CINÉMATIQUE DU SOLIDE - 2

0.1 TD

Exercice 1- Robot Scara

Corrig page 9

Présentation

Le robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm) est l'un des robots les plus utilisés en industrie. il est très souvent utilisé pour réaliser des assemblages (figure 1).

La structure de base des robots SCARA est à deux degrés de liberté, deux rotations d'axes parallèles, l'une entre le carter(0) et le bras (1) autour de $(O,\overrightarrow{z_0})$, et une autre entre le bras et l'avant bras (2) autour de l'axe $(A,\overrightarrow{z_0})$.

À ces deux rotations s'ajoutent une rotation autour de l'axe $(B,\overrightarrow{z_0})$ et une translation de même direction permettant des opérations d'assemblage et de vissage de la pince (3).

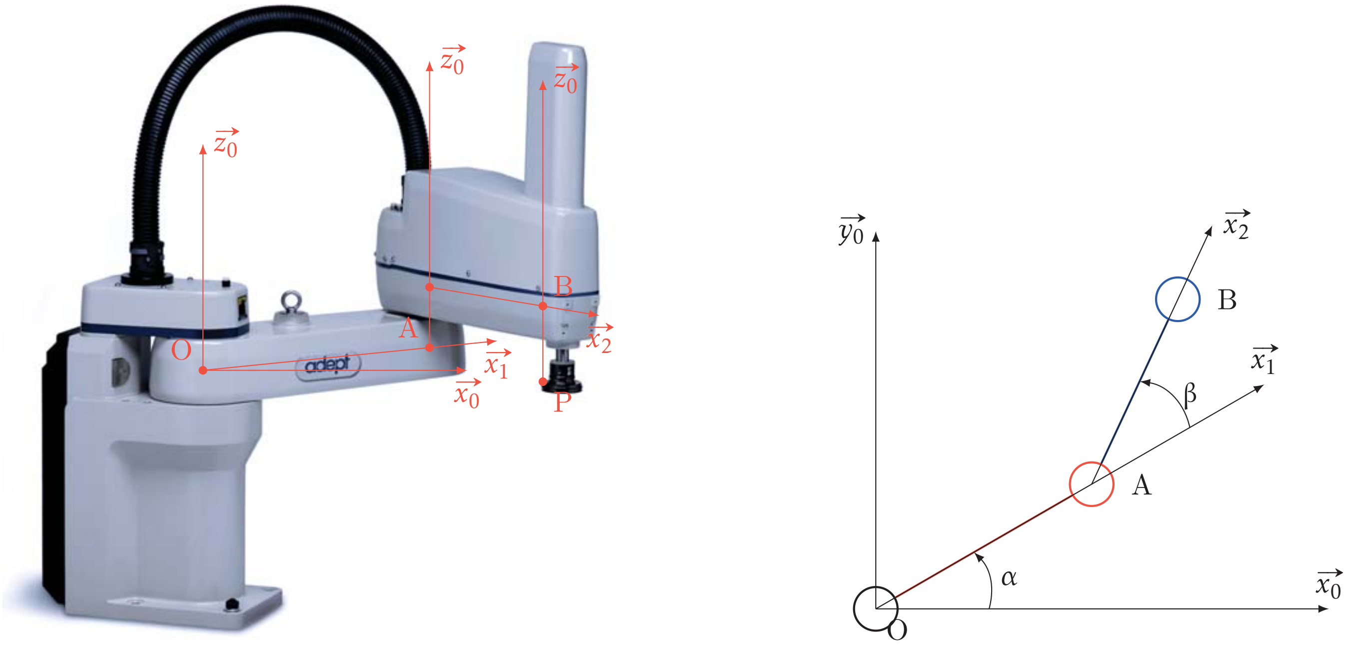


Figure 1 – Robot SCARA

Données :

