

Exercice 1- ESP- Contrôle dynamique de stabilité des véhicules

Corrigé page 10

A. Présentation

Le dispositif ESP est destiné à répondre à toutes les situations critiques de conduite en supprimant les tendances au dérapage dès les premiers signes de dérive (écart entre la trajectoire théorique souhaitée et la trajectoire réelle). Cette correction s'obtient en partie par des actions ciblées sur les freins. [Fig. 1.1 page 2)]. La procédure de correction est décidée par le calculateur à partir des informations fournies par les capteurs suivants :

- Capteur vitesse roues.
- Capteur angle de braquage.
- Capteur d'accélération transversale.

La correction de trajectoire est contrôlée par le calculateur grâce aux informations fournies par le capteur gyroscopique d'angle de lacet.

Cette étude vise à mettre en évidence les principes physiques mis en œuvre dans le dispositif ESP. Elle se décompose comme suit :

1. Étude préalable.
2. Situation de comportement critique du véhicule.
3. Détermination de la dérive du véhicule.
4. Correction de trajectoire

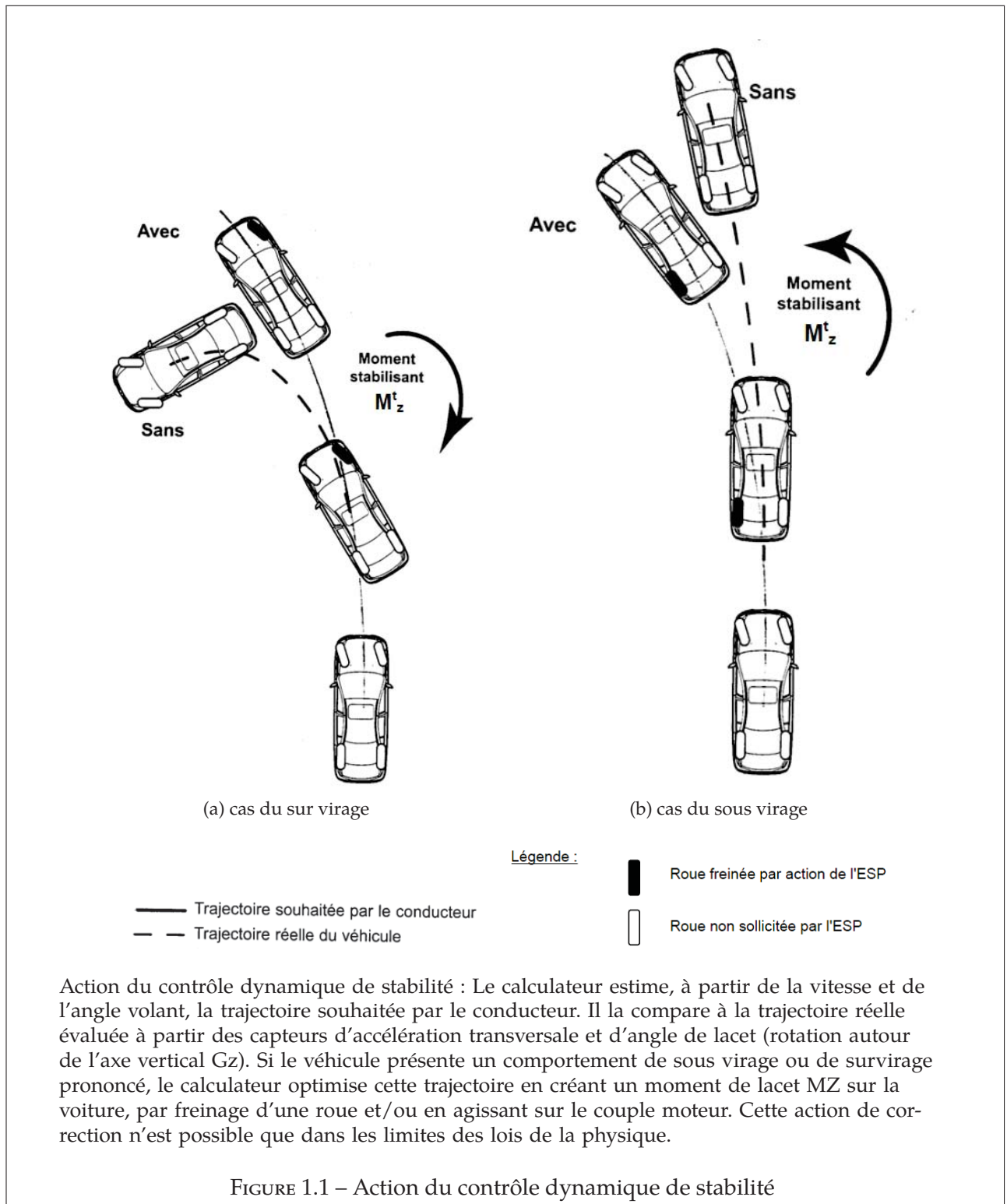
A.1. Données. [Fig. 1.2]

