CHAPITRE 2

CARACTÉRISATION DES SYSTÈMES ASSERVIS

2.1 Systèmes asservis

Les systèmes asservis sont une branche des systèmes dynamiques. On appelle système dynamique un système pour lequel, les grandeurs de sortie dépendent des valeurs présentes et passées des grandeurs d'entrée.

Parmi les systèmes dynamiques, nous limiterons notre étude aux seuls systèmes linéaires continus et invariants (SLCI).

2.2 Structure d'un système asservi

L'objectif d'un système automatisé étant de remplacer l'homme dans une tâche, nous allons pour établir la structure d'un système automatisé commencer par étudier le fonctionnement d'un système dans lequel l'homme est la « partie commande ».

Exemple : véhicule et le conducteur

FIGURE 2.1 – maintien de la trajectoire d'une voiture

Le conducteur doit suivre la route (figure 2.1), pour cela :

— Il observe la route et son environnement et évalue la distance d qui sépare son véhicule du bord de la route.

— Il détermine en fonction du contexte l'angle θ qu'il doit donner au volant pour suivre la route.
— Il agit sur le volant (donc sur le système), la rotation du volant est transmise aux roues via la colonne de direction.
— puis de nouveau il recommence son observation pendant toute la durée du déplacement.
— Si un coup de vent dévie le véhicule, après avoir observé et mesuré l'écart il agit pour s'opposer à cette perturbation le plus rapidement possible.

2.3 Exemples de cahiers des charges de SA

— Four : Un four électrique doit atteindre la température de consigne à 10°C près en moins de 30 min puis la maintenir sans fluctuation. À l'ouverture de la porte la température ne doit pas chuter.
— Robot d'assemblage 1 : Un robot assure l'assemblage de deux pièces, la première arrive sur un tapis et s'arrête devant le poste d'assemblage. Le robot saisit l'autre pièce sur un tapis d'amenage et la positionne sur la première. La précision d'assemblage est de 0,2 mm.
— Robot d'assemblage 2 : Afin d'améliorer la productivité du poste précédent, on ne souhaite plus arrêter la première pièce et réaliser l'assemblage de manière dynamique.
— Suspension : La suspension active doit assurer une hauteur de caisse constante quelle que soit la charge du véhicule et doit absorber les défauts de la route. Le nombre des oscillations résiduelles ne doit pas être supérieur à 3.

Nous voyons au travers de ces quelques extraits de cahier de charges les caractéristiques que l'on peut attendre d'un système asservi :

— Le *temps de réponse* du four est de 30 min ;
— Le système de régulation du four doit permettre de *rejeter les perturbations* (ouverture de la porte) ;
— La *précision* est une qualité importante pour le four (10°C près), le premier robot (0,2 mm). Pour ces deux systèmes, il s'agit de l'erreur à une entrée constante (la température, la position), pour le deuxième robot, il doit être précis pendant le mouvement (suivi de trajectoire).
— Le système peut autoriser ou non les oscillations avant la stabilisation .
— Bien sûr tous ces systèmes doivent être *stables*, c'est à dire ne pas diverger et tendre vers une valeur finie.

2.4 Schéma fonctionnel

De manière générale, le fonctionnement d'un système asservis peut être décrit par le schéma de la figure 2.2. Il présente la structure classique d'un système asservis.

Un capteur mesure en permanence l'évolution de la sortie à contrôler (ici la distance d) et en retourne une image (d') à la partie commande qui la compare à la consigne. En fonction de l'erreur (ϵ), le système va déterminer la nouvelle loi de commande (ici θ) et agir.

