

Exercice 1- Modélisation d'un axe d'un robot cartésien

inspiré de l'agrégation de mécanique 2008

Corrigé page 5

La ligne de fabrication est équipée d'un robot cartésien (figure 0.1) permettant des opérations de chargement/déchargement de la ligne. Ce robot possède trois axes perpendiculaires entre eux. Nous étudions ici le comportement de l'axe Y de ce robot. Cet axe est actionné par un ensemble variateur-moteur synchrone de type brushless.

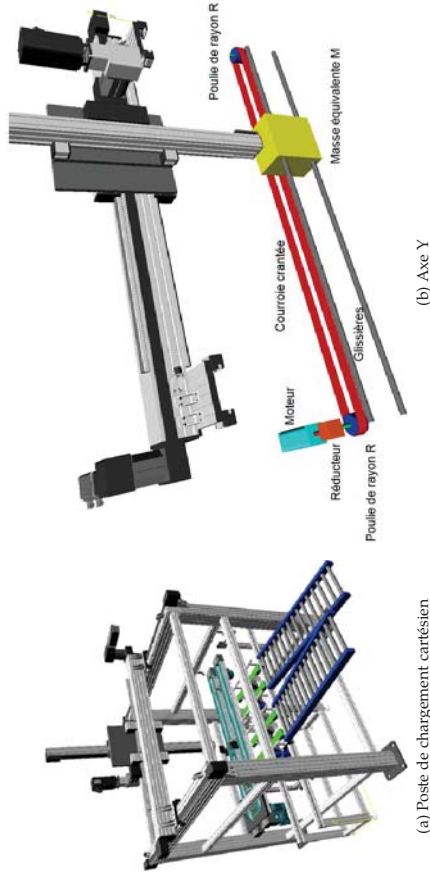


FIGURE 0.1 – Robot cartésien

On modélise dans un premier temps l'axe par le schéma de la figure 0.2.

On note :

- J_m : Inertie du rotor autour de son axe;
- C_m : couple moteur;
- ω_m : la vitesse de rotation du moteur et V la vitesse de déplacement du chariot;
- J_r : Inertie du réducteur sur l'arbre d'entrée
- J_p : Inertie de la poulie autour de son axe;
- R : Rayon des poulies;
- n : coefficient de réduction du réducteur : $n = \frac{\omega_m}{\omega_r}$

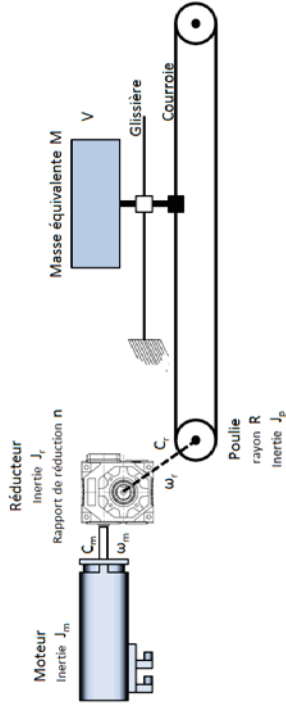


FIGURE 0.2 – Modèle de l'axe X

- λ : gain en vitesse de la chaîne cinématique
- $\lambda = \frac{V}{\omega_m}$;
- La courroie est supposée inextensible;
- les liaisons sont parfaites.

Chacun des mouvements de l'axe Y correspond une loi trapézoïdale (figure 0.3) pour lesquels la durée des phases d'accélération et de décélération sont identiques (t_a). On note D la durée du déplacement et Y la longueur du déplacement.

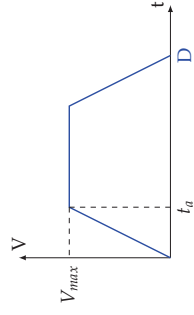


FIGURE 0.3 – loi de mouvement

- Q1. Déterminer $T_{E/R}$, l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble mobile E={rotor, réducteur, poulies, chariot}.
 - Q2. Mettre sous la forme $T_{E/R} = \frac{1}{2} \cdot J_e \omega_m^2$ préciser J_e .
 - Q3. Déterminer les puissances intérieures et extérieures à l'ensemble E.
 - Q4. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble, en déduire l'équation différentielle du mouvement puis C_m en fonction de V .
- Le modèle précédent pour modéliser l'axe Y correspond à un axe simple mais l'observation du système réel a montré que l'on ne peut pas négliger la raideur de la courroie. On se propose de faire évoluer le modèle en prenant en compte cette extensibilité. On complète aussi le modèle en prenant en compte aussi les frottements visqueux des différentes liaisons. La figure 0.4 présente le nouveau modèle.

On complète les notations précédentes par :

- f_1 : Frottement visqueux équivalent des éléments en rotation.
- f_e : Inertie équivalente totale ramenée à l'arbre moteur
- f_2 : Frottement visqueux de la glissière.
- K_e : Raideur équivalente de la courroie
- v_c : Vitesse linéaire de la courroie.
- v_M : Vitesse linéaire de la masse M.
- F_c : l'action de la courroie sur la masse mobile.

On se propose de vérifier que le déplacement du chariot peut être modélisé par le schéma blocs de la figure 0.5 :

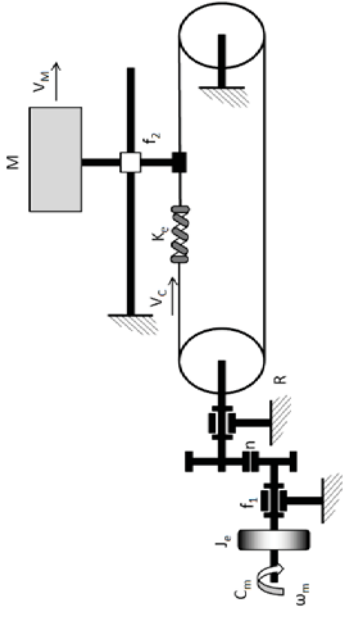


FIGURE 0.4 – Modèle évolué de l'axe X

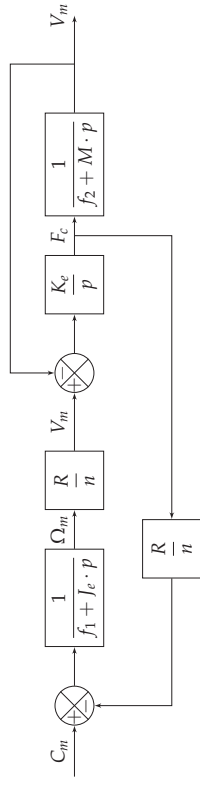


FIGURE 0.5 – Schéma blocs

Pour cela, on commence par isoler le mécanisme représenté sur la figure 0.6a. On note F_c la norme de l'action mécanique de la courroie sur la masse mobile.

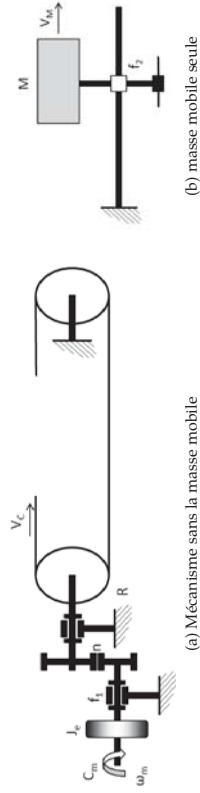


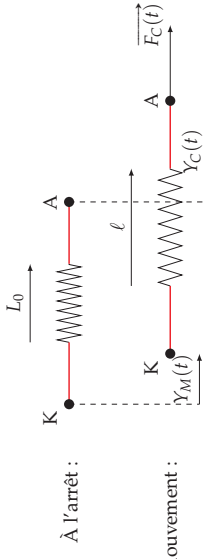
FIGURE 0.6 – Sous mécanismes isolés

Q5. À partir du théorème de l'énergie cinétique déterminer l'équation du mouvement qui relie ω_m et F_c .

On isole maintenant la masse mobile (figure 0.6b).

Q6. Déterminer l'équation du mouvement de la masse mobile

On s'intéresse maintenant à l'allongement du ressort pendant les phases de mouvement. On suppose qu'à l'arrêt, l'effort développé par le ressort est nul $F_{C0} = 0$, on note $L_0 = Y_{m0} - Y_{C0}$ la longueur à vide du ressort et Y_{m0} et Y_{C0} les positions initiales de la masse mobile et de l'extrémité de la courroie.*



À l'arrêt :

Masse en mouvement :

Q7. Montrer que l'on peut écrire dans le domaine symbolique $F_C(p) = \frac{K_e}{p} (Y_C(p) - V_M(p))$.
 Q8. Retrouver le schéma bloc proposé.
 Q9. Déterminer $V_m(p)$ et $C_m(p)$.