

## Epreuve Spécifique de Sciences Industrielles

(Filière PCSI - Option PSI)

**Mardi 19 mai 2009 de 8H00 à 12H00**

### ENONCE DU SUJET

#### Instructions générales :

Vous devez vérifier que les documents remis comprennent :

- Un énoncé du sujet pages 1 à 12
- Les documents annexes Annexe 1 à 8
- Un document réponse pages 1 à 16

#### L'emploi d'une calculatrice est interdit

Vous devez répondre aux questions en utilisant le document réponse. Aucun autre document ne sera accepté.

#### Attention :

Vous devez impérativement inscrire votre code candidat sur chaque page du document réponse. En fin d'épreuve, vous ne devez rendre que le document réponse sur lequel vous aurez collé l'étiquette correspondant à l'épreuve spécifique de Sciences-Industrielles.

#### Instructions particulières :

Il est fortement conseillé au candidat de lire la totalité du sujet avant de composer. Toutes les parties sont indépendantes (elles peuvent être traitées dans n'importe quel ordre). La répartition du temps à consacrer à chaque partie est environ la suivante :

- Lecture du sujet : 20 mn
- Partie A : 15 mn
- Partie B : 45 mn
- Partie C : 55 mn
- Partie D : 40 mn
- Partie E : 40 mn
- Partie F : 25 mn

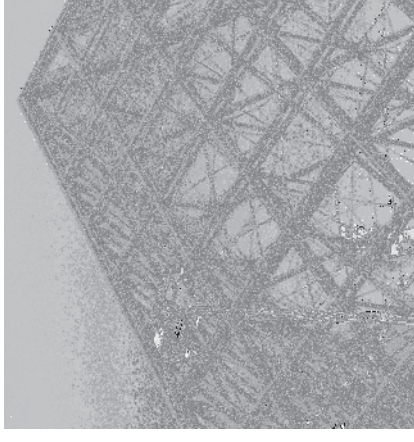
(Le nombre de points affectés à chaque partie sera sensiblement proportionnel à sa durée).

### AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISÉ

#### Remarque importante :

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

## Partie A – Analyse du système étudié.



La société ROBOSOFT a développé un robot devant assurer de manière automatique l'entretien de la pyramide du Louvre sans nécessiter l'intervention (difficile et périlleuse) des opérateurs directement sur l'édifice comme cela était le cas auparavant. Grand édifice de verre et d'acier (20 mètres de hauteur pour 35 mètres de côté), la pyramide du Louvre est emblématique du musée à plus d'un titre puisqu'elle constitue également son entrée principale, son état doit donc être irréprochable. Le robot dénommé ROBUGLASS développé par la société ROBOSOFT s'inspire des machines utilisées pour le lavage des sols utilisant une brosse tournante et un dispositif de raclage. La forte déclivité des faces de la pyramide, les surfaces glissantes sur lesquelles le robot doit évoluer, et la volonté de le rendre automatique pour un nettoyage rapide et optimal ont soulevé de nombreuses problématiques que nous allons en partie aborder.

Le robot ROBUGLASS se compose de 4 sous ensembles distincts (voir Annexe 1, Figure 1) :

- le porteur : qui constitue le robot qui se déplace sur la surface vitrée, emportant l'outil de nettoyage. L'outil de nettoyage est constitué d'une brosse, d'une buse qui l'arrose de produit nettoyant et d'un dispositif de raclage (raquette + essuie glace).
- le chariot ombilical : qui supporte les 2 pompes à vide (assurant une redondance pour des raisons de sécurité) et auquel sont connectées toutes les sources d'énergie provenant du véhicule atelier.
- le poste de contrôle : qui permet à l'opérateur de commander manuellement le porteur ou de vérifier le bon déroulement de l'opération de nettoyage.
- le véhicule atelier : qui permet le rangement du porteur, de l'outillage et du chariot ombilical. Il contient une cuve avec sa pompe pour la préparation et le transfert du produit de nettoyage. Il permet de réaliser l'entretien courant et les petites réparations.

**Question A1.** Proposer un diagramme SADT A-0 du ROBUGLASS.

Le porteur est constitué d'un plateau supportant les différents composants (voir Annexe 2, Figure 2 et Figure 3) :

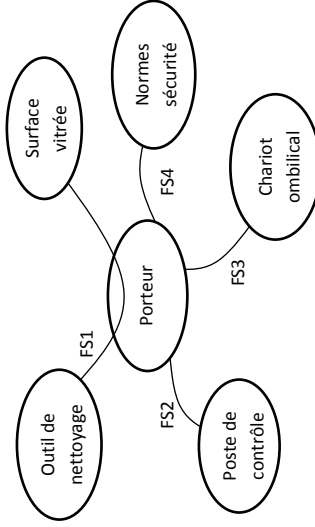
- La motricité est assurée par quatre groupes propulsions (Annexe 2, Figure 2) composés chacun d'une chenille équipée d'un motoréducteur électrique indépendant. Chaque moteur à courant continu est alimenté en électricité par un variateur, qui permet d'adapter l'énergie électrique. Un réducteur permet de réduire la vitesse de rotation et d'augmenter le couple aux roues motrices. Les roues motrices entraînent les chenilles. Un codeur incrémental permet la mesure de la position angulaire de l'arbre moteur. Chaque groupe de motorisation est asservi en vitesse.

- Huit ventouses (Annexe 2, Figure 2) sont disposées sous le plateau afin d'améliorer l'adhérence du porteur à la surface vitrée. La pression à l'intérieur des ventouses est inférieure à la pression atmosphérique, créant ainsi un effet d'aspiration et donc un effort plaqueur sur la surface vitrée. Une nourrice assure la liaison aux pompes à vide du chariot ombilical et aux ventouses.
- Des capteurs de pression (non visibles sur les schémas) contrôlent le vide dans chacune des ventouses.
- Des capteurs photoélectriques (Annexe 2, Figure 3) sont disposés à l'avant du porteur. Lorsque le porteur arrive en haut de la pyramide, les capteurs ne détectant plus la surface vitrée n'envoient plus de signal électrique, provoquant ainsi l'arrêt du robot.
- Des capteurs inductifs (Annexe 2, Figure 3) disposés sur les côtés gauche et droit du robot permettent la détection des joints de vitre en aluminium. Ils permettent de contrôler la trajectoire en mode automatique.
- Le porteur est équipé d'un boîtier de commande (Annexe 2, Figure 3) (comportant un calculateur) capable de gérer le système. Il traite toutes les informations reçues des différents capteurs et du boîtier HF et élabore les consignes pour les groupes de motorisation et l'outil de nettoyage.
- Un boîtier d'émission réception HF (Annexe 2, Figure 3) permet la communication avec le poste de contrôle.