— $\overrightarrow{OA} = a \cdot \overrightarrow{x_1}$ avec $a = 50\,\text{cm}$;
— $\overrightarrow{AB} = b \cdot \overrightarrow{x_2} + c \cdot \overrightarrow{z_0}$ avec $b = 30\,\text{cm}$ et $c = 5\,\text{cm}$;
— $\overrightarrow{BP} = -\lambda \cdot \overrightarrow{z_0}$ avec $5\,\text{cm} \leq \lambda \leq 30\,\text{cm}$;
— $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$ avec $-90° \leq \alpha \leq 90°$
— $\beta = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2})$ avec $-135° \leq \beta \leq 135°$

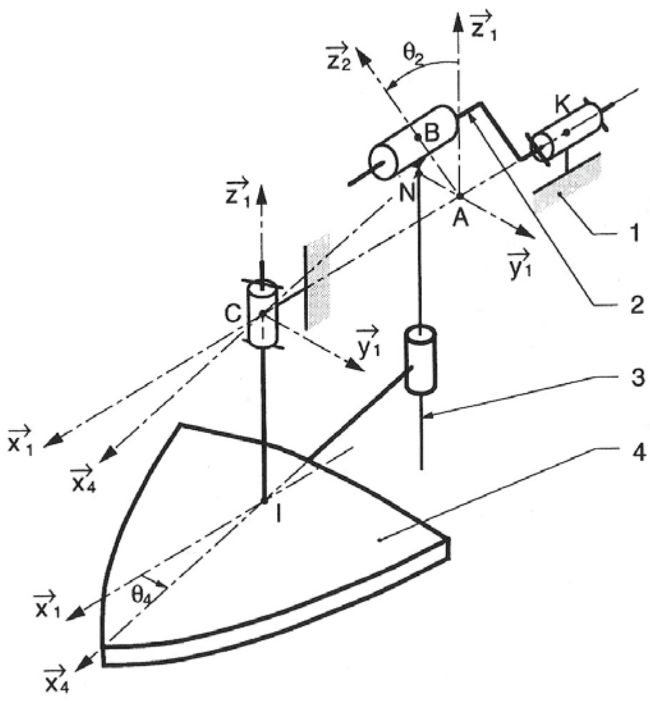
Q1. Tracer les figures de changement de base.
Q2. Déterminer $\overrightarrow{OP}$ en fonction de a, b, α, β et λ.
Q3. Tracer le domaine du plan $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ dans lequel le robot peut saisir et manipuler des pièces. Différencier les zones pour lesquelles il n'existe qu'une combinaison de α et β pour atteindre un point donné et les autres.
Q4. Déterminer $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$, $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$, $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}}$
Q5. Déterminer $\overrightarrow{\Gamma_{A\in 1/0}}$, $\overrightarrow{\Gamma_{B\in 2/0}}$, $\overrightarrow{\Gamma_{P\in 3/0}}$

Devoir 2- Ponceuse vibrante
adapté de E3A MP 2003 Corrig page 10

Présentation

Le schéma cinématique (Figure 2) modélise une ponceuse vibrante, le plateau triangulaire (4) est entrainé en rotation par le bras (3) . Le bras (3) peut pivoter et glisser, à la fois avec le plateau (4) et la manivelle (2). La manivelle (2) est entrainée par le moteur.

La vitesse de rotation du moteur est constante ω_m



(a) schéma cinématique

— $\overrightarrow{AB} = r \cdot \overrightarrow{z_2}$
— $\overrightarrow{BN} = \mu \cdot \overrightarrow{z_1}$
— $\overrightarrow{NC} = \lambda \cdot \overrightarrow{x_4}$
— $\overrightarrow{AC} = d \cdot \overrightarrow{x_1}$
— $(\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2}) = \theta_2(t)$
— $\dfrac{d\,\theta_2(t)}{dt} = \omega_m$
— $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_4}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_4}) = \theta_4(t)$

(c) données

Figure 2 – Schéma cinématique de la ponceuse vibrante

Q1. Tracer le graphe de structure du mécanisme, préciser les liaisons.
Q2. Tracer les deux figures de calcul
Q3. Écrire la fermeture géométrique

