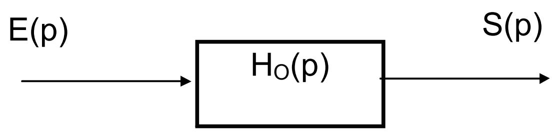
PERFORMANCES DES SYSTEMES BOUCLES.

I ETUDE D'UN PREMIER ORDRE :

1) En boucle ouverte :



La forme canonique de $H_O(p)$ est :

$$\boxed{H_o(p) = \frac{K_o}{1+\tau_o.p}}$$

où :

- K_o est le gain statique de la chaîne directe (ou gain statique en boucle ouverte),
- τ_o est la constante de temps de la chaîne directe (constante de temps de la boucle ouverte).

Evaluation de la rapidité du système :

Cette évaluation se fait par l'intermédiaire du calcul de $t_{5\%}$. Ici : $t_{5\%} = 3.\tau_o$

Evaluation de l'erreur statique du système pour une entrée échelon unitaire :

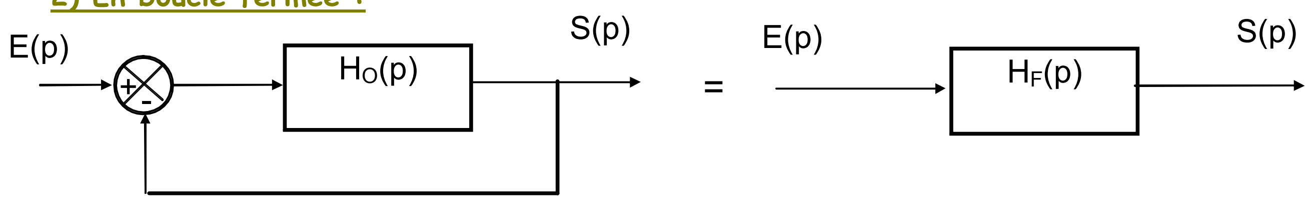
Cette évaluation se fait par l'intermédiaire du calcul de $\varepsilon_s(t)$: $\varepsilon_s(t) = \lim\limits_{t \to +\infty}(e(t) - s(t))$

D'après le théorème de la valeur finale on peut calculer $\varepsilon_s(t)$ grâce à : $\varepsilon_s(t) = \lim\limits_{p \to 0} p.(E(p) - S(p))$

On trouve : ε_s**(t) = 1-Ko**

Ko étant positif alors : $-\infty \leq \varepsilon_s(t) \leq 1$

2) En boucle fermée :



Exprimons $H_F(p)$en fonction des paramètres de Ho(p) :

$$H_F(p) = \frac{H_O(p)}{1+H_o(p)} \text{ soit } H_F(p) = \frac{\frac{K_O}{1+\tau_O.p}}{1+\frac{K_O}{1+\tau_O.p}}, \text{ soit en réduisant } : H_F(p) = \frac{K_O}{1+K_O+\tau_O.p}$$

En mettant $H_F(p)$ sous forme canonique il vient : $H_F(p) = \dfrac{\frac{K_O}{1+K_O}}{1+\frac{\tau_O}{1+K_O}.p}$

On pose :

- $K_F = \dfrac{K_0}{1+K_0}$ où K_F est appelé le gain statique du système bouclé,
- $\tau_F = \dfrac{\tau_0}{1+K_0}$ où τ_F est appelé la constante de temps du système bouclé

Finalement on peut écrire : $\boxed{H_F(p) = \dfrac{K_F}{1+\tau_F.p}}$

Evaluation de la rapidité du système :

Cette évaluation se fait par l'intermédiaire du calcul de $t_{5\%}$. Ici : $t_{5\%} = 3.\tau_F$ soit

$$t_{5\%} = 3.\frac{\tau_0}{1+K_0}$$

Evaluation de l'erreur statique du système pour une entrée échelon unitaire :