- L'outil de nettoyage (Annexe 2, Figure 2) embarqué sur le robot est équipé d'une brosse rotative alimentée en fluide de nettoyage et de deux raclettes. La brosse est entraînée par un moteurducteur. Une courroie transmet la puissance du réducteur à la brosse. Un vérin électrique permet de positionner l'outil de nettoyage dans les différentes phases et de contrôler l'effort normal entre l'outil et la surface vitrée en phase de nettoyage.

**Question A2.** Compléter le diagramme FAST partiel du robot Robuglass.

Isolons le système porteur, un diagramme des inter-acteurs permet de mettre en évidence les relations entre le porteur et les éléments du milieu extérieur :



**Question A3.** Proposer un énoncé des fonctions FS2, FS3 et FS4.

Un extrait de cahier des charges permet de spécifier la fonction FS1 :

Fonction de service	Critère	Niveau
FS1 : Déplacer et appliquer l'outil de nettoyage sur la surface vitrée.	Vitesse linéaire de translation	$0,1 \text{ m.s}^{-1}$ (vitesse nominale)
	Inclinaison des surfaces vitrées	$50^\circ$
	Trajectoire en phase de descente et de montée	Rectiligne, le long des joints de vitre
	Changement de trajectoire	Virage en début de montée pour changer de travée de vitre
	Contact outil de nettoyage-surface vitrée	En descente uniquement. Effort normal : $100 \text{ N} \pm 3\%$
	Adhérence du porteur à la surface vitrée	Impératif en ligne droite. Glissement autorisé en virage = $20\%$ de la vitesse nominale.

## Partie B – Vérification du critère de contact pour l'outil de nettoyage.

Pour un nettoyage efficace il est nécessaire de réguler l'effort d'application de la brosse sur la vitre. Un actionneur de type vérin électrique (voir Annexe 2, Figure 3) permet de mettre l'outil contenant la brosse en position haute ou basse et d'appliquer la brosse sur la surface vitrée avec l'effort requis. Les concepteurs ont choisi un actionneur permettant la régulation de l'effort appliqué par modulation de courant mais la gamme proposée ne présente pas beaucoup de choix différents vis-à-vis des performances. Nous allons donc vérifier que le vérin choisi permet de respecter le cahier des charges.

**Données constructeur pour les performances du vérin électrique :**

- La vitesse de sortie de tige est constante et égale à  $4 \text{ mm/s}$  quel que soit l'effort appliqué.
- L'effort maximum développé par le vérin est de  $130 \text{ N}$ .

Le vérin (voir Annexe 3, figure 4) est modélisé par le corps **1** et la tige **2** respectivement en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{X}_p)$  et  $(B, \vec{X}_p)$  avec le porteur **5** (considéré comme fixe par rapport à la surface vitrée **0**), et le support d'outil **3**. Ce dernier est en liaison pivot d'axe  $(C, \vec{X}_p)$  avec le porteur. La brosse **4** est en liaison pivot d'axe  $(D, \vec{X}_p)$  avec le support d'outil **3**. Le point de contact entre la brosse **4** et la surface vitrée fixe **0** est noté **I** (Document Réponse B9).

**Vérification des performances d'un point de vue cinématique.**

**Question B1.** Ecrire la fermeture géométrique du cycle CABAC sous forme vectorielle en fonction de a, b, c, d et  $\lambda$ .

**Question B2.** Dessiner les figures de changement de base planes représentant les angles  $\theta_1$  et  $\theta_3$ .

**Question B3.** Projeter l'expression obtenue à la question B1 sur l'axe  $\vec{Y}_p$ .

**Question B4.** Projeter l'expression obtenue à la question B1 sur l'axe  $\vec{Z}_p$ .

**Question B5.** On considère que la brosse est en contact avec le sol pour :  $\theta_3 = 0 \text{ rad}$ . Pour cette valeur de  $\theta_3$ , en déduire l'expression de  $\lambda$  en fonction uniquement des longueurs a, b, c et d.

**Question B6.** Effectuer l'application numérique en considérant la longueur (d - b) négligeable devant (a + c).

**Question B7.** En position haute, la longueur  $\lambda$  vaut 380 mm. En déduire la course totale du vérin entre deux positions extrêmes.

**Question B8.** Le temps pour passer de la position basse à la position haute de l'outil ne doit pas dépasser 6 secondes pour optimiser les temps de cycle, en supposant la vitesse de sortie de tige constante. Vérifier si la (les) donnée(s) constructeur est (sont) respecté(s).

On considèrera dans cette partie que la brosse ne tourne pas par rapport au support d'outil 3. Afin de préserver la surface vitrée d'une part, et de ne pas perturber l'équilibre du robot d'autre part, il est nécessaire de limiter la vitesse de l'outil lorsque celui-ci impacte la vitre au point I. La norme de la composante normale à la surface vitrée du vecteur  $\vec{V}_{I,3/0}$  (vitesse du point I dans le mouvement de 3 par rapport à 0) doit rester inférieure à 5 mm/s.

Comme le porteur est fixe par rapport à la surface vitrée, on a  $\vec{V}_{I,3/0} = \vec{V}_{I,3/5}$ .

**Question B9.** Définir le mouvement du solide 2 par rapport au solide 1. En déduire la vitesse de sortie de tige qui peut être caractérisée par le vecteur  $\vec{V}_{B,2/1}$ , sa norme sera déterminée à l'aide des données constructeur. Reporter ce vecteur sur le document réponse.

**Question B10.** Définir :

- le mouvement du solide 2 par rapport au solide 3.
- le mouvement du solide 1 par rapport au solide 5.
- le mouvement du solide 3 par rapport au solide 5.

**Question B11.** Exprimer  $\vec{V}_{B,2/5}$  en fonction de  $\vec{V}_{B,1/5}$  et  $\vec{V}_{B,2/1}$ .

**Question B12.** Déterminer graphiquement  $\vec{V}_{B,3/5}$  en faisant apparaître toutes les constructions utiles.

**Question B13.** Déterminer graphiquement  $\vec{V}_{I,3/5}$  en faisant apparaître toutes les constructions utiles. Conclure.

**Vérification des performances d'un point de vue statique.**

L'objectif est de déterminer l'effort développé par le vérin. On négligera les effets du poids sur l'ensemble des pièces de l'outil. On notera les actions mécaniques d'un solide i sur un solide j :  $\vec{F}_{i \rightarrow j}$ . L'action  $\vec{F}_{3 \rightarrow 4}$  appliquée au point I est donnée par :  $\vec{F}_{3 \rightarrow 4} = -20\vec{Y}_p + 100\vec{Z}_p$ . On supposera que le problème peut être résolu sous les hypothèses de statique plane.

**Question B14.** Isoler l'ensemble {1,2}, déduire le support de l'action  $\vec{F}_{3 \rightarrow 2}$  et le reporter sur le document réponse.

**Question B15.** Isoler l'ensemble {3,4}. Effectuer un bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur l'ensemble {3,4}.

