9.5 Corrigés n°9

Cor. 1 : Roue électrique Airbus

Sujet page 14

Q1. À partir du modèle cinématique défini sur la figure 9.13, déterminer l'expression de k avec $k = \left|\frac{\omega_{2/1}}{\omega_{5/1}}\right| = \left|\frac{\omega_{mot1}}{\omega_{Rm1}}\right|$ en fonction des nombres de dents Z_i des différentes roues i. En déduire le nombre de dents Z_5 sachant que $k = 53$.

$$k = \left|\frac{\omega_{2/1}}{\omega_{5/1}}\right| = \left|\frac{\omega_{mot1}}{\omega_{Rm1}}\right|$$
$$k = \left|\frac{\omega_{2/1}}{\omega_{5/1}}\right| = \left|\frac{Z_5 \times Z_{4-3} \times Z_{3-2}}{Z_{4-5} \times Z_{3-4} \times Z_2}\right| = \left|\frac{Z_5 \times 71 \times 79}{32 \times 21 \times 20}\right|$$

$$\left|\frac{Z_5 \times 71 \times 79}{32 \times 21 \times 20}\right| = 53$$

soit $Z_5 = 127$.

Q2. Déterminer l'expression de la vitesse de rotation des rotors des moteurs M_1 et M_2 par rapport au train principal en fonction de $V(t)$. Ces vitesses seront notées respectivement ω_{mot1} et ω_{mot2}.

S'il y a roulement sans glissement alors :

$$\overrightarrow{V_{A_1\in 5/Piste}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in 5/1}} + \overrightarrow{V_{A_1\in 1/Piste}} = \vec{0}$$

avec

$$\overrightarrow{V_{A_1\in 1/Piste}} = \overrightarrow{V_{A_1\in Avion/Piste}} = V(t)\cdot\overrightarrow{y_a}$$

et

$$\overrightarrow{V_{A_1\in 5/1}} = \overrightarrow{V_{C_1\in 5/1}} + \overrightarrow{\Omega_{5/1}} \wedge \overrightarrow{C_1A_1}$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in 5/1}} = \vec{0} + \omega_{Rm1}\cdot\overrightarrow{x_a} \wedge (-R\cdot\overrightarrow{z_a})$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in 5/1}} = -R\cdot\omega_{Rm1}\cdot\overrightarrow{y_a}$$

On retrouve la relation connue :

$$V(t) = R\cdot\omega_{Rm1}$$

soit en fonction de ω_{mot1} :

$$|V(t)| = \frac{R}{k}\cdot|\omega_{mot1}|$$

d'où la vitesse de rotation du moteur.

$$|\omega_{mot1}| = \frac{k}{R}\cdot|V(t)|$$

Q3. Lors du taxiage, le CdCF donne une vitesse maxi de l'avion par rapport à la piste de 20 kn = 20 nœuds (1 kn = 1,852 km·h^{-1}), calculer la vitesse de rotation maximale des moteurs en tr/min.

$$|\omega_{mot1}| = \frac{k}{R}\cdot|V(t)|$$
$$|\omega_{mot1}| = \frac{53}{0{,}55}\cdot\frac{20\cdot 1{,}852\times 10^3}{3600}$$
$$|\omega_{mot1}| \approx 991{,}4\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$
$$|\omega_{mot1}| \approx 9\,468\,\mathrm{tour/min}$$

Q4. En supposant qu'il y a roulement sans glissement en A_1 et A_2 entre les roues motorisées et la piste, déterminer l'expression des vitesses de rotation ω_{mot1} et ω_{mot2} à imposer aux moteurs M_1 et M_2 en fonction de R, k, $V(t)$, L_2, L_3 et $\theta(t)$.

Il y a roulement sans glissement en A_1 et A_2 d'où :

$$\overrightarrow{V_{A_1\in Rm1/0}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{V_{A_2\in Rm2/0}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_{A_1\in Rm1/0}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in Rm1/a}} + \overrightarrow{V_{A_1\in a/0}} = \vec{0}$$

avec

$$\overrightarrow{V_{A_1\in Rm1/a}} = \overrightarrow{V_{C_1\in Rm1/a}} + \overrightarrow{\Omega_{Rm1/a}} \wedge \overrightarrow{C_1A_1}$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in Rm1/a}} = \vec{0} + \omega_{Rm1/a}\cdot\overrightarrow{x_a} \wedge (-R\cdot\overrightarrow{z_a})$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in Rm1/a}} = R\cdot\omega_{Rm1/a}\cdot\overrightarrow{y_a}$$