Cette évaluation se fait par l'intermédiaire du calcul de $\varepsilon_s(t)$:

$$\varepsilon_s(t) = \lim_{t \to +\infty}(e(t) - s(t))$$

D'après le théorème de la valeur finale on peut calculer $\varepsilon_s(t)$ grâce à :

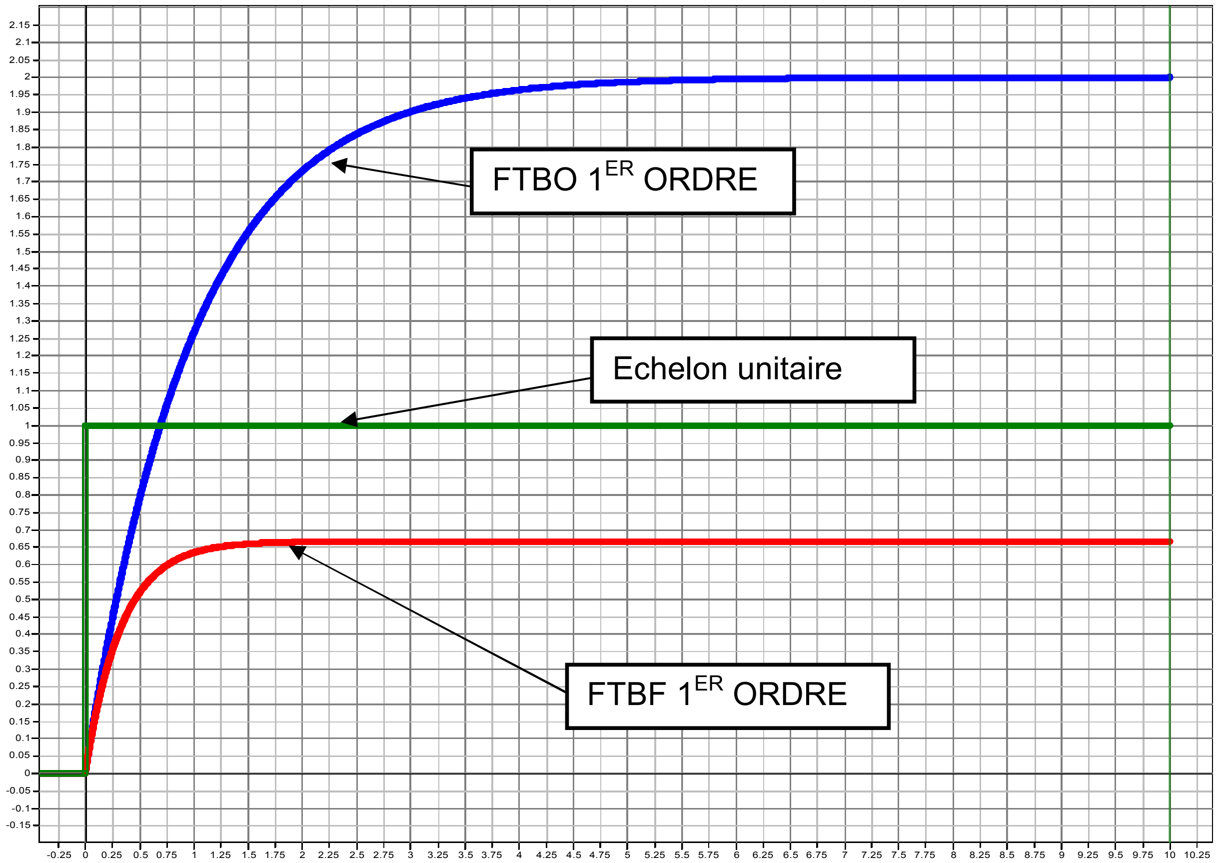
$$\varepsilon_s(t) = \lim_{p \to 0} p.(E(p) - S(p))$$

On trouve : $\varepsilon_s(t) = \dfrac{1}{1+K_o}$

Ko étant positif alors : $0 \leq \varepsilon_s(t) \leq 1$

3) Représentation graphique de s(t) dans les cas B.O. et B.F. :

Ces tracés sont réalisés pour une entrée échelon unitaire, avec K_0 = 2 et τ_0=1s. Dans le cas de la boucle fermée le retour est considéré comme unitaire.

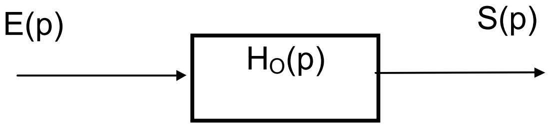


4) Conclusions :

Le bouclage n'a pas modifié l'ordre du système,
Le bouclage a modifié le gain du système : $K_F<K_O$
Le système bouclé est plus rapide, on améliore sa rapidité en augmentant le gain K_O,
Le système bouclé est plus précis l'erreur statique est plus faible en B.F.

II ETUDE D'UN SECOND ORDRE :

1) En boucle ouverte :



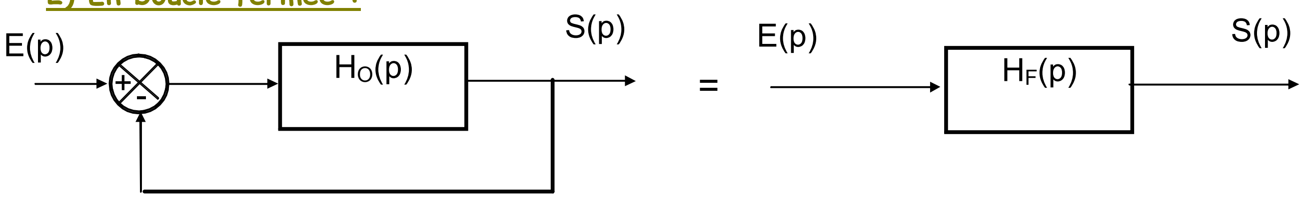
La forme canonique de $H_O(p)$ est :

$$H_o(p)=\frac{K_o}{1+\frac{2.a_o}{\omega_{no}}.p+\frac{p^2}{\omega_{no}^2}}$$

où :

- K_o est le gain statique de la chaîne directe (ou gain statique en boucle ouverte),
- a_o est le coefficient d'amortissement de la chaîne directe .
- ω_{no} la pulsation propre du système non amorti de la chaîne directe.

2) En boucle fermée :



On exprime la fonction transfert en boucle fermée : $H_F(p)=\dfrac{K_o}{K_0+1+\frac{2.a_o}{\omega_{no}}.p+\frac{p^2}{\omega_{no}^2}}$

En mettant $H_F(p)$ sous forme canonique il vient : $H_F(p)=\dfrac{\frac{K_o}{1+K_0}}{1+\frac{2.a_o}{\omega_{no}.(K_o+1)}.p+\frac{p^2}{\omega_{no}^2.(K_o+1)}}$

On pose : $H_F(p)=\dfrac{K_F}{1+\frac{2.a_F}{\omega_{nF}}.p+\frac{p^2}{\omega_{nF}^2}}$

où :

K_F est appelé le gain statique du système bouclé,
a_F le coefficient d'amortissement du système bouclé,
ω_{nF} la pulsation propre du système non amorti du système bouclé.

<u>On trouve par identification</u> :

$K_F=\dfrac{K_0}{1+K_0}$	$a_F=\dfrac{a_o}{\sqrt{1+K_o}}$	$\omega_{nF}=\omega_{no}.\sqrt{1+K_o}$

3) Réponse à un échelon unitaire :

Soit un système du second ordre dont les paramètres en boucle ouverte sont :

$K_o = 3$	$a_o = 0.8$	$\omega_{no} = 2$ rad/s

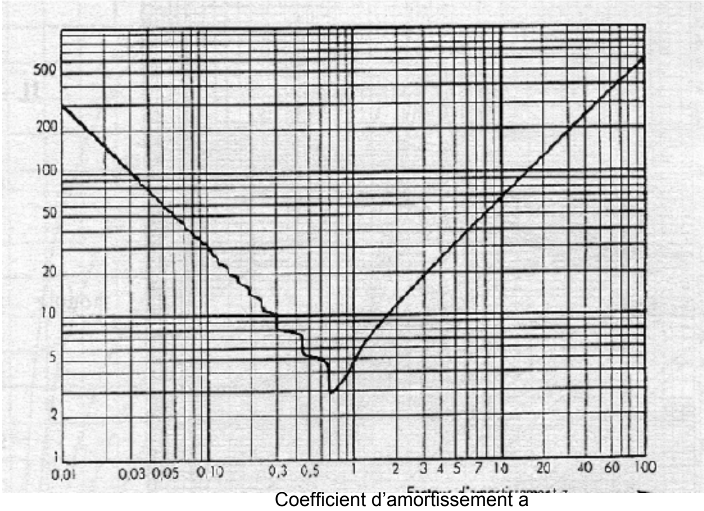
Soit en boucle fermée :

$K_F = 0.75$	$a_F = 0.4$	$\omega_{nF} = 4$ rad/s

Evaluation de la rapidité du système :

Grâce à l'abaque du temps de réponse réduit utilisable pour les systèmes du second ordre ci-dessous, on évalue dans les deux cas $tr.\omega_n$:

$tr.\omega_n$

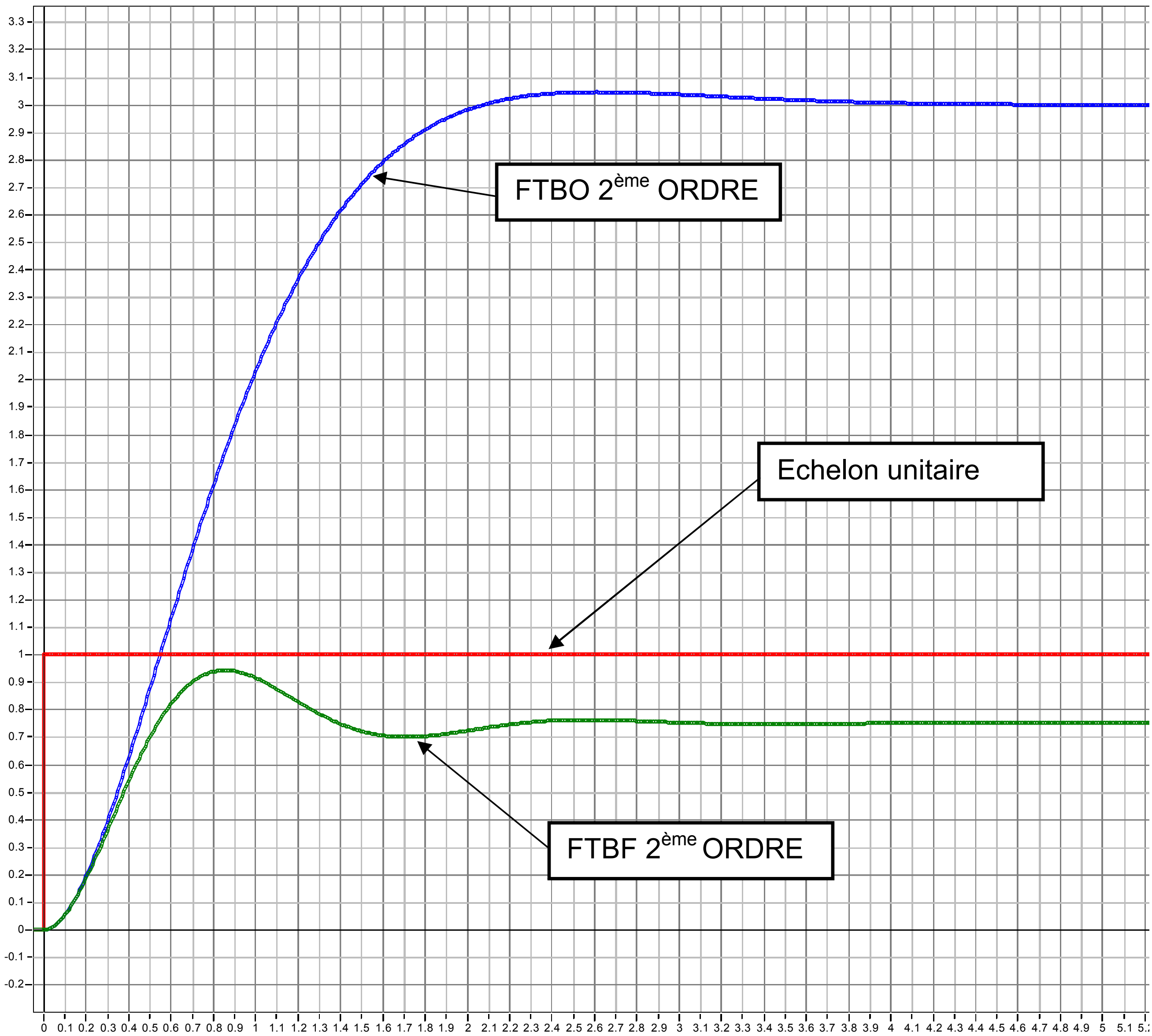


Coefficient d'amortissement a

On peut lire sur l'abaque :

En boucle ouverte :	En boucle fermée :
$tr.\omega_{no} \cong 3$ donc $tr_{5\%} \cong 1.5$ s	$tr.\omega_{nF} \cong 8$ donc $tr_{5\%} \cong 2$ s

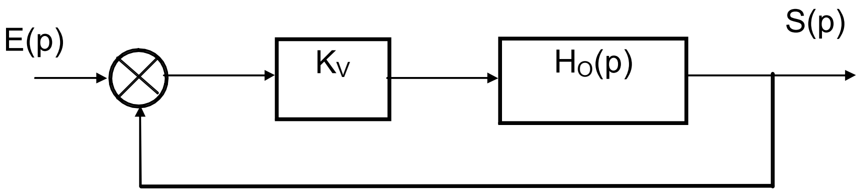
Ce qui conduit aux réponses suivantes :



4) Conclusion :

Le système bouclé est donc aussi un système du second ordre, a_F est inférieur à a_o. Or, pour un système du second ordre, c'est pour un facteur d'amortissement de 0,7 que le temps de réponse est minimum. Aussi, si a_o est supérieur à 0.7, le bouclage peut améliorer le temps de réponse, par contre si a_o est déjà inférieur à 0.7, le bouclage conduit à augmenter le temps de réponse à 5%.

III INFLUENCE DU GAIN SUR LE COMPORTEMENT TEMPOREL :