**Question B16.** En déduire par une méthode graphique l'action  $\vec{F}_{3 \rightarrow 2}$ . Vous ferez apparaître toutes les constructions utiles en les justifiant succinctement. Conclure.

**Partie C – Vérification du critère d'adhérence en trajectoire rectiligne.**

Dans un souci de simplification, on considère que le porteur est en position sur la surface vitrée en phase de montée de telle sorte que les actions mécaniques se répartissent de manière symétrique sur les chenilles de droite et de gauche. On néglige l'action de l'outil sur la surface vitrée. On considère le cas où le porteur n'est pas équipé de ventouses. On peut donc par symétrie ne considérer que les chenilles des groupes de propulsion 1 et 4 et adopter la modélisation plane dans le plan  $(\vec{Y}_p, \vec{Z}_p)$  (voir Annexe 3, Figure 5 et Annexe 4, Figure 6). On s'intéresse aux

groupes de solides : porteur (noté 5), et groupe propulsion (noté 1={11, 12, 13, 14}), ce dernier étant composé d'un châssis de chenille (noté 11), d'une roue motrice (noté 12), d'une roue libre (noté 13) et d'une chenille (noté 14) (voir Annexe 4, Figure 7). On peut modéliser la liaison porteur 5 - groupe propulsion 1 par une liaison pivot d'axe  $(J_1, \vec{X}_p)$ . On modélisera la liaison groupe de propulsion 1 - surface vitrée 0 par une liaison linéaire rectiligne d'axe  $(A_1, \vec{Y}_p)$ .

Nous allons dans un premier temps déterminer les liaisons équivalentes entre le porteur et la surface vitrée. On notera le torseur cinématique du solide i par rapport au solide j exprimé au point M par :

$$\{V(i/j)\}_{M,R_p} = \begin{cases} \omega_{x,i/j} & \left| \begin{matrix} v_x(M,i/j) \\ v_y(M,i/j) \\ v_z(M,i/j) \end{matrix} \right. \\ \omega_{y,i/j} & \\ \omega_{z,i/j} & \end{cases} \text{ avec } R_p = (\vec{X}_p, \vec{Y}_p, \vec{Z}_p)_{M,R_p}$$

**Question C1.** Donner la forme du torseur cinématique  $\{V(5/1)\}_{J_1,R_p}$  de la liaison entre le porteur 5 et le groupe de propulsion 1 en  $J_1$ .

**Question C2.** Donner la forme du torseur cinématique  $\{V(1/0)\}_{A_1,R_p}$  de la liaison entre le groupe de propulsion 1 et la surface vitrée 0 en  $A_1$ .

**Question C3.** Montrer que le torseur équivalent entre le porteur 5 et la surface vitrée 0 est celui d'une liaison ponctuelle en  $J_1$  de normale  $\vec{Z}_p$ .

On notera dans la suite le torseur des efforts transmissibles du solide i sur le solide j exprimé au point M par :

$$\{T_{i \rightarrow j}\}_{M,R_p} = \begin{cases} X_{i \rightarrow j} & \left| \begin{matrix} L_{i \rightarrow j} \\ M_{i \rightarrow j} \\ N_{i \rightarrow j} \end{matrix} \right. \\ Y_{i \rightarrow j} & \\ Z_{i \rightarrow j} & \end{cases} \text{ avec } R_p = (\vec{X}_p, \vec{Y}_p, \vec{Z}_p)_{M,R_p}$$

On considère maintenant le problème simplifié présenté en Annexe 5, Figure 8, composé de deux solides : le demi porteur 5 et la surface vitrée 0. Ces deux solides sont en liaison ponctuelle en  $J_1$  de normale  $\vec{Z}_p$  (liaison équivalente aux liaisons en série entre le porteur 5, le groupe de propulsion 1 et la surface vitrée 0) et en liaison ponctuelle en  $J_4$  de normale  $\vec{Z}_p$  (liaison équivalente aux liaisons en série entre le porteur 5, le groupe de propulsion 5 - groupe propulsion 1 par une liaison pivot d'axe  $(J_1, \vec{X}_p)$ ). Ce sont deux liaisons ponctuelles avec frottement. On suppose que les composantes  $Y'_{0 \rightarrow 5}$  et  $Z'_{0 \rightarrow 5}$  de  $\{T_{0 \rightarrow 5}\}_{J_1,R_p}$  sont positives ainsi que les composantes  $Y'_{0 \rightarrow 5}$  et  $Z'_{0 \rightarrow 5}$  de  $\{T'_{0 \rightarrow 5}\}_{J_4,R_p}$ .

On se place ainsi dans le cadre d'une modélisation plane dans le plan  $(\vec{Y}_p, \vec{Z}_p)$  :

$$\left\{ \mathcal{T}_{0 \rightarrow 5} \right\}_{J_1} = \begin{Bmatrix} - \\ Y_{0 \rightarrow 5} \\ Z_{0 \rightarrow 5} \end{Bmatrix}_{J_1, R_p} \quad \text{et} \quad \left\{ \mathcal{T}'_{0 \rightarrow 5} \right\}_{J_1} = \begin{Bmatrix} - \\ Y'_{0 \rightarrow 5} \\ Z'_{0 \rightarrow 5} \end{Bmatrix}_{J_1, R_p}$$

**Question C4.** Exprimer le torseur des actions de pesanteur sur le demi porteur considéré exprimé au centre de gravité dans la base  $R_p$ . On note  $2M$  la masse du porteur complet.

**Question C5.** Ecrire les équations du Principe Fondamental de la Statique (PFS) appliquées au demi-porteur uniquement soumis aux actions du poids et des appuis sur la surface vitrée. Vous exprimerez les moments au point  $J_1$ . Projeter ces équations sur  $\vec{X}_p, \vec{Y}_p$  et  $\vec{Z}_p$  (en modélisation plane toujours).

**Question C6.** En déduire la valeur des composantes normales des efforts transmissibles par les ponctuelles. Effectuer l'application numérique avec  $l_1=100$  mm,  $l_2=300$  mm,  $h=50$  mm,  $M=24$  kg et  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

**Question C7.** Dans la théorie du frottement de Coulomb, quelle relation existe-t-il entre l'effort normal noté  $Z_{i \rightarrow j}$  et l'effort tangentiel noté  $Y_{i \rightarrow j}$  transmissible par une liaison ponctuelle à la limite du glissement. On note le coefficient de frottement  $f$ .

**Question C8.** En déduire la valeur maximum des composantes tangentielles  $Y_{0 \rightarrow 5}$  et  $Y'_{0 \rightarrow 5}$  à la limite du glissement sachant que le coefficient de frottement vaut  $f = 0,7$ .

**Question C9.** Vérifier alors si les équations d'équilibre du robot sont vérifiées. Conclure quand à la vérification du critère du cahier des charges pour une trajectoire rectiligne.