On pose $\overrightarrow{\Omega_{a/0}} = \dot{\alpha}\cdot\overrightarrow{z_a}$.

$$\overrightarrow{V_{A_1\in a/0}} = \overrightarrow{V_{I\in a/0}} + \overrightarrow{\Omega_{a/0}} \wedge \overrightarrow{IA_1}$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in a/0}} = \vec{0} + \dot{\alpha}\cdot\overrightarrow{z_a} \wedge (R_{vm} + L_3)\cdot\overrightarrow{x_a}$$
$$\overrightarrow{V_{A_1\in a/0}} = (R_{vm} + L_3)\cdot\dot{\alpha}\cdot\overrightarrow{y_a}$$

On a donc une première relation.

$$\left(R\cdot\omega_{Rm1/a} + (R_{vm} + L_3)\cdot\dot{\alpha}\right)\cdot\overrightarrow{y_a} = \vec{0}$$
$$R\cdot\omega_{Rm1/a} + (R_{vm} + L_3)\cdot\dot{\alpha} = 0$$

Par analogie pour A_2

$$\left(R\cdot\omega_{Rm2/a} + (R_{vm} - L_3)\cdot\dot{\alpha}\right)\cdot\overrightarrow{y_a} = \vec{0}$$
$$R\cdot\omega_{Rm2/a} + (R_{vm} - L_3)\cdot\dot{\alpha} = 0$$

Il reste à préciser $\dot{\alpha}$ et R_{vm} en fonction des données.

On a :

$$\overrightarrow{V_{E\in a/0}} = \overrightarrow{V_{I\in a/0}} + \overrightarrow{\Omega_{a/0}} \wedge \overrightarrow{IE}$$
$$V(t)\cdot\overrightarrow{y_a} = \vec{0} + \dot{\alpha}\cdot\overrightarrow{z_a} \wedge R_{vm}\cdot\overrightarrow{x_a}$$
$$V(t)\cdot\overrightarrow{y_a} = Rvm\cdot\dot{\alpha}\cdot\overrightarrow{y_a}$$

d'où

$$\dot{\alpha} = \frac{V(t)}{R_{vm}}$$

À partir du schéma on déduit :

$$\tan(\theta(t)) = \frac{L_2}{R_{vm}}$$

$$R_{vm} = L_2\cdot\tan(\theta(t))$$

Finalement en substituant dans les deux relations :

$$R \cdot \omega_{Rm1/a} + (R_{vm} + L_3) \cdot \frac{V(t)}{R_{vm}} = 0$$

$$R \cdot \omega_{Rm1/a} + \frac{R_{vm} + L_3}{R_{vm}} V(t) = 0$$

$$R \cdot \omega_{Rm1/a} + \left(1 + \frac{L_3}{R_{vm}}\right) V(t) = 0$$

$$R \cdot \omega_{Rm1/a} + \left(1 + \frac{L_3}{L_2 \cdot \tan(\theta(t))}\right) V(t) = 0$$

$$\omega_{Rm1/a} = -\left(1 + \frac{L_3}{L_2 \cdot \tan(\theta(t))}\right) \frac{V(t)}{R}$$

et par analogie

$$\omega_{Rm2/a} = -\left(1 - \frac{L_3}{L_2 \cdot \tan(\theta(t))}\right) \frac{V(t)}{R}$$

Q5. Le CdCF impose $R_{vm} = L_3$ c'est-à-dire que l'avion doit pouvoir tourner autour du point A_1 ou du point A_2, en déduire les expressions de ω_{mot1} et ω_{mot2}.

On a $R_{vm} = L_3$ d'où en reprenant les relations précédentes et en substituant :

$$R \cdot \omega_{Rm1/a} + \frac{L_3 + L_3}{L_3} V(t) = 0$$

$$R \cdot \omega_{Rm2/a} + \frac{L_3 - L_3}{L_3} V(t) = 0$$

soit

$$\omega_{Rm1/a} = -2 \cdot \frac{V(t)}{R}$$

$$\omega_{Rm2/a} = 0$$

Cor. 2 : Robot poseur de fibres optiques

Sujet page 17

Q1. Déterminer la vitesse de rotation du moteur ω_{moteur}.

