

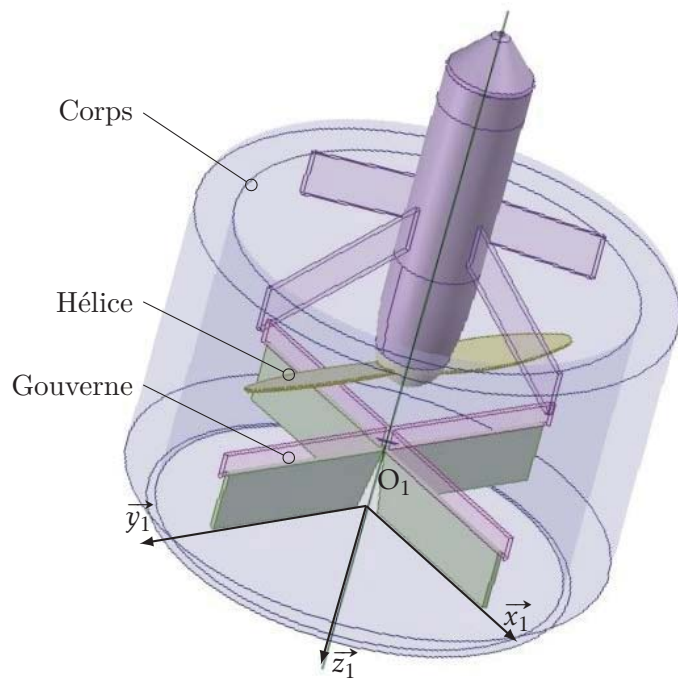
Exercice 5- Cinétique Drone - Mines 2010
Extrait de Mines MP 2001

Corrigé page 21

Le sujet étudie un drone miniature à voilure tournante (figure 0.11a).



(a) Drone à voilure tournante



(b) Modélisation du drone

Figure 0.11 – Drone

Lors de l'étude du mouvement nous avons besoin de déterminer les caractéristiques cinétiques de plusieurs solides.

On s'intéresse plus particulièrement aux éléments représentés ci-dessous

A. Schéma, données, notation et paramétrage du drone

Pour les calculs de pré-dimensionnement, le drone, dont le centre d'inertie est noté G , est constitué de deux solides (1) et (2) :

Le corps (1) (figure 0.11b), constitué du corps et des gouvernes (1a), (1b), (1c) et (1d). On négligera la masse et l'inertie des gouvernes devant les masses et inerties des autres composants du drone. Le corps du drone est considéré comme étant de symétrie axiale d'axe (G_1, \vec{z}_1) et de masse $m_1 = 0,89 \text{ kg}$. Le

point G_1 est son centre d'inertie. On note $\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_1}(1)}}$ la matrice d'inertie du solide (1) calculée en G_1 .

$$\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_1}(1)}} = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{G_1}^{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

$$\overrightarrow{O_1 G_1} = \ell_1 \cdot \vec{z}_1.$$

L'axe hélice (2), constitué de l'arbre moteur et de l'hélice. Cet ensemble (2) est en liaison pivot d'axe par rapport au corps (1).

L'axe hélice (2) est considéré comme étant de symétrie axiale d'axe (G_2, \vec{z}_1) et de masse $m_2 = 0,11 \text{ kg}$. Le point G_2 est son centre d'inertie. On note $\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_2}(2)}}$

la matrice d'inertie du solide (2) calculée en G_2 .

$$\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_2}(2)}} = \begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{G_2}^{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

$$\overrightarrow{O_1 G_2} = \ell_2 \cdot \vec{z}_1.$$

B. Question

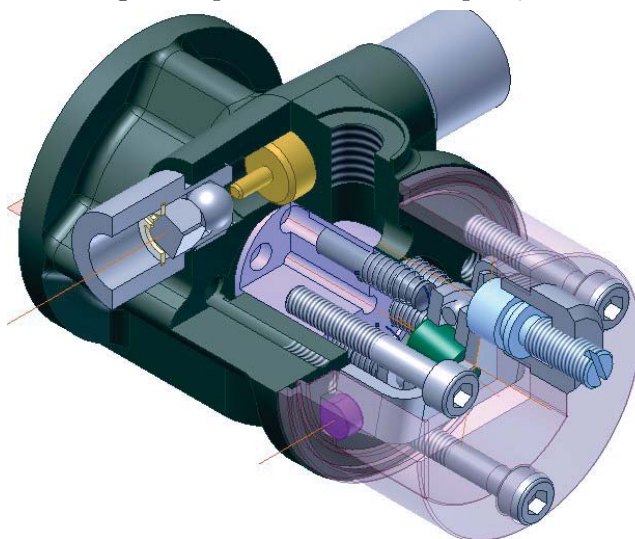
Q1. En tenant compte des symétries, simplifier les matrices d'inertie $\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_1}(1)}}$ et $\overline{\overline{\mathcal{I}_{G_2}(2)}}$ des solides (1) et (2).