Conditions d'étude :

- Le véhicule de type traction (roues AV motrices) décrit un arc de cercle, de rayon constant égal à r , sur une route horizontale dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$.
- Le tangage (rotation du véhicule par rapport à l'axe (G, \vec{x}_1)) sera considéré nul. Le roulis (rotation du véhicule par rapport à l'axe (G, \vec{y}_1)) sera considéré nul.
- Les résistances passives ainsi que l'inertie des éléments de transmission seront négligées.

La matrice d'inertie du véhicule (S) au point G exprimée dans R_2 est :

$$\overline{\overline{\mathcal{I}_G(S)}} = \begin{pmatrix} I_{Gx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Gy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Gz} \end{pmatrix}_{\substack{G \\ (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}} .$$

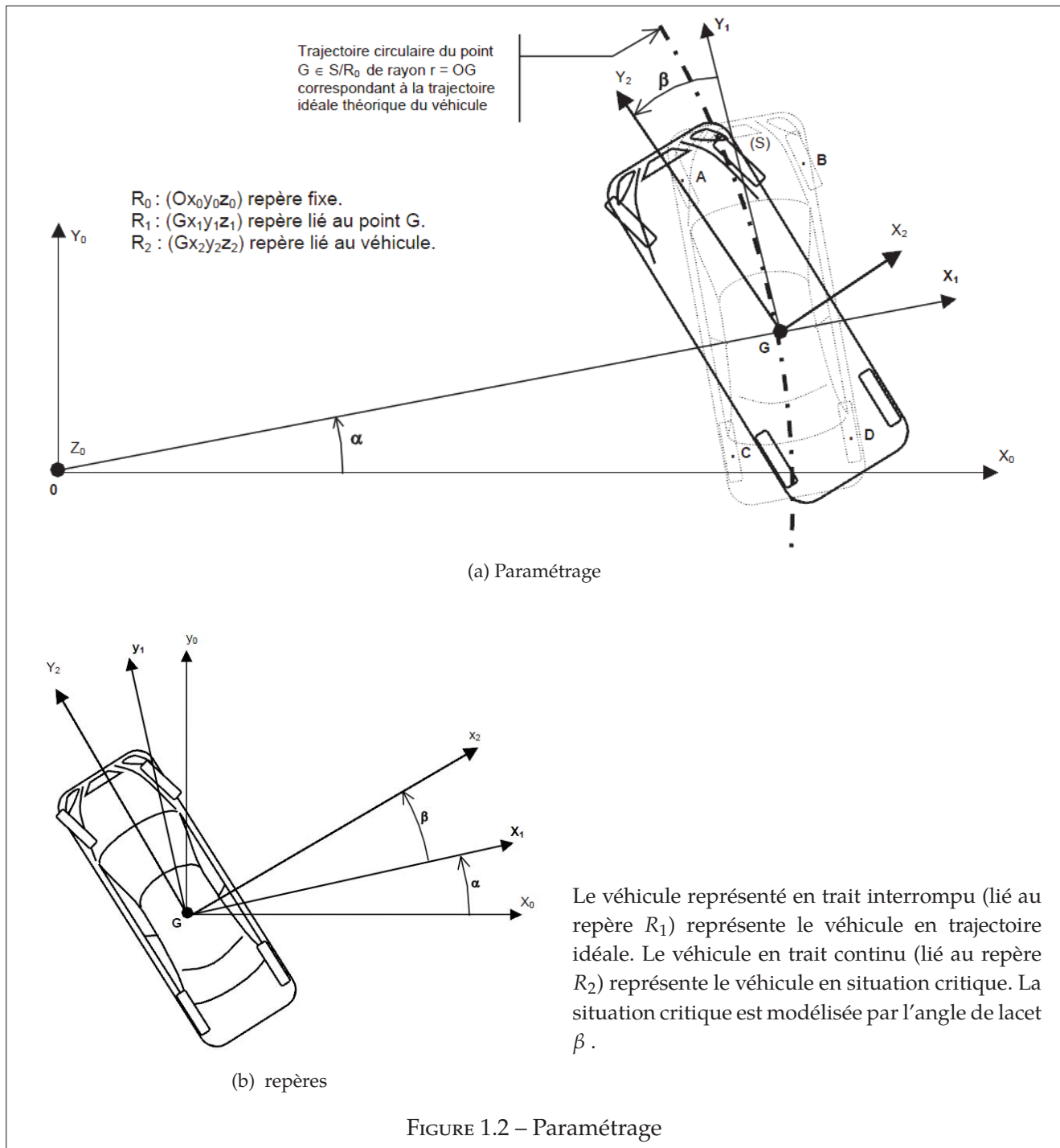


Paramétrage : [Fig. 1.2 page 3]

La position du centre d'inertie G du véhicule (S) est liée au repère $(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. Le repère $(G, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié au véhicule.

$$\text{On note : } \overrightarrow{\Omega_{R_1/R_0}} = \frac{d\alpha}{dt} \cdot \vec{z}_0 = \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 = \omega \cdot \vec{z}_0.$$

L'angle β (angle de lacet) caractérise la position du véhicule en situation critique (tableau 1.1).



β positif	Situation critique de sur-virage	Perte d'adhérence du train AR
β négatif	Situation critique de sous-virage	Perte d'adhérence du train AV
β nul	Situation théorique idéale	Pas de dérive

TABLE 1.1 – Modélisation de la situation critique

B. Étude préalable

B.1. Étude graphique

Q1. En fonctionnement normal, les quatre roues roulent sans glisser sur le sol (on pourra poser si nécessaire I_A, I_B, I_C et I_D les points de contact entre le sol et chaque roue).

