

## 0.1 Feuille n°6 : position, vitesse, accélération

### Devoir 1- Manège Pieuvre

Corrigé page 5

#### Présentation

Le manège pieuvre est un classique des foires. Il procure des sensations par son mouvement épicycloïdal qui produit de fortes accélérations.



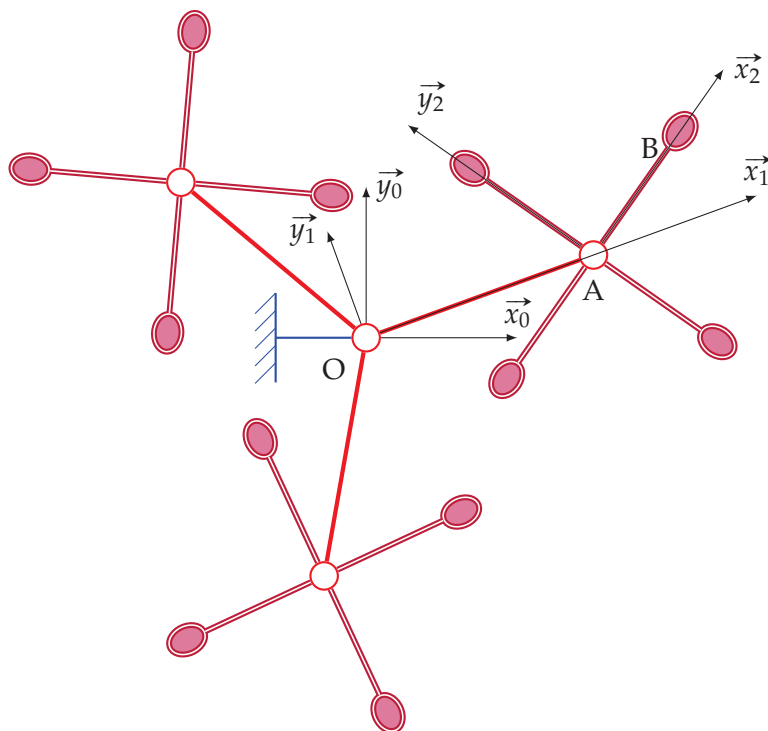
FIGURE 1 – Manège pieuvre

L'objectif de l'exercice consiste à déterminer les caractéristiques géométriques (longueurs des bras) et cinématiques (vitesses angulaires des bras) afin de respecter l'extrait de cahier des charges donné (table 0.1).

Soit  $O$  le centre de la rotation principale d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  entre le carter et les trois bras (1) à  $120^\circ$ . Le repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est lié au carter (0).

La nacelle (2) est en rotation en rotation par rapport au bras (1) autour de l'axe  $(A, \vec{z}_0)$ .

Le repère  $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est associé au bras (1), le repère  $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est associé à la nacelle (2).



$$\begin{aligned}
 - \vec{OA} &= R_1 \cdot \vec{x}_1, \\
 - \vec{AB} &= R_2 \cdot \vec{x}_2, \\
 - (\vec{x}_0, \vec{x}_1) &= (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta, \\
 - (\vec{x}_1, \vec{x}_2) &= (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \alpha,
 \end{aligned}$$

On note aussi :

$$\begin{aligned}
 - \omega_{10} &= \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}, \\
 - \omega_{21} &= \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha},
 \end{aligned}$$

pendant la phase de régime permanent, on considère que  $\omega_{10}$  est constant. À l'instant initial, les points O, A, B sont alignés.

FIGURE 2 – Manège pieuvre

Fonction	Critères	Niveau
Assurer des sensations fortes en toute sécurité	Vitesse maximale	40 km/h
	Accélération maximale	1,5 g
	Accélération minimale	0,5 g

TABLE 0.1 – Extrait du cahier des charges

**Q1.** Tracer les figures de changement de base.

**Q2.** Déterminer le vecteur  $\vec{OB}$ .

**Q3.** Déterminer les vitesses :  $\vec{V}_{A \in 1/0}$ ,  $\vec{V}_{B \in 2/1}$  puis  $\vec{V}_{B \in 2/0}$  sous la forme la plus concise possible en fonction de  $\omega_{10}$ ,  $\omega_{21}$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

Nous avons 4 grandeurs à déterminer ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\omega_{10}$  et  $\omega_{21}$ ) pour trois critères dans le cahier des charges. Il n'y a pas de solution unique. On suppose donc une condition supplémentaire, à savoir que les vitesses de rotations sont telles que  $\omega_{21} = -2 \cdot \omega_{10}$ .

**Q4.** Pour quelle valeur de  $\alpha$ ,  $\|\vec{V}_{B \in 2/0}\|$  la vitesse est-elle maximale? Préciser alors l'expression littérale de  $V_{max} = \|\vec{V}_{B \in 2/0}\|_{maxi}$ .

**Q5.** Déterminer,  $\vec{\Gamma}_{B \in 2/0}$ , l'accélération du point B par rapport au repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  pendant la phase de régime permanent de la manière la plus succincte possible.

**Q6.** Pour quelle valeur de  $\alpha$ ,

**Q6a.** l'accélération  $\|\vec{\Gamma}_{B \in 2/0}\|$  est-elle maximale? Préciser alors l'expression littérale.

**Q6b.** l'accélération  $\|\vec{\Gamma}_{B \in 2/0}\|$  est-elle minimale? Préciser alors l'expression littérale

**Q7.** Déterminer alors les valeurs numériques de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\omega_{10}$  qui permettent de respecter le cahier des charges.

## Exercice 2- Moteur 2 temps - cinématique

Corrigé page 6

Les deux animations ci-dessous permettent de visualiser la cinématique d'un moteur 2 temps d'un petit avion de modélisme.