Q4. Déterminer la relation entre θ_2 et θ_4 en fonction des différents paramètres.
Q5. En déduire la relation entre $\dot{\theta}_2$ et $\dot{\theta}_4$ puis en fonction de ω_m.
Q6. Tracer l'allure de $\theta_4(t)$ pour ω_m constant
On note P le point extrême du plateau avec $\overrightarrow{CP} = -h \cdot \overrightarrow{z_1} + R \cdot \overrightarrow{x_4}$.
Q7. Déterminer $\overrightarrow{V_{P\in 4/1}}$ en fonction de ω_m puis $\overrightarrow{\Gamma_{P\in 4/1}}$.
On s'intéresse maintenant aux vitesses de glissement entre le bras et les deux solides
Q8. Déterminer $\overrightarrow{V_{B\in 3/2}}$ et $\overrightarrow{V_{B\in 3/4}}$.

Présentation

Le robot Lambda ci-dessous est un robot à deux degrés de mobilités.

Le robot est constitué d'un bâti S_0, de deux coulliseseaux C_1 et C_2 et de deux bras B_1 et B_2.

Le deplacement de l'outil est placé en C en est obtenu en déplacement les deux coulisseaux C_1 et C_2 le long de l'axe $(O, \overrightarrow{x_0})$. On note q_1 et q_2 les abcisses de A et B.

On note ℓ la longueur des deux bras.

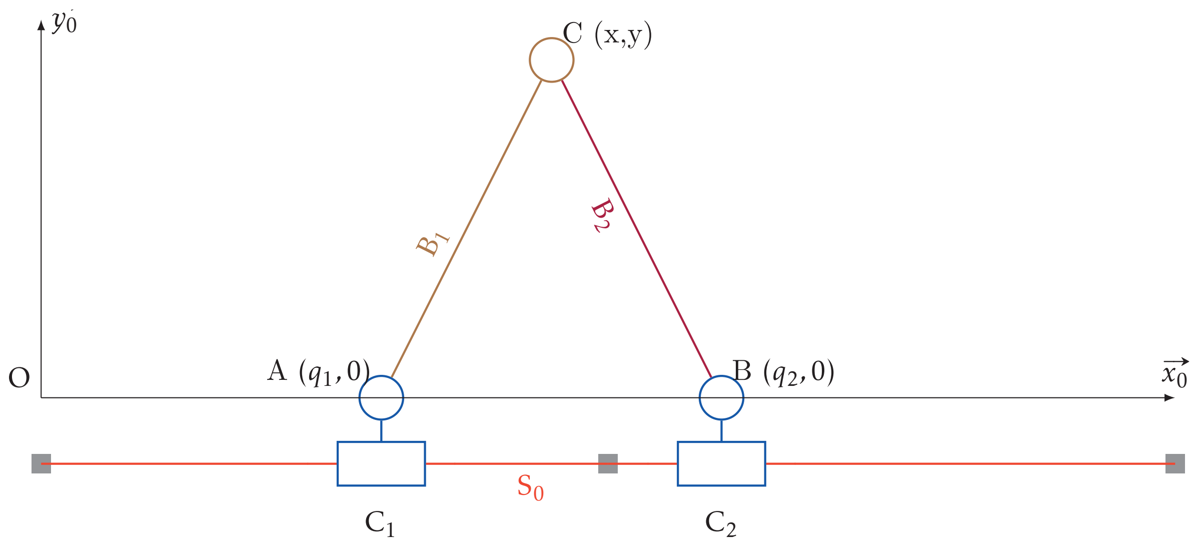


Figure 3 – Robot Lambda

Q1. Tracer le graphe de structure du mécanisme.

Q2. Déterminer x et y en fonction de q_1, q_2 et ℓ.

Ces deux relations constituent le modèle géométrique direct (MGD), c'est à dire l'ensemble des relations qui permettent de déterminer les paramètres de sortie en fonction des paramètres d'entrées.

Q3. En déduire q_1 et q_2 en fonction de x , y et ℓ.

Ces deux relations constituent le modèle géométrique inverse (MGI), c'est à dire l'ensemble des relations qui permettent d'obtenir les paramètres d'entrées en fonction des paramètres de sorties.

Q4. Dériver les deux équations du modèle géométrique direct

Q5. Montrer que l'on peut mettre les deux relations sous la forme : $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = (J_D) \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix}$ avec J_D une matrice 2×2 .

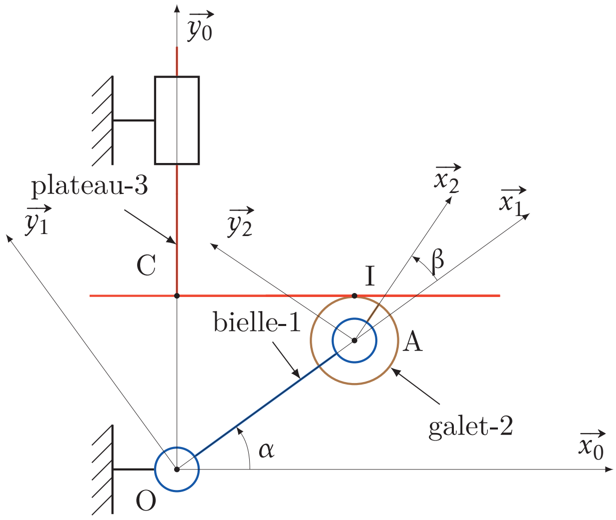
On appelle cette matrice, la matrice Jacobienne Directe, elle permet d'obtenir les composantes de la vitesse de sortie en fonction des vitesses des paramètres d'entrée.

Q6. Dériver les deux équations du modèle géométrique inverse, montrer que ces deux reations peuvent se mettre sous la forme : $\begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = (J_I) \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$ avec J_I une matrice 2×2 .

Colle 4- Mécanisme à poussoir et galet

Corrig page 11

A. Données



— La bielle (1) est en liaison pivot d'axe $(O,\vec{z_0})$ par rapport au bâti (0) ;

— le galet (2) de rayon R est en liaison pivot d'axe $(A,\vec{z_0})$ avec la bielle (1) ;

— le plateau (3) est en liaison glissière de direction $\vec{y_0}$ avec le bâti (0), il est continuellement en contact en I avec le galet (2) et $\overrightarrow{OC} = \lambda \cdot \vec{y_0}$;

— le repère $\mathcal{R}_0 = (O,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$ est lié au bâti (0) ;

— le repère $\mathcal{R}_1 = (O,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$ est lié à la bielle, avec $(\vec{x_0},\vec{x_1}) = \alpha$ et $\overrightarrow{OA} = L \cdot \vec{x_1}$;

— le repère $\mathcal{R}_2 = (A,\vec{x_2},\vec{y_2},\vec{z_2})$ est lié au galet avec $(\vec{x_1},\vec{x_2}) = \beta$.

B. Questions

Q1. Tracer le graphe de structure du mécanisme

Q2. Torseurs cinématiques

Q2a. Donnez le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}$ de la bielle par rapport au bâti, vous préciserez le point de réduction.

Q2b. Donnez le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$ du galet par rapport à la bielle, vous préciserez le point de réduction.

Q2c. Donnez le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{3/0}\right\}$ du plateau par rapport au bâti en fonction de λ. Déterminez la relation donnant λ en fonction de α L et R, en déduire le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{3/0}\right\}$ en fonction de ces paramètres et de leur dérivées.

Q3. Proposer un schéma cinématique de ce mécanisme.

Q4. Vitesses

Q4a. Déterminez $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$ puis $\overrightarrow{V_{I\in 3/0}}$

Q4b. Déterminez $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$ puis $\overrightarrow{V_{A\in 2/0}}$. En déduire le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{2/0}\right\}$. Les résultats seront écrits dans la base $\mathcal{B}_1$.

Q4c. Déterminez $\overrightarrow{V_{I\in 2/0}}$ en fonction de α β L et R.

Q5. On considère que le galet roule sans glisser sur le plateau, c'est à dire que $\overrightarrow{V^{I}_{3/2}} = \vec{0}$.

Q5a. Déterminez la relation entre $\frac{d\alpha}{dt}$ et $\frac{d\beta}{dt}$.

Q5b. Déduisez-en le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{2/0}\right\}$ en fonction de α et de sa dérivée.