Q1a. Tracer en A, C et D , la direction de $\vec{V}_{A \in V/S}$, $\vec{V}_{C \in V/S}$ et $\vec{V}_{D \in V/S}$.

Q1b. en déduire la position de Centre Instantanée de Rotation (C.I.R) O

Q1c. en déduire la direction de $\vec{V}_{B \in V/S}$ et $\vec{V}_{G \in V/S}$, dessiner la roue en B .

Q1d. On représente la norme de $\vec{V}_{G \in V/S}$ par une dimension de 3 cm, tracer toutes les vitesses.

B.2. Étude analytique

Q2. Déterminer $\vec{V}_{G \in S/R_0}$ vitesse du point G appartenant au véhicule par rapport à R_0 exprimée dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

Q3. Déterminer $\vec{\Gamma}_{G \in S/R_0}$ accélération du point G appartenant au véhicule par rapport à R_0 exprimée dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ en fonction de $r, \dot{\alpha}$ et $\ddot{\alpha}$.

On pose dans le repère R_1 : $\vec{\Gamma}_{G \in S/R_0} = \gamma_{x1} \cdot \vec{x}_1 + \gamma_{y1} \cdot \vec{y}_1$ avec $\gamma_{x1} \cdot \vec{x}_1 =$ accélération transversale et $\gamma_{y1} \cdot \vec{y}_1 =$ accélération longitudinale (par référence à la trajectoire idéale).

Q4. Donner l'expression littérale de γ_{x1} en fonction de r et de $\dot{\alpha}$ puis de v et de r ($v =$ mesure algébrique du vecteur $\vec{V}_{G \in S/R_0}$ et $r =$ rayon de la trajectoire circulaire).

Q5. Exprimer $\vec{\Omega}_{S/R_0}$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ en fonction de $\dot{\alpha}$ et de β .

Q6. Montrer que le moment dynamique en G du véhicule (S), dans son mouvement par rapport à R_0 , a pour expression : $\vec{\delta}_{G,S/R_0} = I_{Gz} \cdot (\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) \cdot \vec{z}_1$. Écrire dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, le torseur dynamique au point G du véhicule de masse m , dans son mouvement par rapport à R_0 .

C. Situation de comportement critique du véhicule.

Conditions d'étude : (on suppose d'abord le véhicule en situation théorique idéale)

On considère que le véhicule de masse m se déplace à vitesse constante (couple moteur négligé) selon la trajectoire circulaire théorique. (dans ce cas $\beta = 0, \dot{\beta} = 0, \ddot{\beta} = 0$, les repères R_1 et R_2 sont alors confondus et $v = cte \Rightarrow \omega = \dot{\alpha} = cte \Rightarrow \vec{\gamma}_{y1} = \vec{0}$).

Les dimensions du véhicule ainsi que la modélisation des actions sol/roue (cas général) sont données sur les documents techniques [figure 1.3 page 4 et figure 1.4 page 6].

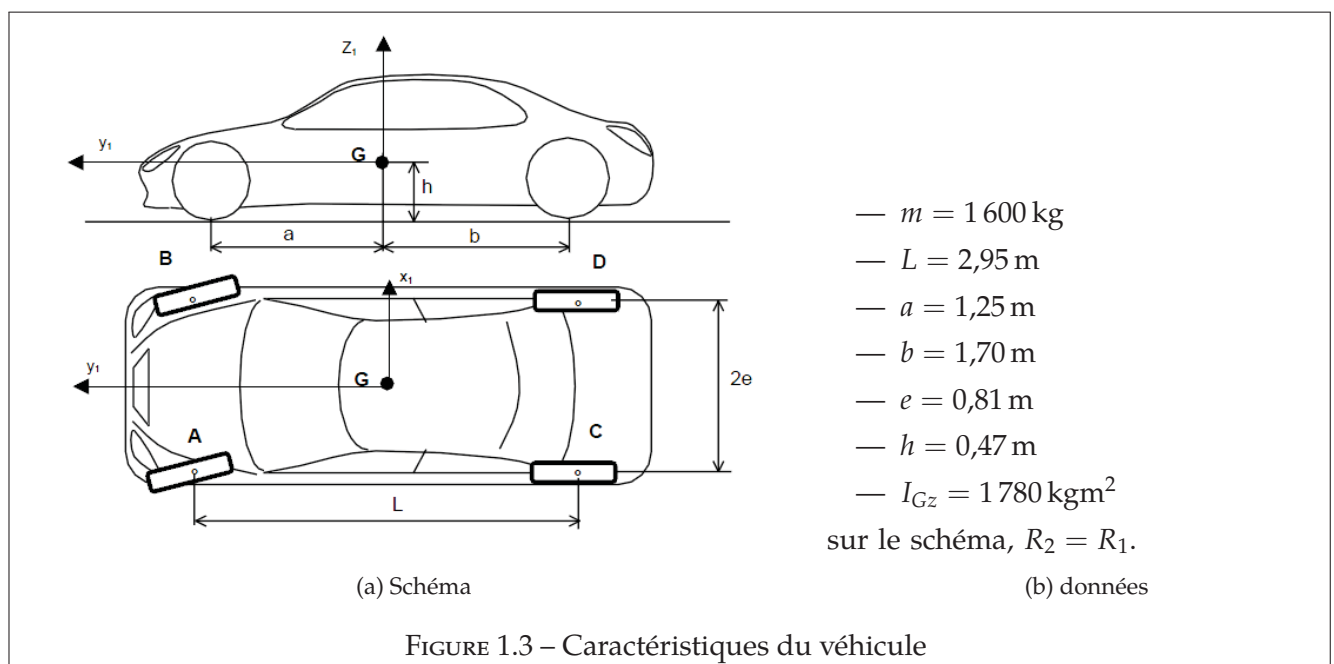


FIGURE 1.3 – Caractéristiques du véhicule

On donne

— les torseurs d'actions du sol sur les roues en A, B, C, D exprimés dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$:

$$\left\{ \mathcal{A}_{sol \rightarrow roue} \right\} = \begin{pmatrix} T_{Ax} & 0 \\ 0 & 0 \\ N_A & 0 \end{pmatrix}_{A_{B_1}}, \left\{ \mathcal{B}_{sol \rightarrow roue} \right\} = \begin{pmatrix} T_{Bx} & 0 \\ 0 & 0 \\ N_B & 0 \end{pmatrix}_{B_{B_1}},$$

$$\left\{ \mathcal{C}_{sol \rightarrow roue} \right\} = \begin{pmatrix} T_{Cx} & 0 \\ 0 & 0 \\ N_C & 0 \end{pmatrix}_{C_{B_1}}, \left\{ \mathcal{D}_{sol \rightarrow roue} \right\} = \begin{pmatrix} T_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 \\ N_D & 0 \end{pmatrix}_{D_{B_1}} ;$$