**Question C10.** Expliquer succinctement comment l'utilisation de ventouses permet la vérification du critère du cahier des charges (voir Annexe 3, Figure 5).

## Partie D – Vérification du critère d'adhérence en phase de changement de trajectoire.

On souhaite déterminer si le critère d'adhérence en phase de changement de trajectoire est vérifié. Lors d'un changement de trajectoire les moteurs des 4 groupes de propulsion tournent à des vitesses différentes et l'on souhaite également connaître le rapport entre les différentes vitesses de rotation afin de programmer la partie commande. Pour cela, on adopte la modélisation présentée en Annexe 6, Figure 9, qui représente un mouvement de rotation du porteur **5** par rapport à la surface vitrée **0** de centre  $O_{50}$ , le taux de rotation autour de l'axe  $\vec{Z}_p$ . On connaît la vitesse du point C, égale à la vitesse nominale définie par le cahier des charges en Partie A, dans le mouvement du porteur **5** par rapport à la surface vitrée **0** et on cherche à déterminer la vitesse de glissement aux points  $A_1$  et  $A_2$ . On supposera pour cette étude que les liaisons pivot entre le porteur **5** et les différents châssis de chenille **11** sont fixes en raison de la planéité des vitres.

**Question D1.** Déterminer graphiquement les vitesses de  $A_1$  et  $A_2$  liées au porteur **5** par rapport à la surface vitrée **0** en utilisant le CIR et en détaillant les constructions.

**Question D2.** Montrer que  $\vec{V}_{A_1,5/0} = \vec{V}_{A_1,5/0}$  (vitesse du point  $A_1$  et  $A_1'$  dans le mouvement de **5** par rapport à **0**). Le rayon des roues sera noté  $r$ .

On suppose que la chenille **14** s'enroule sans glisser sur la roue motrice **12**, en liaison pivot d'axe  $(A_1, \vec{X}_p)$  avec le châssis **11**, de telle sorte qu'au point  $A_1'$  on peut écrire :  $\vec{V}_{A_1',14/5} = \vec{V}_{A_1',12/5}$ .

**Question D3.** Déterminer  $\vec{V}_{A_1,14/5}$  en fonction de la vitesse de rotation  $\omega_1$  de la roue motrice **12** et de son rayon  $r$ . On a  $\vec{\Omega}_{12/5} = -\omega_1 \vec{X}_p$  avec  $\omega_1 > 0$ .

**Question D4.** En déduire  $\vec{V}_{A_1,5/0}$  en fonction de  $\vec{V}_{A_1,14/0}$ , de  $r$  et de  $\omega_1$ .

Par définition, la vitesse de glissement entre la chenille **14** et la surface vitrée **0** est  $\vec{V}_{A_1,14/0}$ . On suppose que cette vitesse de glissement est portée par le vecteur  $\vec{X}_p$ .

**Question D5.** Déterminer graphiquement la norme de  $\vec{V}_{A_1,14/0}$  à partir de  $\vec{V}_{A_1,5/0}$ . Conclure.

On note  $\vec{V}_{C,5/0} = V_0 \vec{Y}_p$ ,  $\vec{V}_{A_1,5/0} = V_1 \vec{Y}_1$ ,  $\vec{V}_{A_1,5/0} = V_2 \vec{Y}_2$ . On note  $\alpha_1$  l'angle (IC,IA1),  $\alpha_2$  l'angle (IC,IA2). La distance IC=R, R étant le rayon de braquage.

**Question D6.** En exploitant les propriétés du CIR, déterminer le rapport  $\frac{V_1}{V_0}$  en fonction de R, D et  $\alpha_1$ .

**Question D7.** Exprimer  $\left\| \vec{V}_{A_1,14/5} \right\|$  et la vitesse de glissement  $\left\| \vec{V}_{A_1,14/0} \right\|$  en fonction de  $V_1$  et  $\alpha_1$ .

Par différentes études cinématiques, on démontre que  $\frac{V_2}{V_0} = \frac{R-D}{R \cos \alpha_2}$ , ainsi  $\left\| \vec{V}_{A_2,14/5} \right\| = V_2 \cos \alpha_2$  et

$$\left\| \vec{V}_{A_2,14/0} \right\| = V_2 \sin \alpha_2. \text{ On déduit de ces deux dernières relations que } \left\| \vec{V}_{A_2,14/0} \right\| = V_0 \frac{d+e}{R}.$$

**Question D8.** A partir des résultats des questions D6 et D7, déterminer  $\left\| \vec{V}_{A_1,14/0} \right\|$  en fonction de  $V_0$  et des paramètres géométriques R, d et e. En déduire le rayon de braquage minimum pour respecter le critère de glissement du cahier des charges.

**Question D9.** A partir des résultats des questions D3, D6 et D7, déterminer la relation  $\frac{\omega_1}{\omega_2}$  à imposer par la partie commande. Effectuer l'application numérique pour le rayon de braquage minimum.

## Partie E – Vérification de la capacité du robot à réaliser un nettoyage efficace en mode automatique.

Le système étudié doit pouvoir fonctionner en mode automatique. Pour ce faire, il doit maîtriser la trajectoire du porteur sans intervention de l'opérateur. Nous avons vu dans la partie précédente la nécessité de contrôler la vitesse

de rotation des chenilles. Chaque groupe de propulsion est donc asservi en vitesse de rotation. On se propose d'étudier cet asservissement afin d'en contrôler la capacité à vérifier les critères du cahier des charges.

Le schéma bloc de l'asservissement de l'axe moteur est représenté en Annexe 7, Figure 10. On néglige l'effet des perturbations extérieures.

**Question E1.** Expliquer ce qui dans le schéma bloc permet d'affirmer que le système étudié est bien un système asservi.

**Question E2.** Déterminer la relation à imposer entre  $k_a$  et  $k_p$  pour garantir que le système soit bien asservi sur la vitesse de rotation de l'axe moteur. Préciser lequel de ces deux paramètres est ajustable.

On modélise le comportement du moteur électrique par les équations suivantes :

Equations électriques et mécaniques	Caractéristiques
$u(t) - e(t) = Ri(t)$	$R$ : résistance de l'induit
$e(t) = k_e \omega_m(t)$	$k_e$ : constante de force contre électromotrice $k_i$ : constante de couple
$J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$	$J$ : inertie de l'axe moteur $u(t)$ : tension d'alimentation du moteur $i(t)$ : courant dans le moteur $e(t)$ : tension contre électromotrice $\omega_m(t)$ : taux de rotation de l'arbre moteur $C_m(t)$ : couple disponible sur l'arbre moteur
$C_m(t) = k_t i(t)$	

**Question E3.** Exprimer les transformées de Laplace de ces équations, sachant que les conditions initiales sont nulles. On notera  $A(p)$  la transformée de Laplace de la fonction temporelle  $a(t)$ .

**Question E4.** En déduire la fonction de transfert du moteur électrique  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ . La mettre sous sa forme canonique en spécifiant toutes les caractéristiques.

On prendra par la suite pour fonction de transfert du moteur :  $H_m(p) = \frac{k_m}{1 + \tau_m p}$

Dans un premier temps, le dispositif de correction est un gain proportionnel :  $k_c(p) = k_c$ .

**Question E5.** Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ .

**Question E6.** Mettre  $F_1(p)$  sous forme canonique et exprimer le gain statique noté  $k_l$  et la constante de temps notée  $\tau_1$  en fonction de :  $k_m, k_c, k_e, k_p, k_t, k_v, \tau_m$ .

Un système est précis en réponse à un échelon si l'écart en sortie du comparateur tend vers 0 en régime établi :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = 0.$$

**Question E7.** Pour une entrée de type échelon :  $\Omega_c(p) = \frac{1}{p}$ , déterminer l'expression de  $\epsilon(p)$  et conclure sur la précision du système.

On choisit à présent un dispositif de correction sous la forme d'un intégrateur :  $k_c(p) = \frac{k_c}{p}$ .

**Question E8.** Déterminer la nouvelle expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $F_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$  en

fonction de  $k_m, k_c, k_e, k_p, k_t, k_v, \tau_m$ . Vous identifierez le gain statique noté  $k_2$ , la pulsation propre non amortie notée  $\omega_0$  et le coefficient d'amortissement noté  $z$  en fonction de :  $k_m, k_c, k_e, k_p, k_t, k_v, \tau_m$ .

**Question E9.** En utilisant la même démarche qu'en E7, caractériser à nouveau la précision du système en réponse à un échelon :  $\Omega_c(p) = \frac{1}{p}$ .

**Question E10.** Déterminer la valeur de  $k_c$  en fonction des autres paramètres garantissant que la réponse se fera sans dépassement de la consigne tout en étant le plus rapide possible.