Q2. On pose $\overrightarrow{O_1 G} = l_G \cdot \vec{z}_1$, déterminer l_G caractérisant la position du centre d'inertie G du drone en fonction des caractéristiques cinétiques des solides (1) et (2).

Q3. En déduire les matrices d'inertie des solides (1) et (2) calculées en G en fonction des caractéristiques cinétiques des solides (1) et (2).

La pompe ci-dessous est constituée d'un barillet entraînant en rotation 6 pistons. Un ressort (non représenté) placé à l'arrière du piston le maintient contre un plan incliné par rapport à l'axe de rotation. Le déplacement du piston permet l'aspiration et le refoulement du fluide hydraulique.

Le débit de la pompe peut être réglé soit par l'inclinaison du plan, soit en variant la vitesse de rotation.



Le barillet étant en rotation il est nécessaire afin de dimensionner le moteur d'avoir une valeur approchée du moment d'inertie autour de l'axe de rotation.

Les principales dimensions sont données sur la figure 0.12. Le barillet est en acier.

On note :

- G le centre d'inertie du barillet ;
- G_A le centre d'inertie du cylindre A de diamètre $d_A = 28\text{ mm}$ et de hauteur $h_A = 38\text{ mm}$, m_A sa masse ;
- G_B le centre d'inertie du cylindre B de diamètre $d_B = 6\text{ mm}$ et de hauteur $h_B = 25,5\text{ mm}$, m_B sa masse ;
- G_C le centre d'inertie du cylindre C de diamètre $d_C = 4\text{ mm}$ et de hauteur $h_C = 31\text{ mm}$, m_C sa masse ;
- G_D le centre d'inertie du parallélépipède de dimensions $h_D \times L_D \times l_D = 28 \times 7 \times 5$, m_D sa masse ;
- G_E le centre d'inertie de la couronne de diamètre extérieur d_A , de diamètre intérieur $d_E = 25\text{ mm}$ et de hauteur $h_E = 2\text{ mm}$, m_E sa masse ;
- les autres dimensions sont négligées.

A. Moment d'inertie

Q1. Proposer une procédure pour déterminer le moment d'inertie autour de l'axe de rotation du solide réalisé par le cylindre A et le perçage C et le six perçages B, la couronne E et le parallélépipède D. Déterminer ce moment d'inertie.

Q2. Déterminer $\overrightarrow{G_A G}$, en fonction des dimensions du barillet.

Q3. Détermination de la matrice d'inertie du cylindre A en G_A dans une base qui contient l'axe de rotation (à définir sur votre copie), en déduire le moment d'inertie autour de rotation.

Q4. Par analogie, déterminer le moment d'inertie des deux cylindres B et C supposés pleins autour de leur axe de révolution.

Q5. Déterminer le moment d'inertie de la couronne E pleine autour de son axe de révolution.

Q6. Déterminer le moment d'inertie autour de l'axe de révolution du barillet du parallélépipède D