— le torseur dynamique du véhicule exprimé dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1) :: \left\{ \mathcal{D}_{S/R_0} \right\} = \begin{pmatrix} m \cdot \gamma_{x1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G_{B_1}} .$

Q7. Isoler le véhicule, faire l'inventaire des actions extérieures, appliquer le principe fondamental de la dynamique en G et en déduire les 6 équations.

Condition d'adhérence transversale. On rappelle que :

$$\mu_{transversal} = \mu_t = \frac{-T_{Ax}}{N_A} = \frac{-T_{Bx}}{N_B} = \frac{-T_{Cx}}{N_C} = \frac{-T_{Dx}}{N_D}.$$

Q8. A partir des équations de la résultante dynamique n et de l'équation supplémentaire ci-dessus ; donner l'expression de μ_t en fonction de γ_{x1} et de g .

Q9. Vitesse maximale admissible. Lorsque $\mu_{transMAXI} = 0,8$, calculer la vitesse maximale admissible dans ces conditions sans que le véhicule se trouve en situation critique de dérapage. On rappelle que

$$\gamma_{x1} = \frac{-v^2}{r} \text{ avec rayon de la trajectoire } r = 40 \text{ m.}$$

Q10. Retrouver, à partir des équations de la dynamique et de l'équation supplémentaire, le système d'équations ci-dessous.

$$\begin{aligned} N_A + N_B + N_C + N_D &= m \cdot g \\ e \cdot (N_A - N_B + N_C - N_D) &= h \cdot m \cdot \gamma_{x1} \\ a \cdot (N_A + N_B) - b \cdot (N_C + N_D) &= 0 \end{aligned}$$

Afin de pouvoir évaluer les actions de correction applicables à chaque roue, il est nécessaire de connaître la charge s'exerçant sur chacune d'entre elles. On définit un taux K de répartition des charges entre les roues extérieures et intérieures d'un véhicule en virage tel que $K = \frac{N_B}{N_A} = \frac{N_D}{N_C}$

Q11. Déterminer, l'expression littérale des composantes normales N_A , N_B , N_C et N_D en fonction de a , b , L , m , g et K .