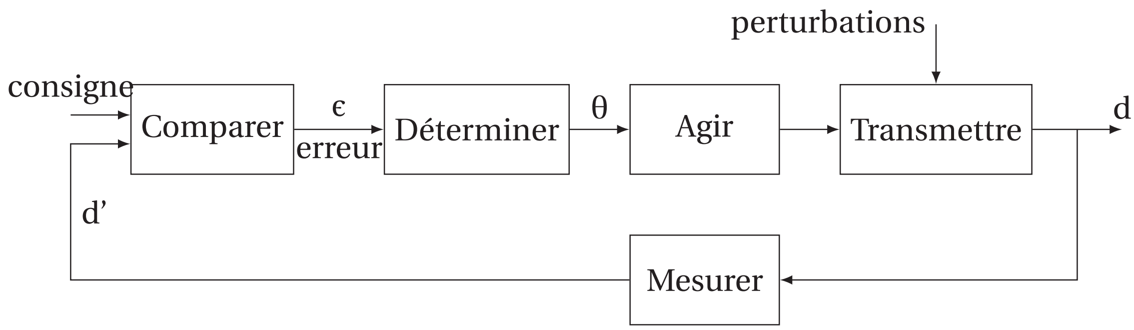


FIGURE 2.2 – Schéma fonctionnel d'un système asservi

Cette structure est analogue a celle que nous avons détaillée dans le chapitre précédent (chaîne d'énergie et chaîne d'information figure 1.20). Elle fait apparaître une chaine directe d'action et boucle de rétroaction.

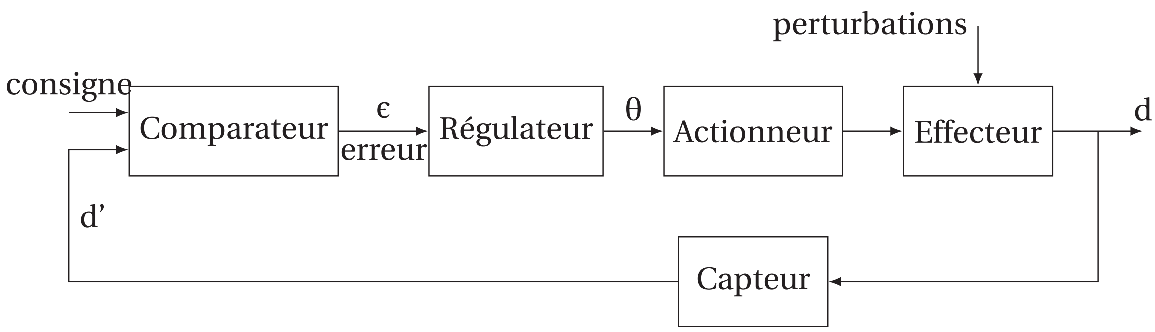
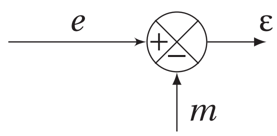


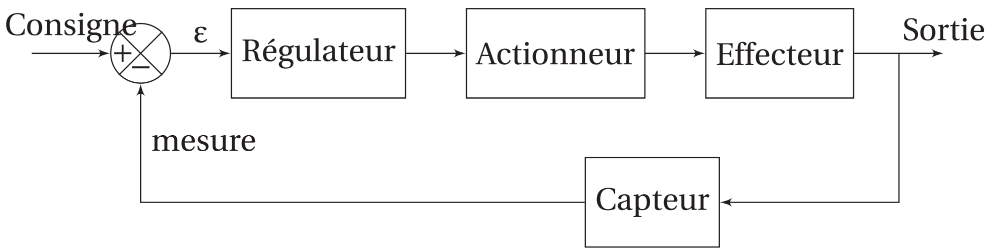
FIGURE 2.3 – Constituants d'un asservissement

2.4.1 Constituants et signaux

Comparateur : le comparateur est chargé de comparer la consigne et l'image de la grandeur à asservir. À la sortie du comparateur, on trouve l'erreur (ou écart) entre ces deux informations. Il est d'usage de représenter le comparateur par le symbole suivant :



Le schéma fonctionnel devient :



Partie commande ou régulateur : la partie commande, le régulateur, le contrôleur, détermine la loi de commande à partir de l'erreur et de son évolution.

Actionneur : c'est l'organe d'action qui apporte l'énergie au système pour produire l'effet souhaité. Il est en général associé à un pré-actionneur qui permet de moduler l'énergie.

Capteur : le capteur prélève sur le système la grandeur réglée (information physique) et la transforme en un signal compréhensible par le régulateur. La précision et la rapidité sont deux caractéristiques importantes du capteur.

Effecteur : L'effecteur rassemble l'ensemble des constituants qui vont permettre d'obtenir la sortie à partir de l'énergie fournie par l'actionneur. On trouvera par exemple dans un asservissement qui agit sur de l'énergie mécanique :

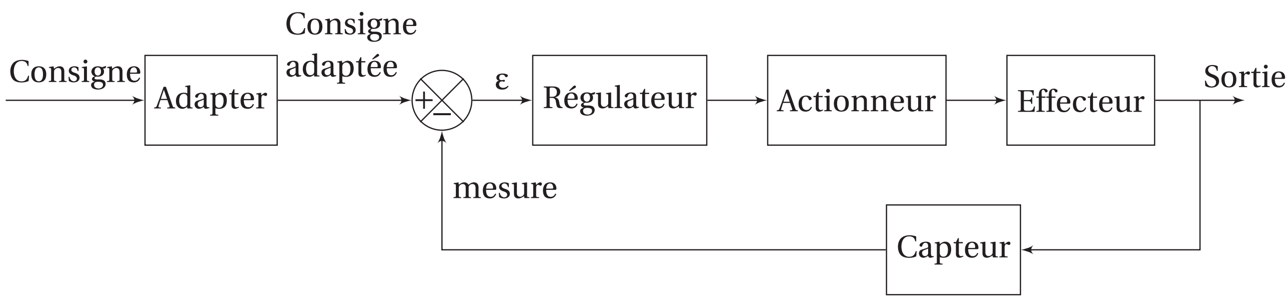
- un réducteur à engrenages,
- un système de transmission à poulie et courroies ou à chaîne,
- un mécanisme bielle manivelle,
- un système vis-écrou,
- ...

Consigne : la consigne, est la grandeur réglante du système, c'est ce que l'on veut obtenir.

Sortie régulée : la sortie régulée représente le phénomène physique que doit régler le système, c'est la raison d'être du système.

Perturbation : on appelle perturbation tout phénomène physique intervenant sur le système qui modifie l'état de la sortie. Un système asservi doit pouvoir maintenir la sortie a son niveau indépendamment des perturbations.

Écart, erreur : on appelle écart ou erreur, la différence entre la consigne et la sortie. Cette mesure ne peut être réalisée que sur des grandeurs comparables (même unité, même echelle). Il est donc souvent nécessaire d'installer dans la chaîne directe un bloc d'adaptation qui ramène l'échelle de la consigne dans le domaine de mesure du capteur.



2.5 Régulation et asservissement

On considère deux types principaux de systèmes asservis.

Régulation : on appelle régulation un système asservi qui doit maintenir constante la sortie conformément à la consigne (constante) indépendamment des perturbations (régulation de température d'un four, régulateur de vitesse, ...).

Asservissement : on appelle asservissement un système asservi dont la sortie doit suivre le plus fidèlement possible la consigne quelle que soit son évolution (suivi de trajectoire d'un robot, asservissement de vitesse).

2.6 Caractéristiques d'un système asservi

2.7 Précision

La précision est l'exigence principale d'un système asservis. On conçoit en général le système pour que la sortie soit identique à la consigne d'entrée soit de manière absolue (erreur nulle) soit avec une certaine tolérance.

La précision est caractérisée par l'écart entre la consigne et la sortie. La précision peut être soit absolue, soit relative, elle est toujours définie par rapport à un type de sollicitation :

— un échelon si on souhaite caractériser la réponse pour une consigne constante,

— une rampe si on souhaite étudier le comportement dynamique.

2.7.1 Erreur indicielle

L'erreur indicielle est mesurée entre la valeur finale de la réponse du système en régime établi (à l'infini) et la consigne en échelon unitaire. La figure 2.4 montre la réponse de plusieurs systèmes à un échelon unitaire.

L'erreur indicielle est notée ϵ_i, par abus de langage, elle est souvent notée ϵ_s et appelée erreur statique.