On a $v = \frac{d_r}{2} \cdot \omega_{roue}$ soit $\omega_{roue} = \frac{2 \cdot v}{d_r} = 4{,}28\,\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ soit $\omega_{moteur} = \frac{\omega_{roue}}{0{,}2} = 21{,}42\,\text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \approx 203\,\text{tr/min}$.

Q2. Déterminer le rapport de réduction du train épicycloïdal en fonction de k et k_c.

$$k = k_c \cdot k_e$$

$$k_e = \frac{k}{k_c} = \frac{0{,}2}{0{,}8} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Q3. Exprimer le rapport de réduction du train épicycloïdal en fonction de Z_1, Z_3. En déduire le nombre de dents de Z_3.

On reconnaît un train épicycloïdal avec

- R_1 : le pignon planétaire (P_1)
- R_3 : la couronne planétaire (P_3)
- R_2 : le satellite (S_2)
- R_4 : le porte-satellite (P_S)

On se place dans le référentiel du porte-satellite (4), on peut alors écrire

$$\frac{\omega_{P_3/P_s}}{\omega_{P_1/P_s}} = (-1)^1 \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_3} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

$$\frac{\omega_{P_3/0} - \omega_{P_s/0}}{\omega_{P_1/0} - \omega_{P_s/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

Le planétaire P_3 est solidaire de (0) soit $\omega_{P_3/0} = 0$.

$$\frac{-\omega_{P_s/0}}{\omega_{P_1/0} - \omega_{P_s/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

avec

$$\omega_{P_s/0} = \frac{1}{4} \cdot \omega_{P_1/0}$$

soit

$$Z_3 = 3 \cdot Z_1 = 45$$

Q4. Par une étude géométrique en déduire le nombre de dents de Z_2.

On sait que $R_3 = R_1 + 2 * R_2$ soit $R_2 = \frac{R_3 - R_1}{2}$. Le module des roues dentées est le même (elles engrènent), on sait que $D_i = 2 \cdot R_i = m \cdot Z_i$.

On peut donc écrire :

$$Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} = 15$$

Cor. 3 : Etude d'un différentiel

Sujet page 18

Q1. Justifier la nécessité d'un différentiel en déterminant :

Q1a. $\overrightarrow{V_{O_2 \in 1/0}}$ et $\overrightarrow{V_{O_3 \in 1/0}}$

Q1b. Préciser les conditions de non glissement en I_2 et I_3, en déduire ω_{21} et ω_{31}

$$\overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O\in 2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{OO_2}$$
$$\overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} = \dot{\theta}\cdot\overrightarrow{z_0} \wedge -\left(R-\frac{L}{2}\right)\cdot\overrightarrow{x_1}$$
$$\overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} = -\dot{\theta}\cdot\left(R-\frac{L}{2}\right)\cdot\overrightarrow{y_1}$$

et

$$\overrightarrow{V_{O_3\in 1/0}} = -\dot{\theta}\cdot\left(R+\frac{L}{2}\right)\cdot\overrightarrow{y_1}$$

Non glissement

$$\overrightarrow{V_{I_2\in 2/0}} = \vec{0}$$
$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{I_2\in 2/1}} + \overrightarrow{V_{I_2\in 1/0}}$$
$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{O_2\in 2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{O_2I_2} + \overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{O_2I_2}$$
$$\vec{0} = \vec{0} + \omega_{2/1}\cdot\overrightarrow{x_1} \wedge -r\cdot\overrightarrow{z_1} - \dot{\theta}\cdot\left(R-\frac{L}{2}\right)\cdot\overrightarrow{y_1} + \dot{\theta}\cdot\overrightarrow{z_1} \wedge -r\cdot\overrightarrow{z_1}$$
$$\vec{0} = \left(r\cdot\omega_{2/1} - \dot{\theta}\cdot\left(R-\frac{L}{2}\right)\right)\cdot\overrightarrow{y_1}$$

soit pour les deux roues

$$r\cdot\omega_{2/1} = \dot{\theta}\cdot\left(R-\frac{L}{2}\right)$$
$$r\cdot\omega_{3/1} = \dot{\theta}\cdot\left(R+\frac{L}{2}\right)$$

La roue extérieure tourne plus vite que la roue intérieure.

Q2. Conclure.

Les deux roues doivent avoir des vitesses de rotation différentes.