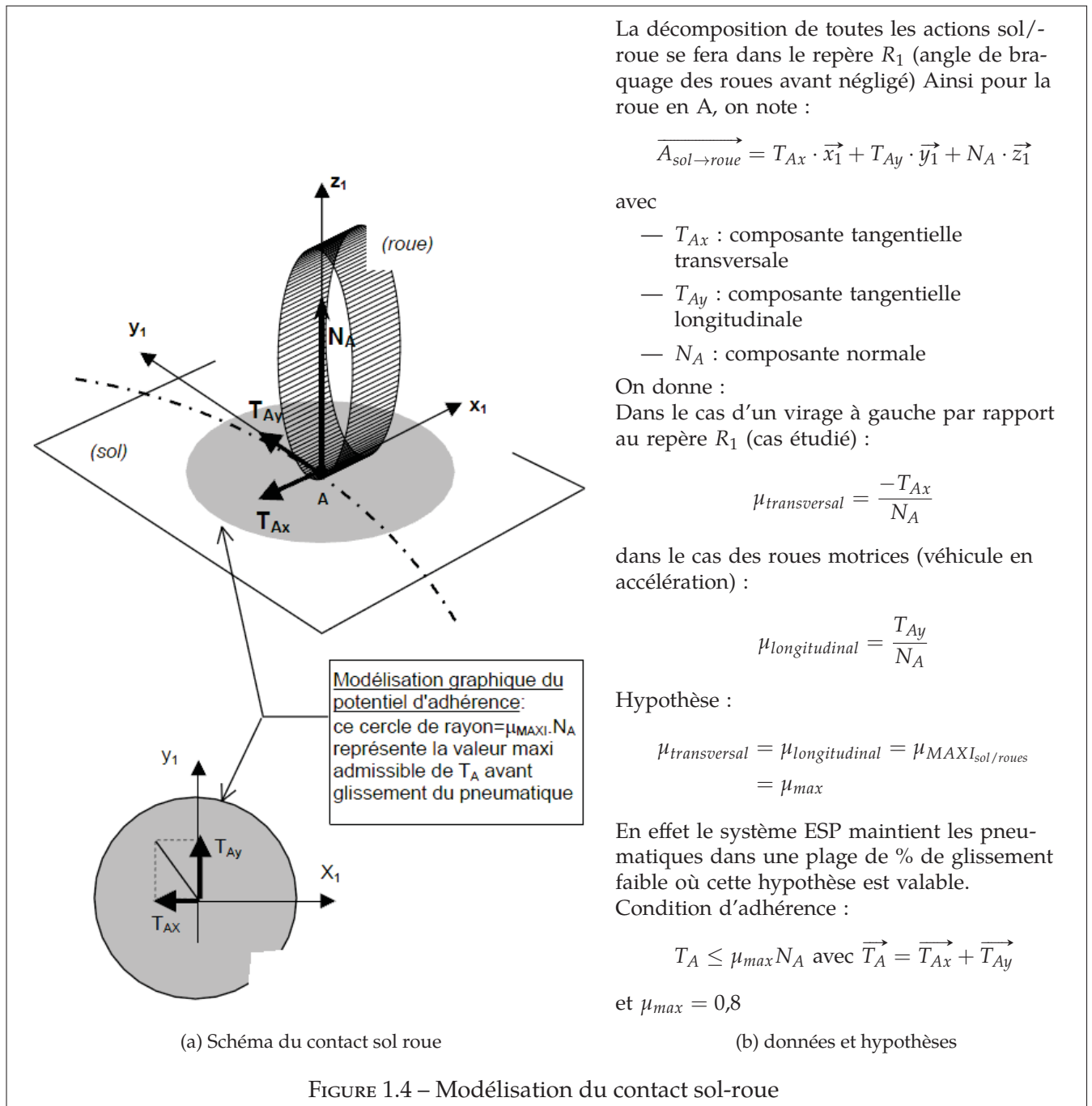
Q12. Montrez que $K = \frac{g \cdot e - h \cdot \gamma_{x1}}{g \cdot e + h \cdot \gamma_{x1}}$, puis calculer à partir des caractéristiques du véhicule, les valeurs de N_A , N_B , N_C et N_D pour un véhicule roulant à 60 km h^{-1} sur une trajectoire circulaire de rayon 40 m.

Q13. Situation critique :

cas a vitesse véhicule constante : aucune action conducteur. Le véhicule suit la trajectoire théorique à la vitesse maximale admissible de sorte que $T_{Ax} = -\mu_{transMAXI} \cdot N_A$ et $T_{Bx} = -\mu_{transMAXI} \cdot N_B$ (même situation pour les roues AR).

cas b à partir de la situation du cas a), le conducteur accélère et applique un couple moteur aux roues motrices ; ainsi des composantes tangentielles longitudinales viennent s'ajouter au niveau des actions sol/roues motrices.

Q13a. Modéliser dans les deux cas (a et b) ; les actions de contact tangentielles au niveau d'une roue motrice en reproduisant sur votre feuille de copie le modèle graphique proposé sur la figure 1.4. Conclure



sur l'adhérence de la roue dans le cas b.

Q13b. Dans la situation décrite cas b, écrire les torseurs des actions du sol sur les quatre roues en A, B, C et D.

Q13c. Le véhicule se trouve alors en situation critique. Justifier le comportement du véhicule en raisonnant sur les conditions d'adhérence des roues. Identifier le type de situation critique (sous-virage ou sur-virage).

D. Détermination de la dérive du véhicule

Le système doit réagir dès les premiers signes de dérive (la dérive est l'écart entre trajectoire théorique et trajectoire réelle du véhicule). Il compare l'accélération transversale théorique calculée γ_{x1th} (correspondant au comportement théorique du véhicule) à l'accélération transversale réelle mesurée γ_{x3rel} (correspondant au comportement réel du véhicule).