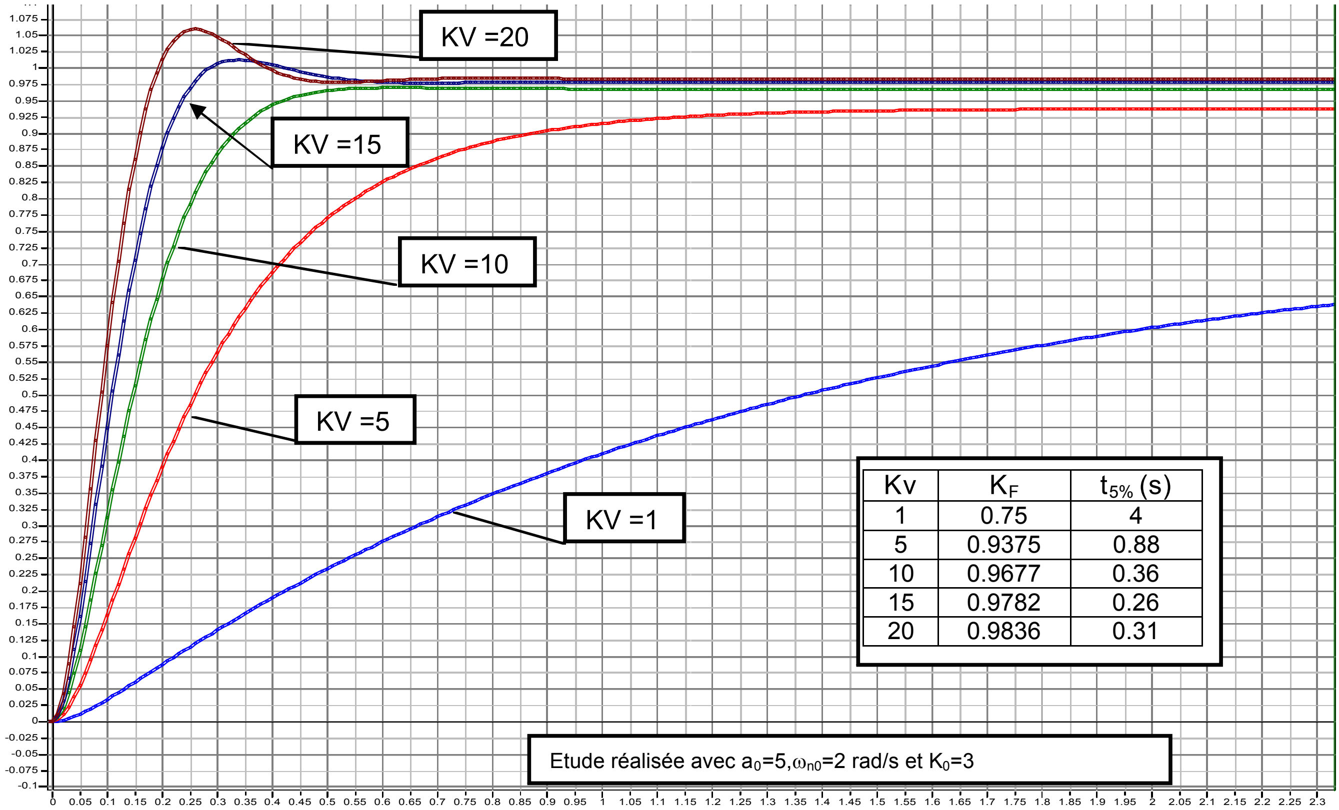
Les études temporelles menées ci-dessus montre l'importance du gain de la chaîne directe dans l'établissement des performances d'un système bouclé. C'est la raison de la présence, dans la chaîne directe après le comparateur, d'un gain variable K_V que l'on pourra ajuster aux performances attendues du système. Ce qui donne le schéma bloc de la figure ci-dessus.

Il est important de ne pas confondre le gain statique K_o de $H_o(p)$, qui est structurel (pour le modifier il faut modifier la structure du processus à commander) avec le gain variable K_V, qui est introduit dans la chaîne directe.

Nota : Les résultats précédents sont transférables à cette étude en remplaçant le gain de la chaîne directe par le produit du gain structurel K_o et du gain variable (ajustable) K_V.

IV CONCLUSION :

Par rapport aux trois critères de performance : la précision, la rapidité et les dépassements, on remarque que l'influence d'un gain K_V est positive pour la précision et la rapidité, ce qui semble conduire à rechercher un gain maximum.
Outre que pour un système du second ordre une valeur trop importante du gain peut conduire à des dépassements néfastes, on constate par ailleurs que ce choix mène aussi vers l'instabilité. Aussi lors du réglage, il faut toujours rechercher le gain minimum qui permet d'assurer les performances temporelles souhaitées.



Kv	K_F	$t_{5\%}$ (s)
1	0.75	4
5	0.9375	0.88
10	0.9677	0.36
15	0.9782	0.26
20	0.9836	0.31