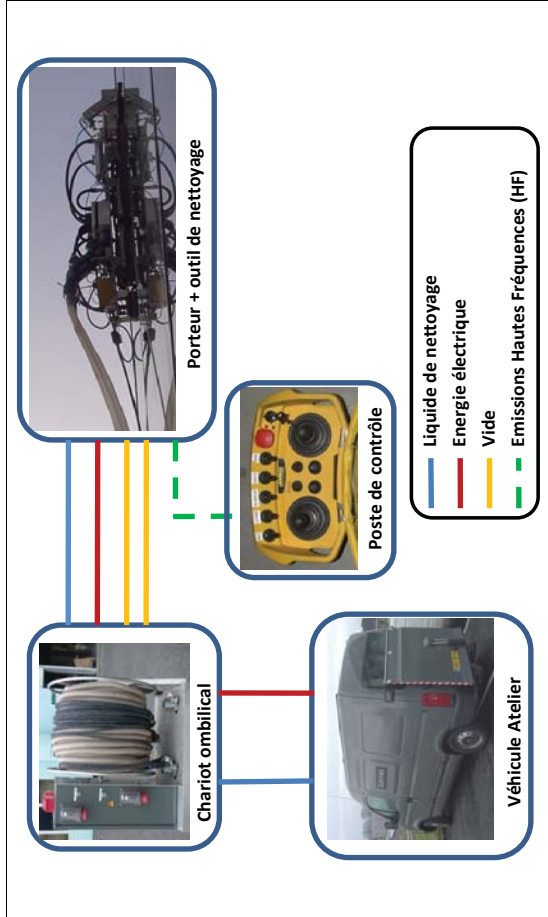


Figure 1

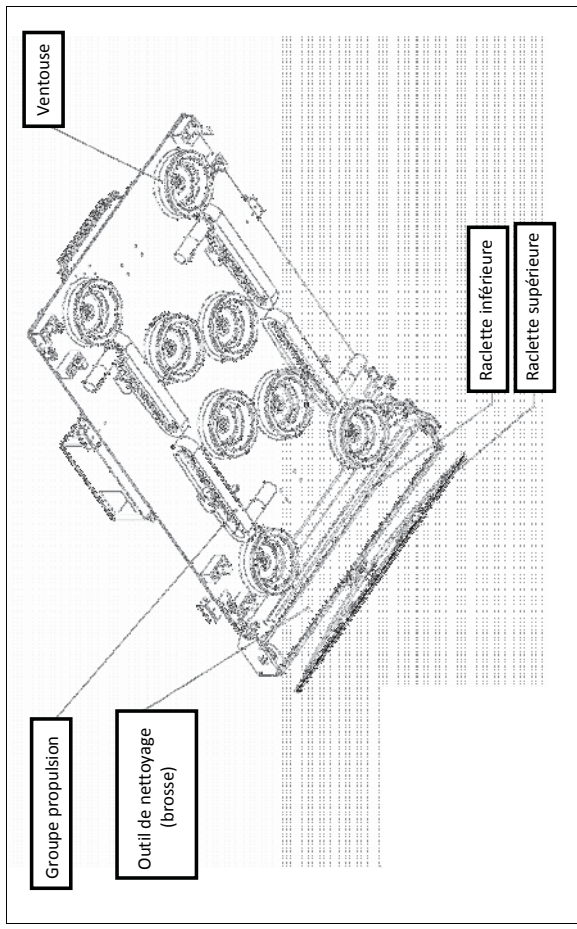


Figure 2

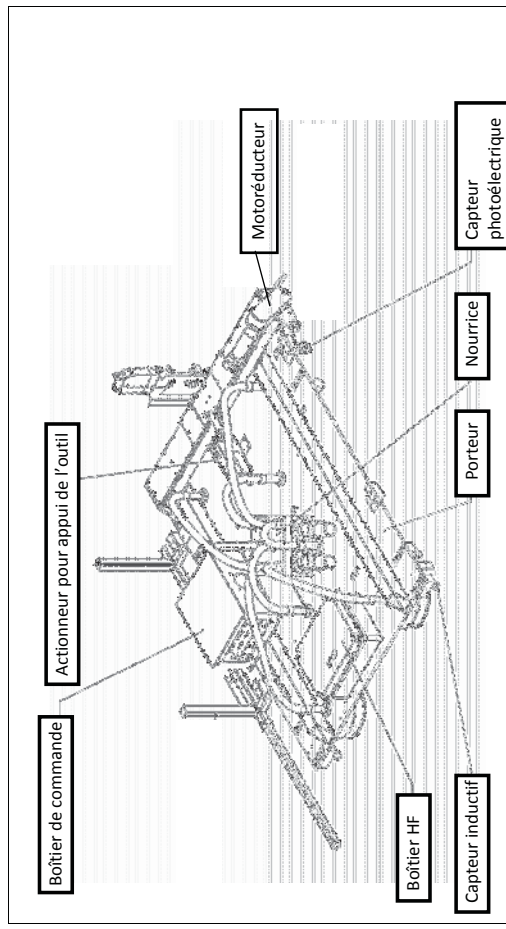


Figure 3

ANNEXE 3

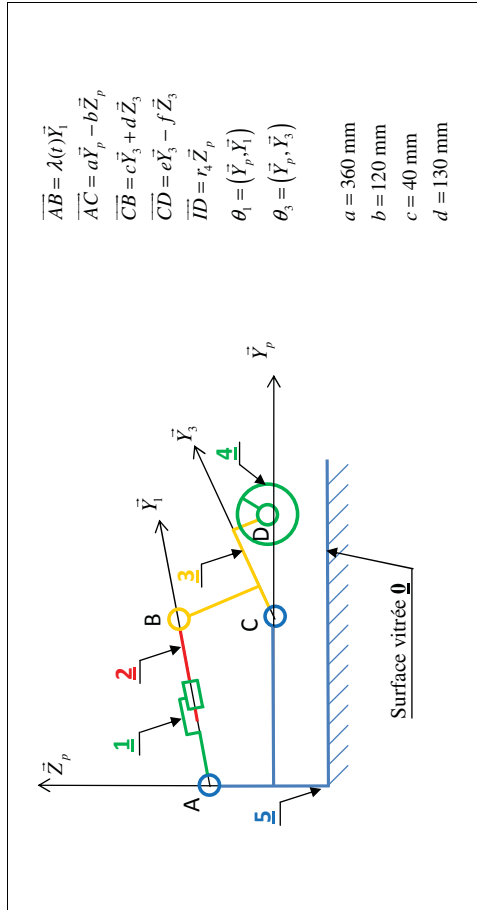


Figure 4

ANNEXE 4

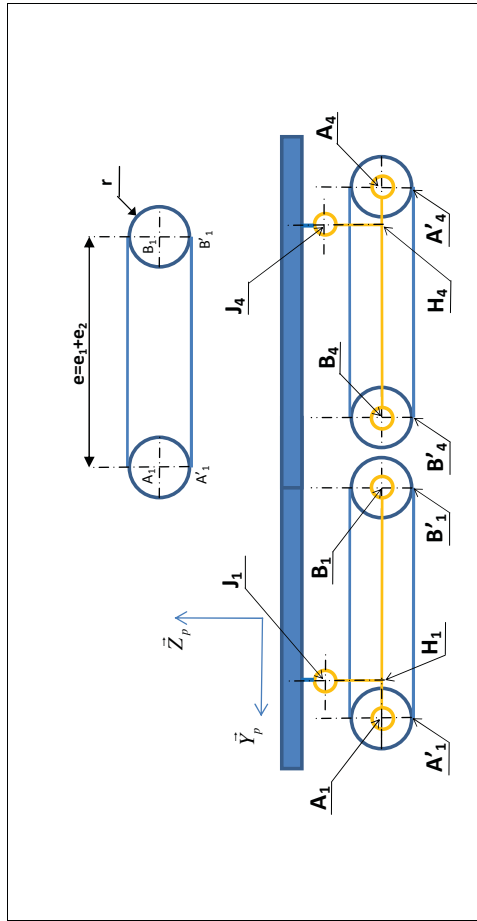


Figure 6

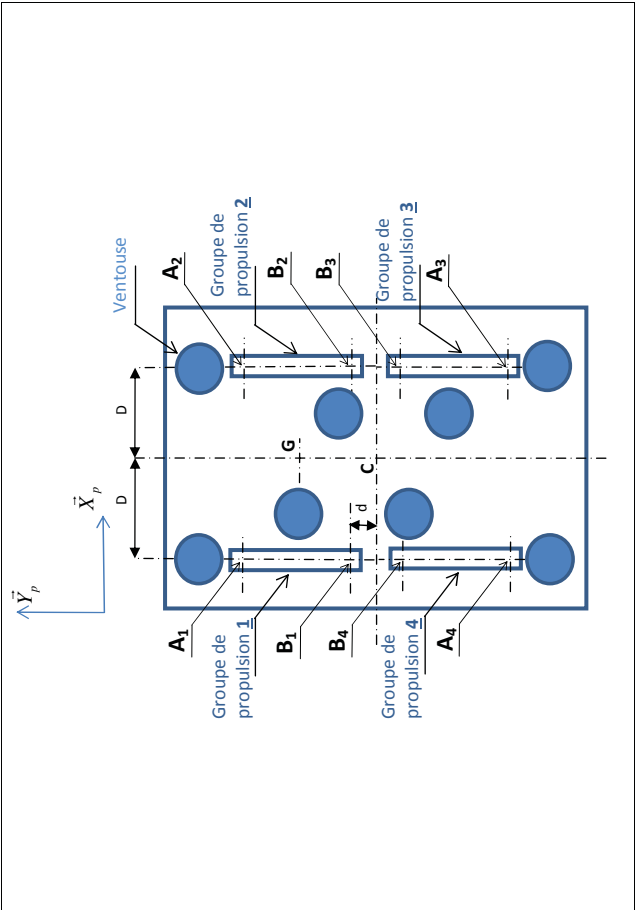


Figure 5

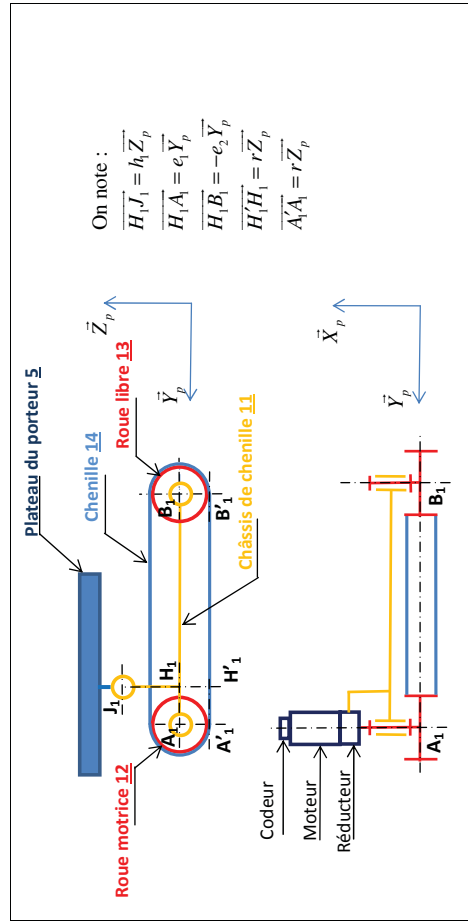


Figure 7