- Animation 3D : <http://sciences-indus-cpge.papanicola.info/IMG/mp4/moteur2temps.mp4>
- Animation 2D : <http://sciences-indus-cpge.papanicola.info/IMG/mp4/moteur2temps.mp4>

On se propose de déterminer les vitesses des différents points caractéristiques des solides constituant le mécanisme.

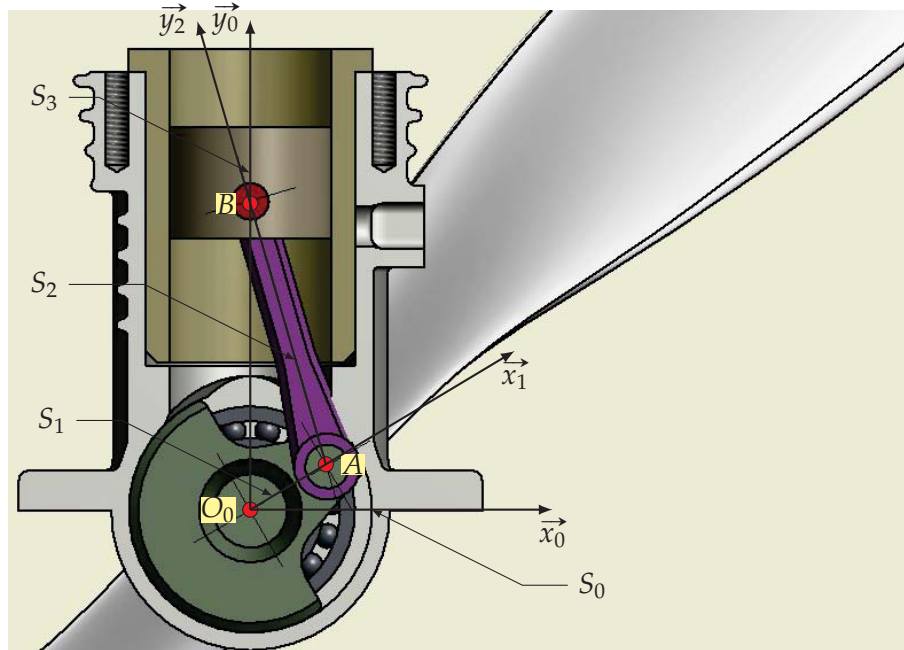


FIGURE 3 – Moteur de modélisme

On considère les solides suivants :

- $S_0$  : constitué du carter et de la chemise,
  - repère  $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est associé à ce solide,
  - le point  $O_0$  est sur l'axe de rotation entre le vilebrequin et le carter;
- $S_1$  : le vilebrequin et l'hélice,
  - repère  $R_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  avec  $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ ,
  - $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ ,
  - $\vec{O_0A} = a \cdot \vec{x}_1$ ;
- $S_2$  : la bielle
  - repère  $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  avec  $\vec{z}_0 = \vec{z}_2$ , le point  $A$  est sur l'axe de rotation entre la bielle et le vilebrequin,
  - $\beta = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$ ,
  - $\vec{AB} = L \cdot \vec{y}_2$ ;
- $S_3$  : le piston.
  - repère  $R_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$
  - $\vec{O_0B} = \lambda \cdot \vec{y}_0$

**Q1.** Identifier les mouvements entre chaque solide ( $S_1/S_0$ ,  $S_2/S_1$ ,  $S_3/S_2$ ,  $S_3/S_0$ ), préciser les axes et points caractéristiques.

**Q2.** Tracer les différentes figures de calculs. Précisez les vecteurs rotations.

**Q3.** Déterminer la loi d'entrée sortie du mécanisme, c'est à dire relation entre  $\theta$  et  $\lambda$ .

**Q4.** En déduire  $\vec{V}_{B \in S_3 / S_0}$  la vitesse de  $B$  de  $S_3$  par rapport à  $R_0$ .

### Exercice 3- Éolienne

Corrigé page 7

Soit l'éolienne de la figure 4.

La nacelle (1) pivote autour du mas (0) suivant l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ . On note  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  le paramètre de rotation.

L'hélice (2) pivote autour de l'axe  $(A, \vec{x}_1)$ . On note  $\beta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  le paramètre de rotation.

—  $\vec{OA} = a \cdot \vec{x}_1$

— B le point à l'extrémité de la pale  $\vec{AB} = b \cdot \vec{z}_2$  avec  $b = 2,3$  m.

**Q1.** Tracer les deux figures de changement de base

**Q2.** Déterminer la vitesse du point A et du point B par rapport au repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

**Q3.** Déterminer l'accélération de ces deux points.

**Q4.** la vitesse maximale admissible au bout de la pale est  $V_{max} = 70 \text{ m s}^{-1}$ , en déduire  $\omega_{21} = \frac{d\beta(t)}{dt}$  pour  $\theta$  constant.

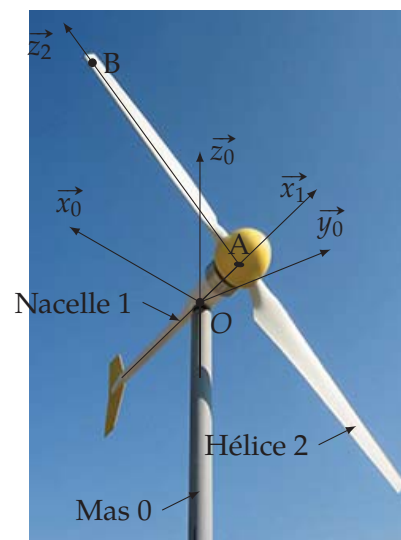


FIGURE 4 – Éolienne