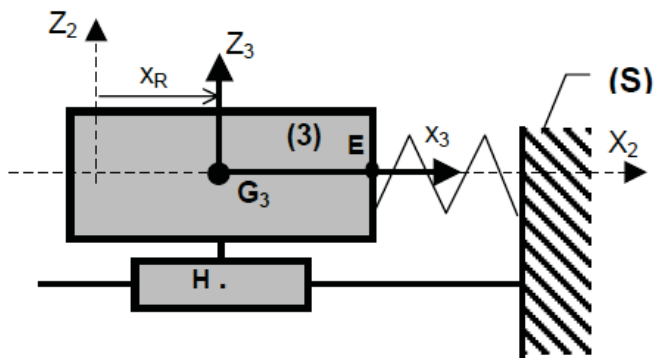
Q14. Principe du calcul de $\gamma_{x1th} = -\frac{v^2}{r}$ dans le cas où le centre d'inertie G décrit une trajectoire théorique de rayon r et à vitesse constante v . Le calculateur reçoit l'information vitesse à partir des capteurs vitesse roues, il doit évaluer le rayon r de la trajectoire théorique à partir de l'information « angle de braquage ».

Q14a. sur le document réponse [DR1 page 9] construire le CIR (I_{S/R_0}) du véhicule décrivant la trajectoire théorique .

Q14b. établir la relation donnant r en fonction de L , θ_{roue} et e , en considérant que $r = I_{S/R_0}C + e$.

Q15. Principe de la mesure de γ_{x3rel}

Le véhicule est équipé d'un capteur d'accélération transversale modélisé figure 1.5.



La masse (3) est en liaison glissière d'axe \vec{x}_2 par rapport au châssis (S) de la voiture.

FIGURE 1.5 – modèle de capteur d'accélération

Au moment de la mesure, la masse (3) soumise à l'accélération γ_{x3rel} est en équilibre par rapport au châssis (S).

Le ressort de raideur k est comprimé d'une valeur x_R .

L'action de la pesanteur sur la masse m_3 de (3) est négligée.

Les liaisons sont parfaites.

Q16. Isoler la masse (3), faire l'inventaire des actions extérieures. Écrire l'équation du théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{x}_2 appliquée à la masse (3) dans son mouvement par rapport à R_0 . En déduire l'expression de γ_{x3rel} en fonction de k , x_R et m_3 .

Conclusion : En comparant γ_{x3rel} mesurée et γ_{x1th} calculée, le calculateur détecte une situation critique validée par le capteur d'angle de lacet ($\beta \neq 0$). Le système opère alors une phase de correction de trajectoire par une action de freinage ciblée sur une roue d'une part et par la réduction du couple moteur d'autre part.

E. Correction de trajectoire

Conditions d'étude : véhicule en virage à gauche ($\beta \neq 0$).

Le calculateur a détecté une situation de sous-virage. Le couple moteur sur les roues AV est supprimé et la roue AR gauche seule reçoit un couple de freinage contrôlé qui induit une composante tangentielle longitudinale T_{Cy} au niveau de l'action du sol sur la roue ARG.

On donne le torseur dynamique du véhicule : $\left\{ \mathcal{D}_{S/R_0} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} m \cdot \gamma_{x1} & 0 \\ m \cdot \gamma_{y1} & 0 \\ 0 & I_{Gz} \cdot (\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) \end{array} \right\}_{G_{B_1}}$.

Q17. Isoler le véhicule, faire l'inventaire des actions extérieures puis modéliser ces actions par des torseurs dont les composantes seront exprimées dans R_2 puis dans R_1 .

L'ESP agit dès le début de la situation de sous-virage dès que $\ddot{\beta} \neq 0$, on peut donc considérer que β est petit.

Q18. Écrire alors les équations, issues de la projection sur \vec{x}_1 et sur \vec{z}_1 , du théorème du moment dynamique, appliqué au véhicule en G dans son mouvement par rapport à R_0 en considérant que β est petit.