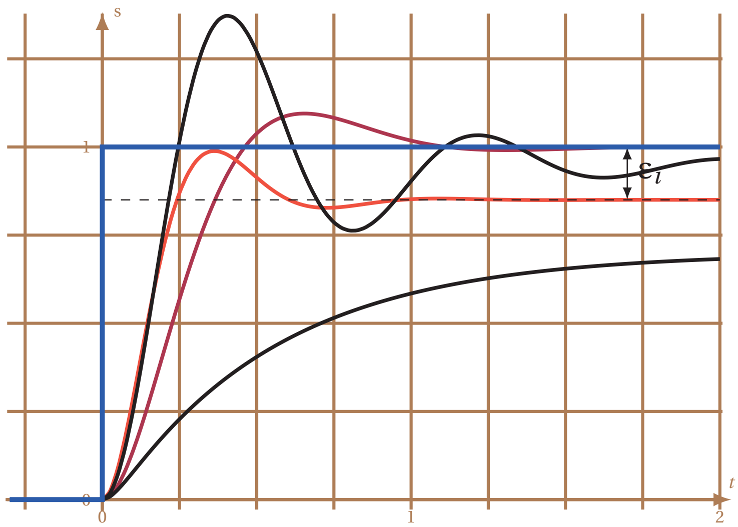


FIGURE 2.4 – Erreur indicielle- réponse temporelle à un échelon

L'erreur indicielle se mesure entre la consigne et la valeur finale de la sortie. Cette mesure n'a de sens que si les deux signaux (entrée et sortie) sont de même nature et de même échelle.

Erreur indicielle absolue

$$\epsilon_i = \lim_{t\to\infty} \left(e(t) - s(t)\right) \text{ avec } e(t) = \mathrm{E}_0 \cdot \mathscr{H}(t)$$

On note $\mathscr{H}(t)$ la fonction de Heaviside qui vaut 0 pour $t < 0$ et 1 pour $t \geq 0$.

Erreur indicielle relative

$$\epsilon_i\% = \lim_{t\to\infty} \frac{e(t) - s(t)}{e(t)}$$

2.7.2 Erreur de traînage

L'erreur de traînage est une mesure de l'aptitude d'un système à suivre une consigne variable, elle est notée ϵ_t. Cette erreur est mesurée en régime établi, entre la consigne et la réponse du système (figure 2.5).

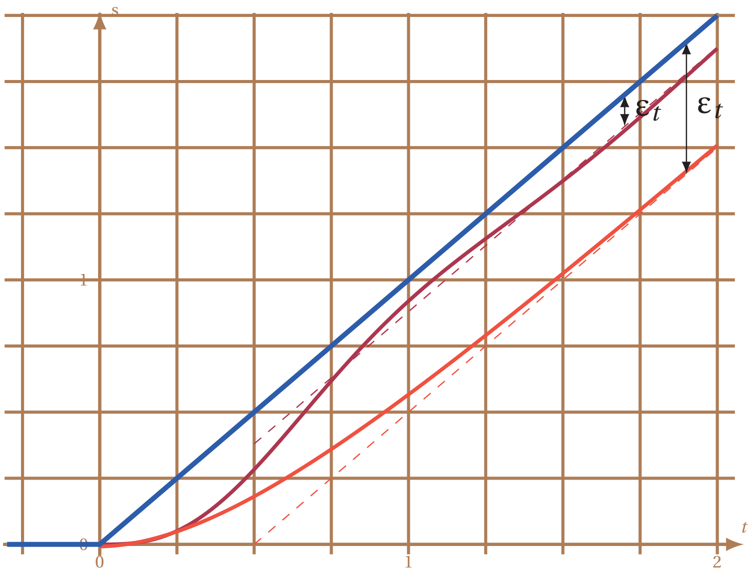


FIGURE 2.5 – Erreur de traînage- réponse temporelle à une rampe

$$\epsilon_t = \lim_{t\to\infty} (e(t) - s(t)) \text{ avec } e(t) = a \cdot t \cdot \mathscr{H}(t)$$

2.8 Rapidité

2.8.1 Temps de réponse à 5%

La rapidité d'un système caractérise le temps mis par le système à atteindre la **valeur finale** pour une entrée en échelon, la résolution des équations différentielles montre que ce n'est théoriquement qu'au bout d'un temps infini que la valeur finale est atteinte.

Néanmoins, pour chiffrer en pratique la rapidité du régime transitoire, on a l'habitude de considérer **le temps de réponse à 5%** ; c'est le temps au bout duquel le système a atteint son régime permanent à 5% près et à partir duquel il ne s'en écarte pas de plus de 5%.

De la même manière on peut définir les temps de réponse à 10% et à 2%.

La figure 2.6 montre pour trois réponses temporelles :

— la courbe 1 est caractéristique d'un système non oscillant, le temps de réponse à 5% de ce système est : $T_{5\%} = T_1$. À partir de l'instant T_1 la réponse est toujours comprise entre les deux bandes à ±5% de la valeur finale.

— les courbes 2 et 3 sont caractéristiques d'un système dont la réponse est oscillatoire amortie. Les instants T_2 et T_3 correspondent aux temps de réponse à 5% des réponses 2 et 3.

Attention, la mesure s'effectue par rapport à la valeur finale de la sortie et non pas par rapport à l'échelon de l'entrée.

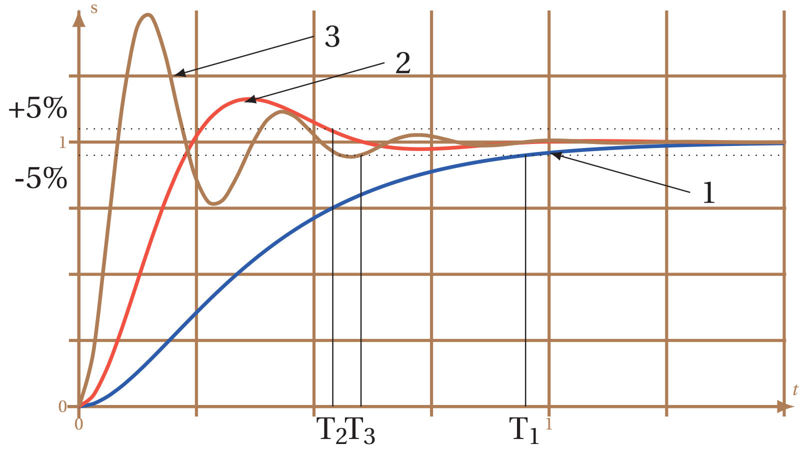


FIGURE 2.6 – Temps de réponse

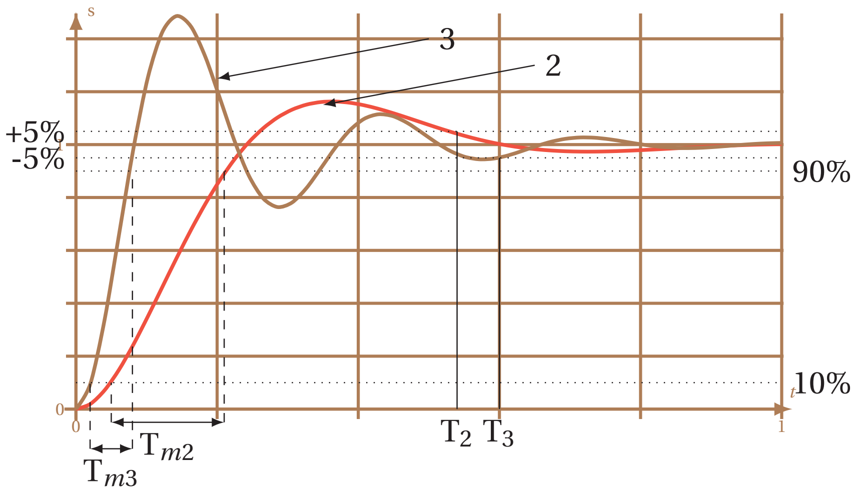


FIGURE 2.7 – Temps de montée

2.8.2 Temps de montée

On constate en comparant les réponses des systèmes 2 et 3 que les temps de réponses sont comparables mais que le comportement est lui fortement différent. Le système 3 est fortement oscillant et semble plus « dynamique » que le système 2. Le temps de réponse, tel qu'il est défini ne permet pas de différencier ces deux systèmes.

Pour les différencier, il est possible de déterminer le temps de montée T_m que l'on détermine en mesurant l'intervalle de temps séparant les instants auxquels la réponse indicielle vaut 10% et 90% de la valeur finale (ou entre 20% et 80%). On remarque sur la figure 2.7 que les deux temps de montée T_{m2} et T_{m3} sont notablement différents.

2.9 Dépassements

La mesure du dépassement relatif des systèmes oscillatoires amortis permet d'évaluer le taux d'oscillation du système. L'amplitude du dépassement et la rapidité de décroissance caractérise la stabilité relative.

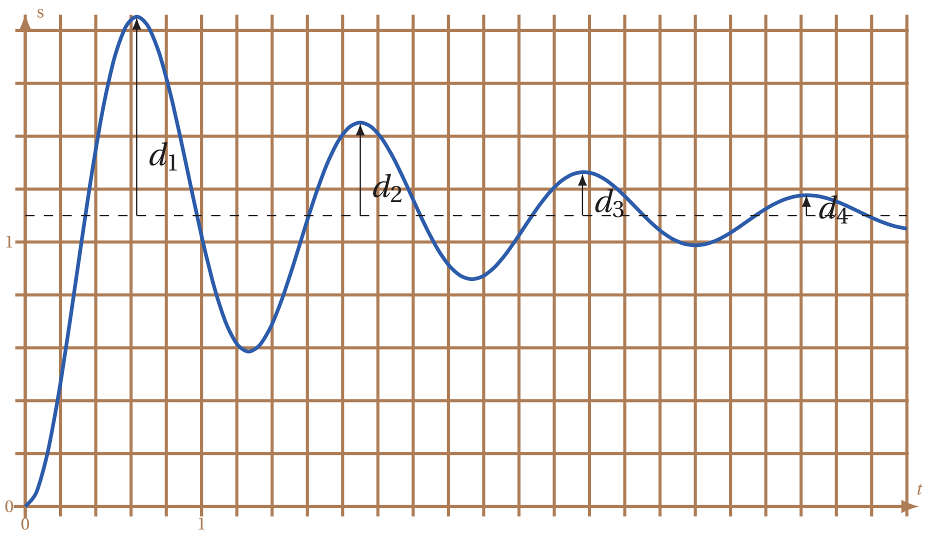


FIGURE 2.8 – Dépassement

Le dépassement relatif est déterminé pour chaque dépassement de la valeur finale (figure 2.8)

$$D_{i\%} = \frac{S(t_{mi}) - S(\infty)}{S(\infty)} = \frac{d_i}{S(\infty)}$$

avec

— $D_{i\%}$: le dépassement relatif pour le i^{me} maximum.

— t_{mi} : l'instant du i^{me} maximum.

— $S(\infty)$: la valeur finale.

— $S(t_{mi})$: la valeur du i^{me} maximum.

— $d_i = S(t_{mi}) - S(\infty)$.

Un critère important de réglage peut être l'absence de dépassement.

2.10 Stabilité

La stabilité est la plus importante des caractéristiques que doit posséder un système asservi.

Une manière intuitive de préciser la notion de stabilité est d'imaginer un système que l'on écarte de sa position initiale par une impulsion et de regarder son évolution, s'il retrouve sa position initiale, il est stable, s'il s'en écarte, il est instable(figure 2.9).

Un système à stabilité indifférente va s'écarter de sa position initiale pour trouver une autre position stable différente de la première, le système s'écarte mais ne diverge pas.

Plusieurs définitions de la stabilité sont envisageables.

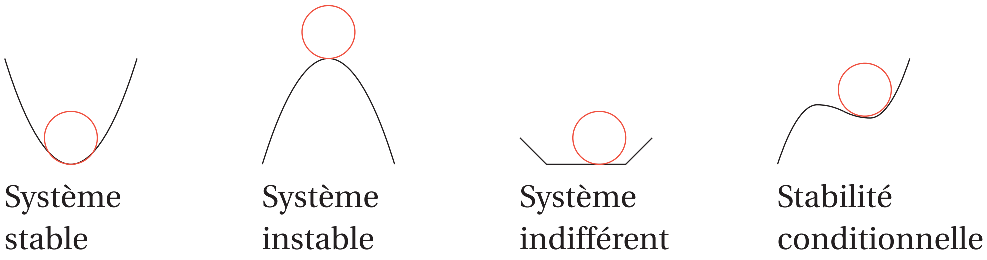


FIGURE 2.9 – Stabilité des systèmes

Définition 1 : Un système physique est stable si à une entrée bornée correspond une sortie bornée.