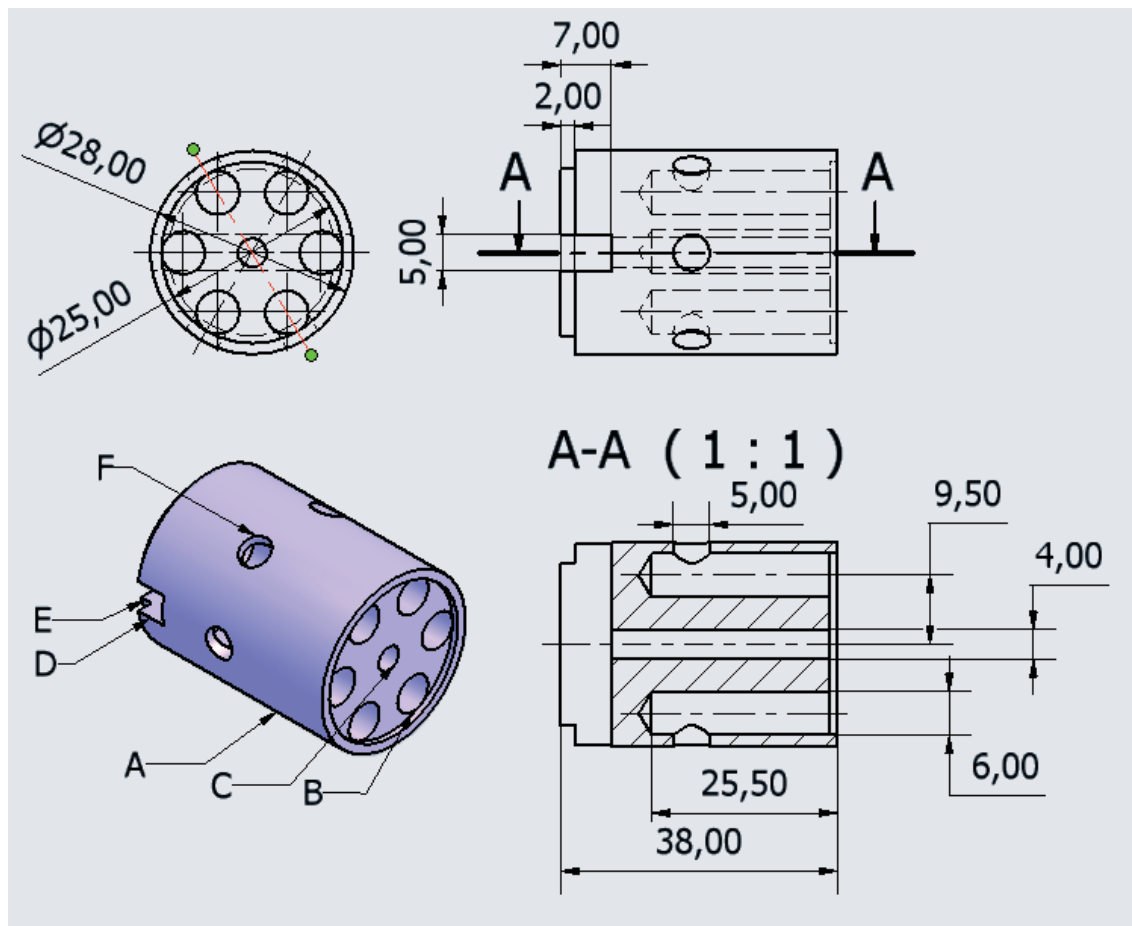
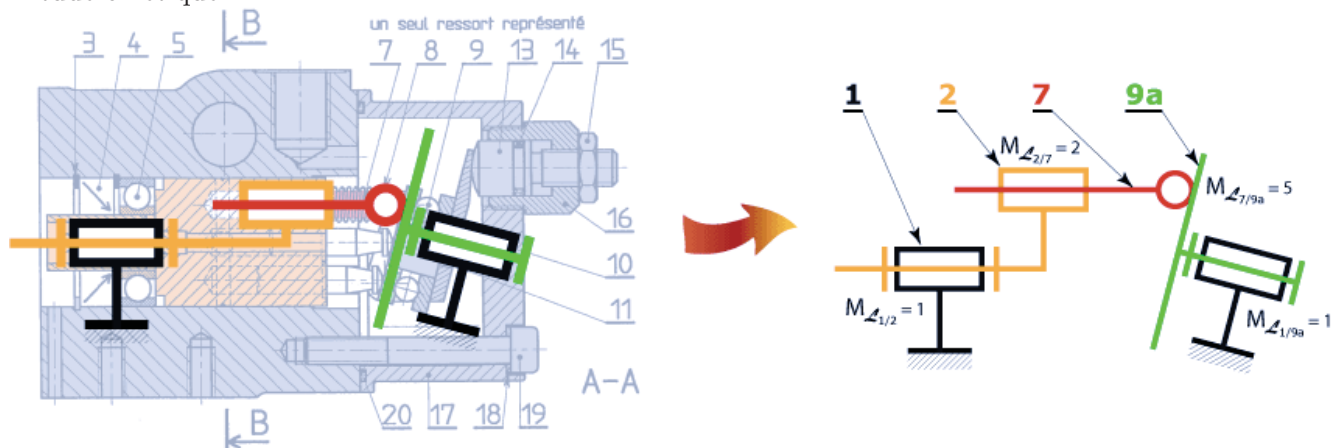


Figure 0.12 – Barillet

B. Matrice d'inertie

Q7. Déterminer la matrice d'inertie du barillet en G_A .

C. Étude cinétique



On considère que le rotor tourne à vitesse constante : $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, que le plateau est incliné d'un angle β constant.

Q8. Construire le schéma cinématique spatial :

Q9. Déterminer le torseur cinématique du piston (7) par rapport au carter (1).

Q10. Déterminer le torseur cinétique du barillet puis du piston

Q11. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble