + r^2 \cdot \sin^2(\omega_m \cdot t)} \cdot \omega_m \cdot \vec{y_4}$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{P\in4/1}} = \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{V_{P\in4/1}}\right]_0 = \left[\frac{d}{dt} R \cdot \dot\theta_4 \cdot \vec{y_4}\right]_0$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{P\in4/1}} = R \cdot \ddot\theta_4 \cdot \vec{y_4} - R \cdot \dot\theta^2 \cdot \vec{x_4}$$

Je vous laisse dériver !

On s'intéresse maintenant aux vitesses de glissement entre le bras et les deux solides

Q7. Déterminer $\overrightarrow{V_{B\in3/2}}$ et $\overrightarrow{V_{B\in3/4}}$.

La liaison entre les deux solides 3 et 2 permet à la fois une rotation d'axe $(B, \vec{x_1})$ et une translation suivant $\vec{x_1}$ d'où le torseur :

$$\left\{\mathcal{V}_{3/2}\right\} = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \theta_{32} \cdot \vec{x_1} \\ \overrightarrow{V_{B\in3/2}} = v_{32} \cdot \vec{x_1} \end{matrix}\right\}_B .$$

La liaison entre les deux solides 3 et 4 permet à la fois une rotation d'axe $(B, \vec{z_1})$ et une translation suivant $\vec{z_1}$ d'où le torseur :

$$\left\{\mathcal{V}_{3/4}\right\} = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{3/4}} = \theta_{34} \cdot \vec{z_1} \\ \overrightarrow{V_{B\in3/4}} = v_{34} \cdot \vec{z_1} \end{matrix}\right\}_B .$$

$$\overrightarrow{V_{B\in3/2}} = \overrightarrow{V_{B\in3/1}} - \overrightarrow{V_{B\in2/1}}$$

$$\overrightarrow{V_{B\in3/2}} = \overrightarrow{V_{B\in3/4}} + \overrightarrow{V_{B\in4/1}} - \overrightarrow{V_{B\in2/1}}$$

$$v_{32} \cdot \vec{x_1} = v_{34} \cdot \vec{z_1} + \overrightarrow{V_{C\in4/1}} + \overrightarrow{\Omega_{4/1}} \wedge \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{V_{A\in2/1}} - \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$v_{32} \cdot \vec{x_1} = v_{34} \cdot \vec{z_1} + \vec{0} + \dot\theta_4 \cdot \vec{z_1} \wedge (-d \cdot \vec{x_1} + r \cdot \vec{z_2}) - \vec{0} - \dot\theta_2 \cdot \vec{x_1} \wedge \cdot r \cdot \vec{z_2}$$

$$v_{32} \cdot \vec{x_1} = v_{34} \cdot \vec{z_1} - d\dot\theta_4 \cdot \vec{y_1} + r \cdot \dot\theta_4 \cdot \sin\theta_2 \cdot \vec{x_1} + r \cdot \dot\theta_2 \cdot \vec{y_2}$$

On en déduit :

$$v_{32} = r \cdot \dot\theta_4 \cdot \sin\theta_2$$

$$v_{34} = -r \cdot \dot\theta_2 \cdot \vec{y_2} \cdot \vec{z_1} = -r \cdot \dot\theta_2 \cdot \sin\theta_2$$