Définition 2 : Un système physique est stable si la réponse libre du système tend vers zéro à l'infini, c'est dire qu'il retourne spontanément vers son état d'équilibre lorsqu'il en est écarté.

Ces deux définitions sont équivalentes pour les systèmes linéaires.

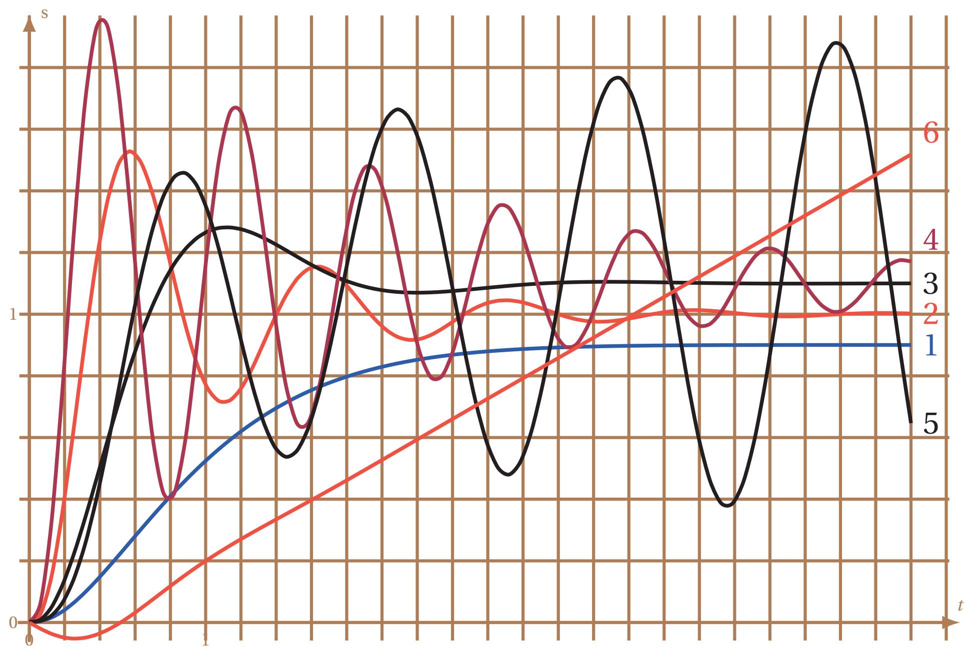


FIGURE 2.10 – Stabilité

La figure 2.10 présente la réponse temporelle de quelques systèmes sollicités par un échelon :

— les réponses 1, 2, 3 , 4 sont caractéristiques de systèmes stables. La réponse 1 est une réponse apériodique, les trois autres sont oscillatoires amorties.

— les réponses 5 et 6 sont celles de systèmes instables, elles sont toutes les deux divergentes, oscillatoire ou non.

On note aussi en comparant les réponses 2 à 4 que le critère strict de stabilité, s'il est nécessaire, n'est pas suffisant. En effet est-il envisageable qu'un système atteigne sa position définitive après un grande nombre d'oscillations ?

2.11 Comportement - connaissance

2.12 Modèle de connaissance

Il est parfois possible d'écrire l'ensemble des équations différentielles décrivant le fonctionnement du système asservis, On dit alors que le système est décrit par son modèle de connaissance.

Nous verrons la description par les équations différentielles dans le chapitre suivant.

2.13 Modèle de comportement

Il est souvent difficile voire impossible d'avoir une description mathématique complète du système. il est alors possible de modéliser le système à partir d'une étude comportementale. Le système étant soumis à des signaux d'entrée canoniques, le modèle mathématique équivalent est alors déduit par analogie de la réponse comportementale avec la réponse d'un système connu.