Montrer que l'on obtient :

$$\begin{aligned}
 a \cdot (N_A + N_B) - b \cdot (N_C + N_D) &= -h \cdot T_{Cy} \\
 b \cdot (T_{Cx} + T_{Dx}) - a \cdot (T_{Ax} + T_{Bx}) - e \cdot T_{Cy} &= I_{Gz} \cdot (\ddot{\alpha} + \ddot{\beta})
 \end{aligned}$$

Q19. En admettant qu'il y ait équi-adhérence transversale

$$\mu_t = \mu_t = \frac{-T_{Ax}}{N_A} = \frac{-T_{Bx}}{N_B} = \frac{-T_{Cx}}{N_C} = \frac{-T_{Dx}}{N_D}.$$

Déterminer à l'aide des deux équations ci-dessus l'expression de la composante tangentielle de freinage T_{Cy} en fonction de μ_t , I_{Gz} , $\ddot{\alpha}$, $\ddot{\beta}$ et les dimensions h et e .

En phase de correction on considère $\ddot{\alpha}$ négligeable devant $\ddot{\beta}$. On prendra pour la suite de l'étude $\ddot{\alpha} = 0$.
Q20.

Q20a. La composante tangentielle de freinage T_{Cy} est de signe négatif. Déterminer alors le signe de $\ddot{\beta}$. Que peut-on dire de la variation de la vitesse de lacet $\dot{\beta}$ dans le cas où $\dot{\beta} < 0$. Conclure sur l'opportunité de la correction qui en résulte.

Q20b. Le cahier des charges du système impose comme critère de correction de trajectoire $\ddot{\beta} = 0,4 \text{ rad s}^{-2}$. Calculer à partir des données ci-dessus et des caractéristiques la valeur de la composante de freinage T_{Cy} .

Q20c. On admet que $N_C = 1\,960 \text{ N}$, $T_{Cx} = -1\,390 \text{ N}$ et $T_{Cy} = -600 \text{ N}$. Calculer T_C et en déduire le coefficient d'adhérence sol/roue nécessaire.

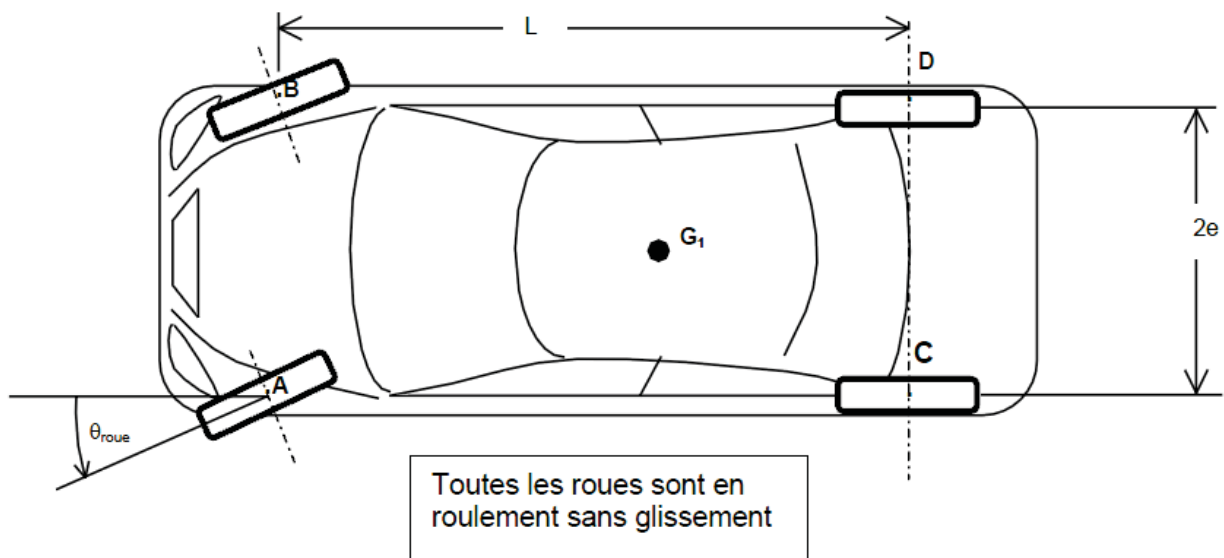


FIGURE 1.6 – DR - Détermination du CIR