0.2 Colles PCSI

Devoir 5- Robot à parallélogramme
Concours Ecrins 1997 Corrig page 11

Présentation

La figure 4 présente le robot DAROS FR 10 (AFMA Robots) conçu pour évoluer au-dessus de grandes surfaces planes ou gauches et destiné à la découpe de matériaux (par laser, plasma, chalumeau), au perçage, au rivetage, à la gravure, etc...selon l'outil monté au niveau du poignet.

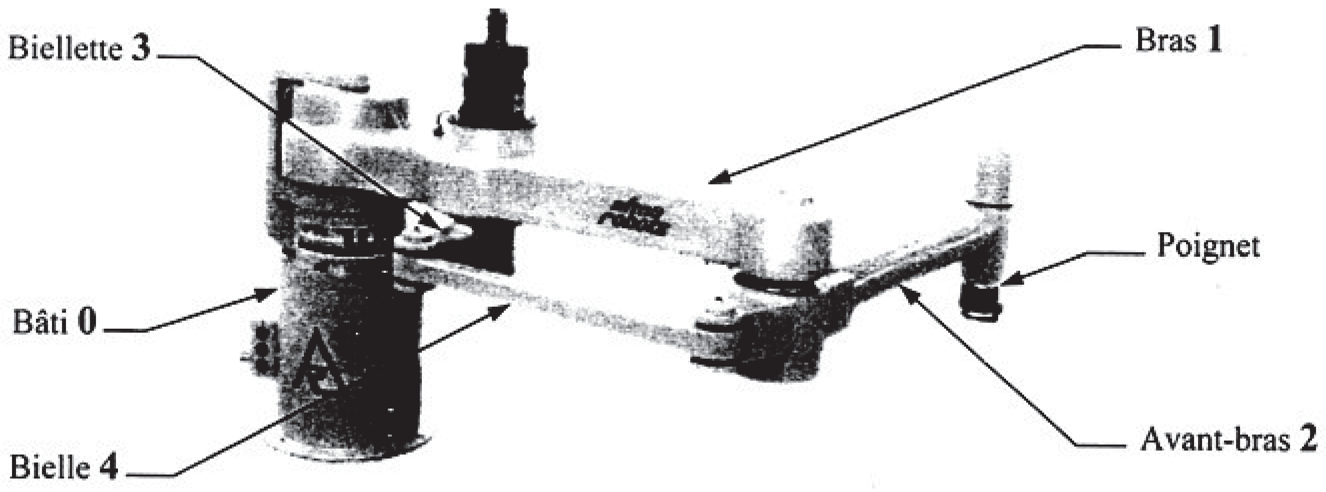


Figure 4 – Robot à parallélogramme

A. Description cinématique

Ce robot est composé de 5 ensembles cinématiquement équivalents à chacun desquels est associé un repère :

- Le bâti 0 de repère associé $\mathcal{R}_0 = (A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ où $\overrightarrow{z_0}$ est vertical ascendant.
- Le bras 1 en liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$ avec le bâti 0 et de repère associé $\mathcal{R}_1 = (A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ tel que $\theta_{01} = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y1}\right)$.
- L'avant-bras 2 en liaison pivot d'axe $(C, \overrightarrow{z_0})$ avec le bras 1 et de repère associé $\mathcal{R}2 = \left(C, \overrightarrow{x_{z_0}}, \overrightarrow{y_{z_0}}, \overrightarrow{z_{z_0}}\right)$ tel que : $\theta_{12} = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = \left(\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y2}\right)$.
- La biellette 3 en liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{z_0})$ avec le bras 1 et de repère associé $\mathcal{R}_3 = (B, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ avec $(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3}) = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$.
- La bielle 4 en liaison pivot d'axe $(D, \overrightarrow{z_0})$ avec la biellette 3 ainsi qu'en liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{z_0})$ avec l'avant-bras 2 et de repère associé $\mathcal{R}_4 = (D, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$ avec $(\overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4}) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$.

Le poignet est considéré comme faisant partie intégrante de l'avant-bras 2 et est assimilé à un point P.
Par construction : $\overrightarrow{AB} = L_0 \cdot \overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE} = L_1 \cdot \overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EC} = L_2 \cdot \overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{CP} = L_2 \cdot \overrightarrow{x_2}$.