Les principaux signaux permettant d'identifier le système sont :

L'échelon de Heaviside :

L'échelon est le signal de base d'étude des systèmes asservis. Il permet d'étudier le comportement du système lorsqu'on on lui applique une consigne constante.

Il est généralement noté $e(t) = \mathrm{E}_0 \cdot \mathscr{H}(t)$

L'échelon unitaire est appelé fonction de *Heaviside* et parfois noté $\mathscr{H}(t)$ ou $u(t)$.

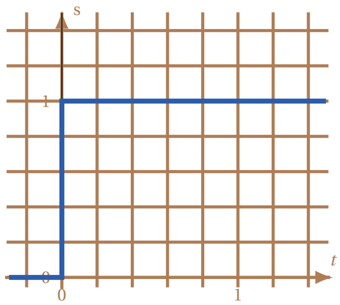


FIGURE 2.11 – Échelon unitaire

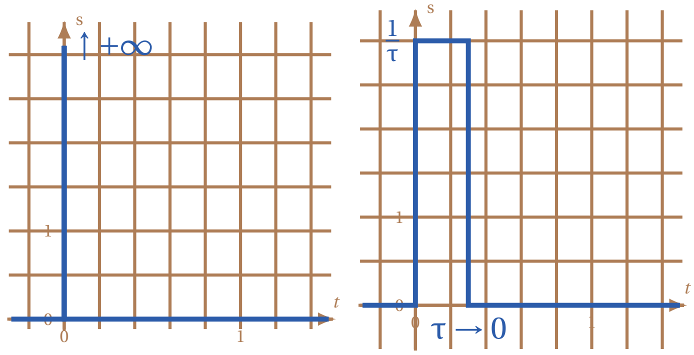
L'implusion de Dirac :

Cette fonction permet de simuler le comportement à un choc, une impulsion.

L'impulsion ou fonction de *Dirac* (figure 2.12a) est définie par :

$$\forall t \neq 0, \delta(t) = 0 \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1.$$

Elle est physiquement irréalisable elle peut être modélisée par la limite lorsque τ tend vers 0 de la fonction représentée sur la figure 2.12b.



(a) impulsion de Dirac (b) modèle de l'impulsion de Dirac

FIGURE 2.12 – impulsion de Dirac

La rampe :

L'entrée en rampe permet d'étudier le comportement dynamique d'un système et principalement sa capacité à suivre une consigne variable. La rampe est définie par :

$$\begin{cases} t < 0 : & e(t) = 0 \\ t \geq 0 : & e(t) = a \cdot t \end{cases}$$

$e(t) = a \cdot t \cdot \mathscr{H}(t)$.

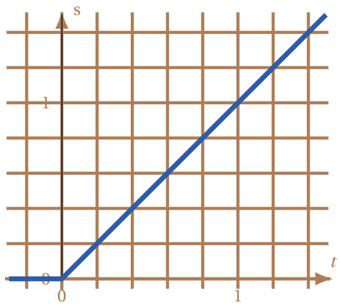


FIGURE 2.13 – Rampe

la sinusoïde L'entrée sinusoïdale permet d'étudier le comportement fréquentiel du système en faisant varier la pulsation du signal.

Le signal sinusoïdal est défini par :

$$\begin{cases} t < 0 : & e(t) = 0 \\ t \geq 0 : & e(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{cases}$$

$e(t) = a \cdot (\sin \omega \cdot t) \cdot \mathscr{H}(t)$.

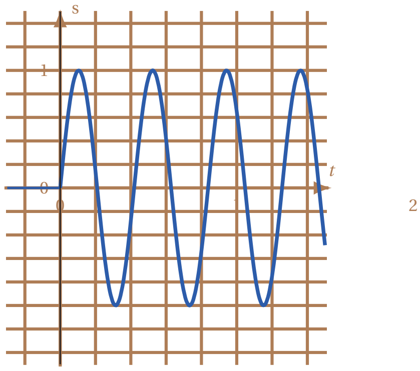


FIGURE 2.14 – Rampe

Nous allons maintenant, nous intéresser à la résolution des systèmes linéaires continus.