Q3. Écrire la condition de non glissement en J, en déduire la relation entre ω_{26} et ω_{76}.

$$\overrightarrow{V_{J\in 7/2}} = \vec{0} = \overrightarrow{V_{J\in 7/6}} + \overrightarrow{V_{J\in 6/2}}$$
$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{C\in 7/6}} + \overrightarrow{\Omega_{7/6}} \wedge \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{V_{C\in 6/2}} + \overrightarrow{\Omega_{6/2}} \wedge \overrightarrow{CJ}$$
$$\vec{0} = \omega_{76}\cdot\overrightarrow{y_7} \wedge (R_2\cdot\overrightarrow{y_7} + R_7\cdot\overrightarrow{x_1}) - \omega_{26}\cdot\overrightarrow{x_1} \wedge (R_2\cdot\overrightarrow{y_7} + R_7\cdot\overrightarrow{x_1})$$
$$\vec{0} = (-R_7\cdot\omega_{76} - R_2\cdot\omega_{26})\cdot\overrightarrow{z_7}$$
$$0 = -R_7\cdot\omega_{76} - R_2\cdot\omega_{26}$$

Q4. Écrire la condition de non glissement en K, en déduire la relation entre ω_{36} et ω_{76}

$$\overrightarrow{V_{K\in 7/3}} = \vec{0} = \overrightarrow{V_{K\in 7/6}} + \overrightarrow{V_{J\in 6/3}}$$
$$\vec{0} = \overrightarrow{V_{C\in 7/6}} + \overrightarrow{\Omega_{7/6}} \wedge \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{V_{C\in 6/3}} + \overrightarrow{\Omega_{6/3}} \wedge \overrightarrow{CK}$$
$$\vec{0} = \omega_{76}\cdot\overrightarrow{y_7} \wedge (R_2\cdot\overrightarrow{y_7} - R_7\cdot\overrightarrow{x_1}) - \omega_{36}\cdot\overrightarrow{x_1} \wedge (R_2\cdot\overrightarrow{y_7} - R_7\cdot\overrightarrow{x_1})$$
$$\vec{0} = (R_7\cdot\omega_{76} - R_2\cdot\omega_{36})\cdot\overrightarrow{z_7}$$
$$0 = R_7\cdot\omega_{76} - R_2\cdot\omega_{36}$$

Q5. À partir de ces deux relations, déterminer la relation entre ω_{61}, ω_{21} et ω_{31}.

$$-R_7\cdot\omega_{76} = R_2\cdot\omega_{26}$$
$$R_7\cdot\omega_{76} = R_2\cdot\omega_{36}$$

en sommant les deux relations

$$R_2\cdot\omega_{26} + R_2\cdot\omega_{36} = 0$$
$$\omega_{21} + \omega_{16} + \omega_{31} + \omega_{16} = 0$$
$$\frac{1}{2}(\omega_{21} + \omega_{31}) = \omega_{61}$$

Q6. Conclure sur le fonctionnement du différentiel.

Le différentiel permet la rotation des deux arbres de sortie à des vitesses différentes en conservant la somme des deux vitesses.

Si on reprend les vitesse de la première partie

$$\omega_{2/1} = \frac{1}{r}\dot{\theta}\cdot\left(R-\frac{L}{2}\right)$$
$$\omega_{3/1} = \frac{1}{r}\dot{\theta}\cdot\left(R+\frac{L}{2}\right)$$

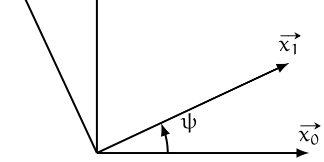
on a bien

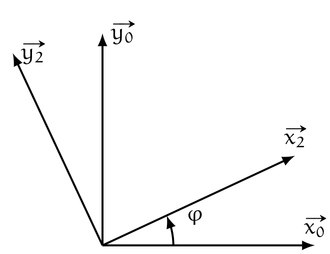
$$\omega_{61} = \frac{1}{2}(\omega_{21} + \omega_{31})$$
$$\omega_{61} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r}\dot{\theta}\cdot\left(R-\frac{L}{2}\right) + \frac{1}{r}\dot{\theta}\cdot\left(R+\frac{L}{2}\right)\right)$$
$$\omega_{61} = \frac{R}{r}\dot{\theta}$$