La commande de l'orientation du bras 1 par rapport au bâti 0, se fait par l'intermédiaire d'un moteur M_1.

La commande de l'orientation de l'avant-bras 2 par rapport au bras 1, se fait par l'intermédiaire d'un moteur M_2 .

B. Étude

Q1. Tracer le graphe de structure.

Q2. Déterminer les vecteurs vitesse de rotation.

Q3. Dans le cas où seul M_1 fonctionne (M_2 arrêté) avec θ_{12} constant, déterminer $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$, $\overrightarrow{V_{C\in 1/0}}$, $\overrightarrow{V_{D\in 1/0}}$, $\overrightarrow{V_{E\in 1/0}}$ et le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{2/0}\right\}$ en P.

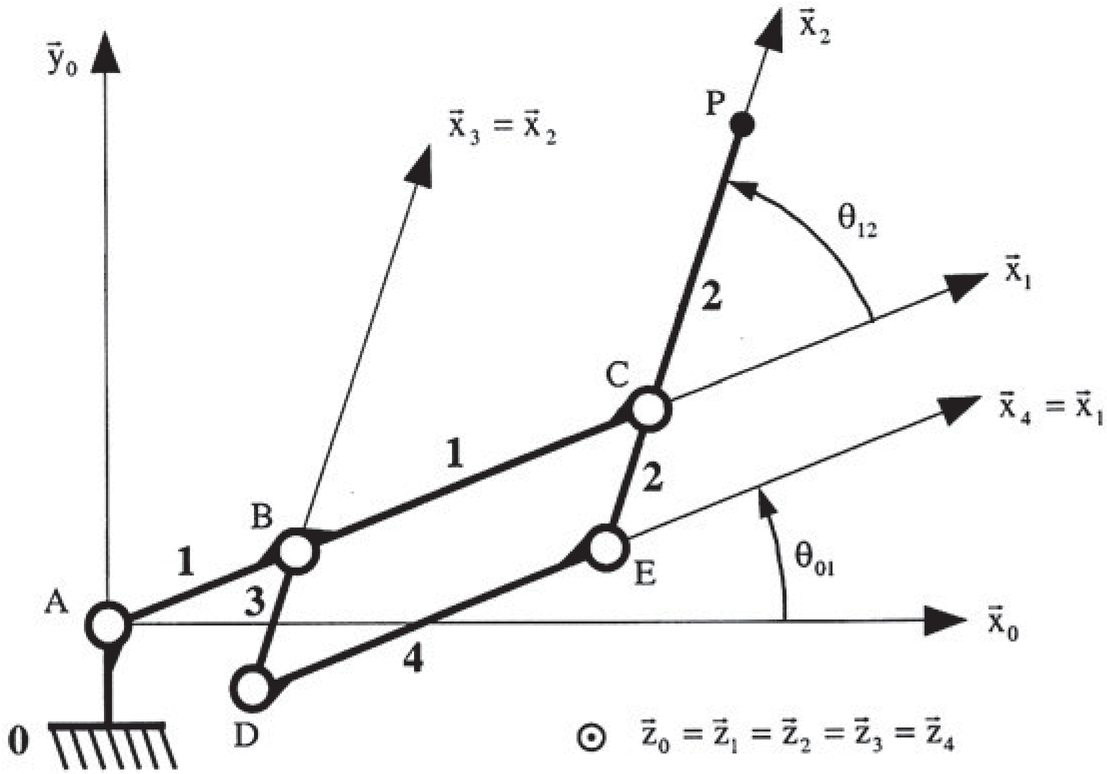


Figure 5 – Schéma cinématique

Q4. Dans le cas où seul M_2 fonctionne (M_1 arrêté) avec θ_{01} constant , déterminer $\overrightarrow{V_{B\in 2/1}}$, $\overrightarrow{V_{C\in 2/1}}$, $\overrightarrow{V_{D\in 2/1}}$, $\overrightarrow{V_{E\in 2/1}}$ puis $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$, $\overrightarrow{V_{C\in 2/0}}$, $\overrightarrow{V_{D\in 2/0}}$, $\overrightarrow{V_{E\in 2/0}}$ et le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{2/0}\right\}$ en P.