ANNEXE 5

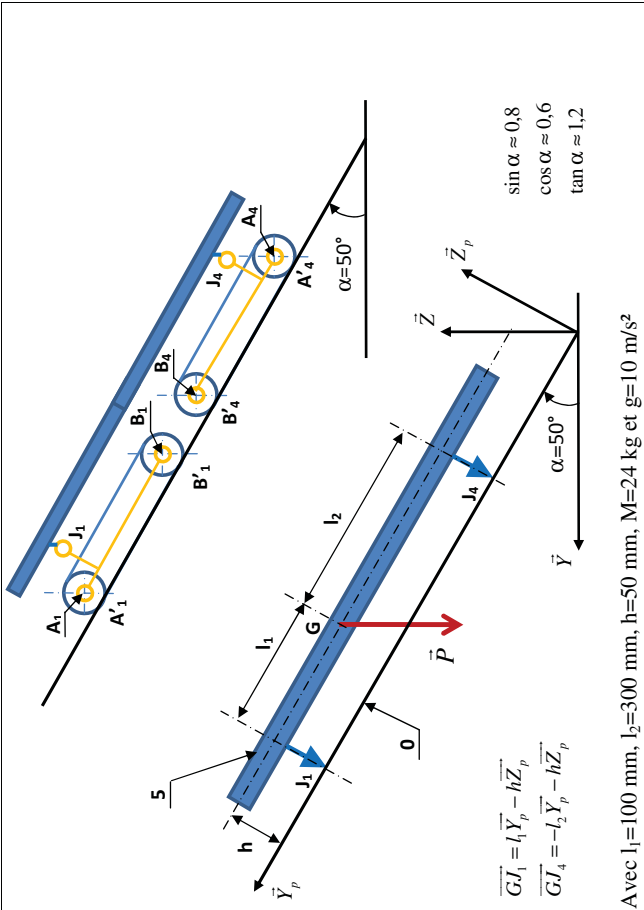


Figure 8

ANNEXE 6

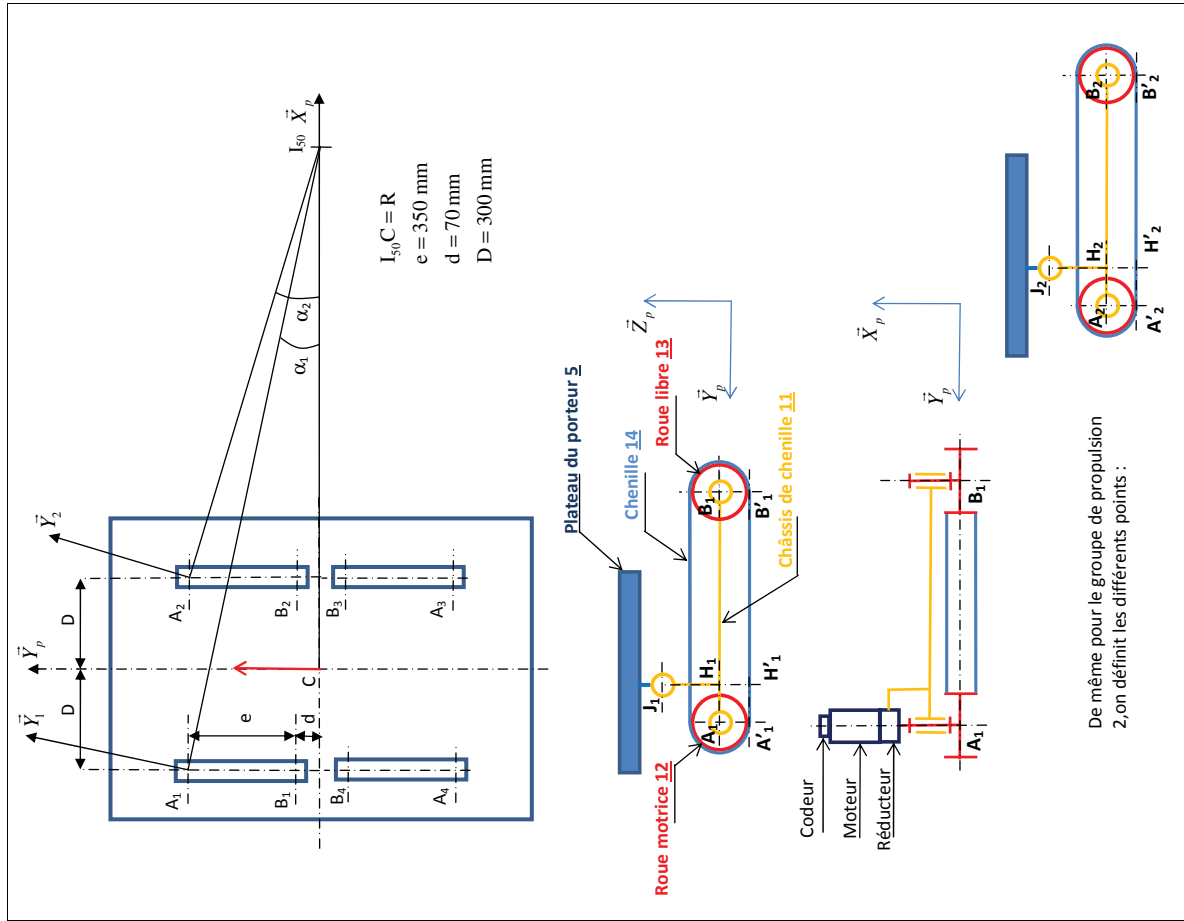


Figure 9



ANNEXE 7

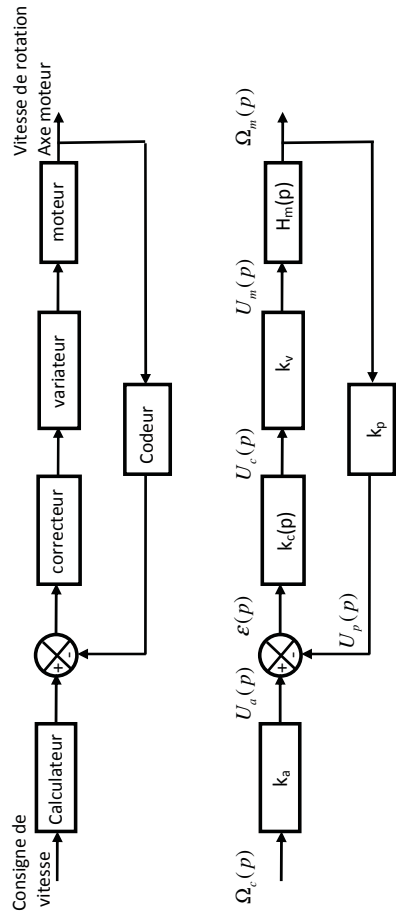


Figure 10

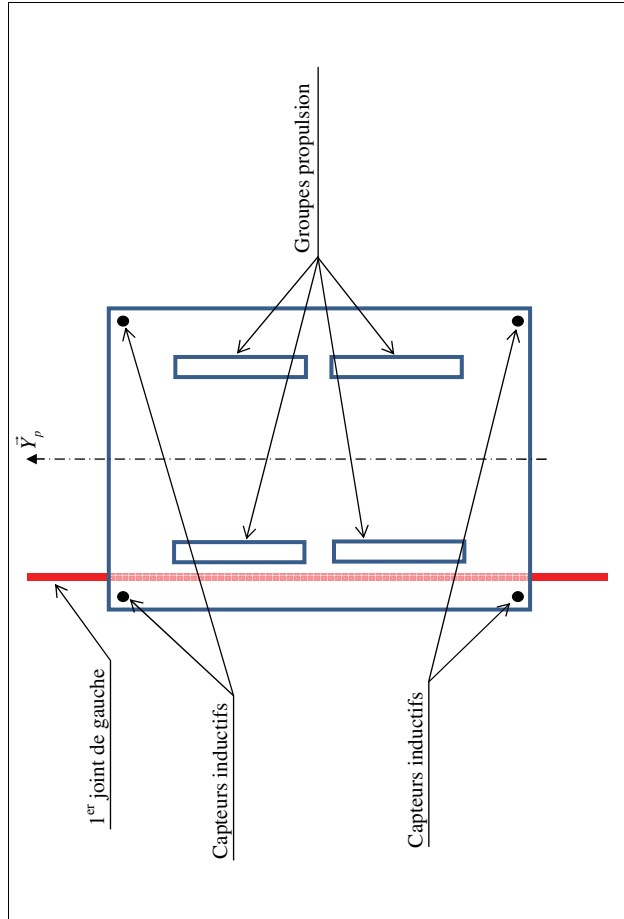
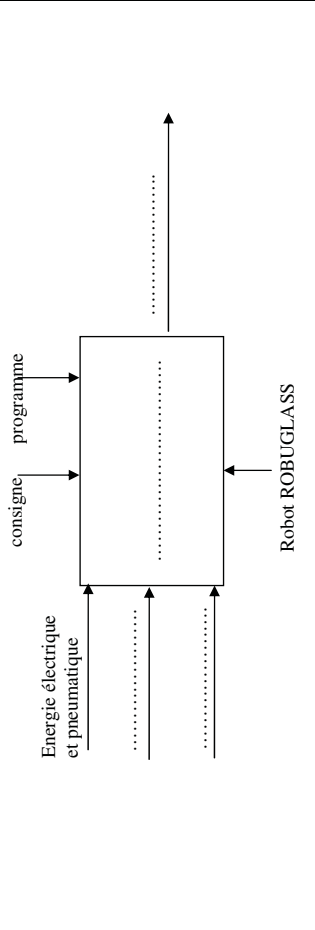
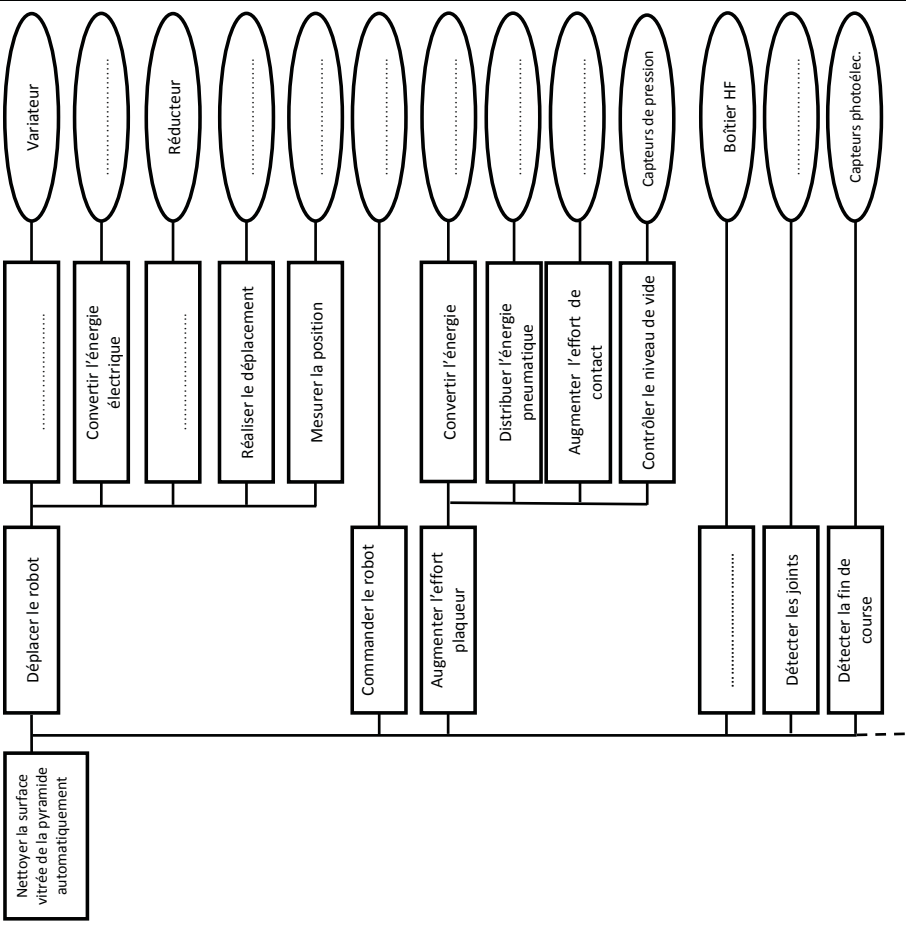


Figure 11

A1.



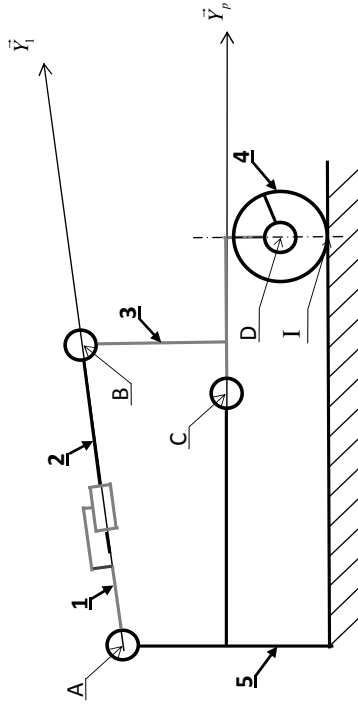
A2.



**B7.**

**B8.**

**B9.** Echelle 1 cm ↔ 1 mm/s  
Mouvement de 2 par rapport à 1 :



**B10.**

**B11.**

**B12.** Les tracés seront réalisés dans la case prévue en B9.  
Justification :

$$\left\| \vec{V}_{B,3/5} \right\| =$$

**B13.** Les tracés seront réalisés dans la case prévue en B9.  
Justification :

$$\left| \vec{V}_{I,3/5} \cdot \vec{Z}_p \right| =$$

Conclusion :

**B14.** Echelle 1 cm ↔ 20 N