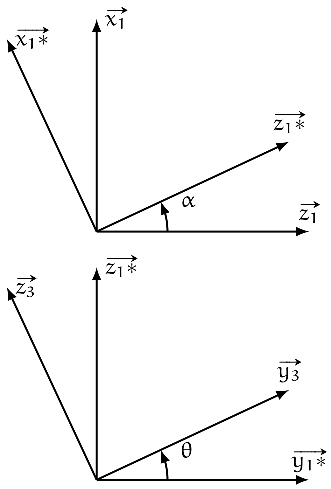
Cor. 4 : Variateur Graham : étude cinématique

Sujet page 20

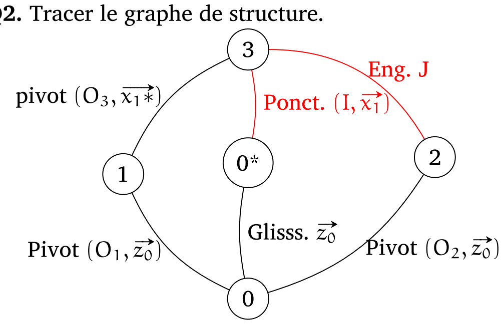
Q1. Tracer les figures de calcul.







Q2. Tracer le graphe de structure.



Q3. Écrire la fermeture géométrique.

$$\overrightarrow{O_1O_3} + \overrightarrow{O3H} + \overrightarrow{HJ} + \overrightarrow{JO_2} + \overrightarrow{O_2O_1} = \vec{0}$$
$$R \cdot \vec{x_1} - \ell \cdot \overrightarrow{x_{1*}} + r \cdot \overrightarrow{z_{1*}} - a \cdot \vec{x_1} - L \cdot \vec{z_0} = \vec{0}$$

On suppose qu'il y a roulement et pivotement sans glissement en I et J.

Q4. Préciser les deux conditions de roulement sans glissement.

$$\overrightarrow{V_{I\in 3/0*}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{V_{J\in 3/2}} = \vec{0}$$

Q5. En déduire les deux relations entre $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\varphi}$, λ et α et des paramètres géométriques.

$$\overrightarrow{V_{I\in 3/0*}} = \vec{0} \quad \text{avec } O* = O$$

$$\overrightarrow{V_{I\in 3/1}} + \overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{V_{O_3\in 3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{O_3I} + \overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{O_1I} = \vec{0}$$

$$\dot{\theta} \cdot \overrightarrow{x_{1*}} \wedge \lambda \cdot \vec{z_0} + \dot{\psi} \cdot \vec{z_0} \wedge (R \cdot \vec{x_1} + \lambda \cdot \vec{z_0}) = \vec{0}$$
$$-\lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\alpha \vec{y_1} + R \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{y_1} = \vec{0}$$
$$-\lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\alpha + R \cdot \dot{\psi} = 0$$

et

$$\overrightarrow{V_{J\in 3/2}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{V_{J\in 3/1}} - \overrightarrow{V_{J\in 2/1}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_{H\in 3/1}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{HJ} - \left(\overrightarrow{V_{O_2\in 2/0}} + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \overrightarrow{O_2J}\right) = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{\Omega_{3/1}} \wedge \overrightarrow{HJ} - \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \overrightarrow{O_2J} = \vec{0}$$

$$\dot{\theta} \cdot \overrightarrow{x_{1*}} \wedge r \cdot \overrightarrow{z_{1*}} - \left(\dot{\varphi} - \dot{\psi}\right) \cdot \vec{z_0} \wedge a \cdot \vec{x_1} = \vec{0}$$
$$-r \cdot \dot{\theta} - a\dot{\varphi} + a \cdot \dot{\psi} = 0$$

d'où les deux relations :

$$\begin{cases} -\lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\alpha + R \cdot \dot{\psi} = 0 \\ -r \cdot \dot{\theta} - a\dot{\varphi} + a \cdot \dot{\psi} = 0 \end{cases}$$

Q6. Déterminer le rapport de transmission $\rho = \dfrac{\dot{\varphi}}{\dot{\psi}}$ du variateur en fonction de λ et des paramètres géométriques.

Finalement

$$\rho = \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\psi}} = 1 - \frac{r \cdot R}{a \cdot \lambda \cdot \cos\alpha}$$

En prenant $\alpha = 60°$, $R = 60\,\text{mm}$, $r = 10\,\text{mm}$, $a = 40\,\text{mm}$.

Q7. Tracer l'allure de $\rho = f(\lambda)$ pour $\lambda \in [20, 60]$.

$$\rho = \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\psi}} = 1 - \frac{30}{\lambda}$$