Q5. Déterminer $\left\{\mathcal{V}_{2/0}\right\}$ lorsque les deux moteurs fonctionnent. Que constatez-vous

Q6. Déterminer l'accélération lorsque les deux moteurs fonctionnent.

Présentation

Le schéma cinématique (Figure 6) modélise une table basculante permettant de déplacer les plaques de verre de la position verticale à la position horizontale afin d'y être découpée

l'amplitude du mouvement va de la position horizontale à une inclinaison de 110°. Le système de préhension de la plaque n'est pas étudié ni représenté.

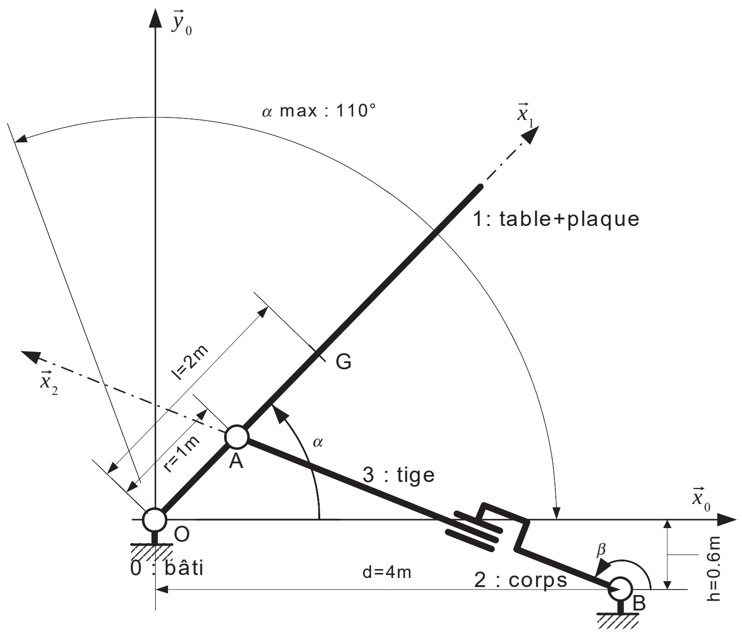


Figure 6 – Table basculante

Les différentes données utiles sont précisées sur le schéma.

On note :

— $\overrightarrow{BA} = x \cdot \overrightarrow{x_2}$ avec $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}) = \beta$

— $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = \alpha$

Q1. Tracer les figures de calculs

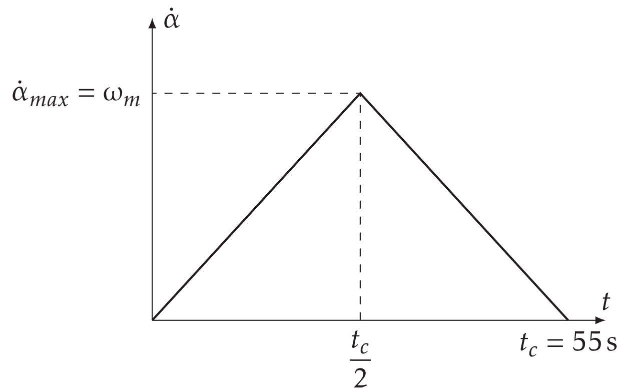
Q2. Tracer le graphe de structure en précisant les mouvements et les liaisons entre chaque solide ?

Q3. Écrire la fermeture géométrique :$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{0}$.

Q4. En déduire les relations donnant x et β en fonction α et des différentes constantes.

Q5. Déterminer $\dot{x}$ en fonction de $\dot{\alpha}$

On souhaite que le déplacement se la vitre sur la table se fasse sans a coups, pour cela, on souhaite que la vitesse de la table soit continue.



Q6. Déterminer la vitesse et l'accélération du point G de la table par rapport au référentiel 0 en fonction de ω_m.

Q7. Déterminer $\dot{x}$ en fonction de ω_m.