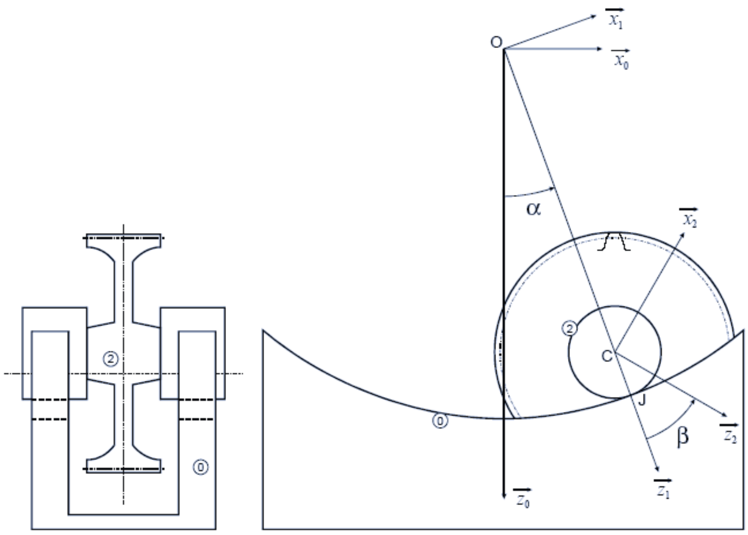
Exercice 10- Détermination expérimentale du moment d'inertie

Corrig page 41

Mesure d'un moment d'inertie

La figure suivante représente un dispositif conçu pour déterminer le moment d'inertie d'un engrenage. L'engrenage est fixé de part et d'autre à deux cylindres en acier qui roulent sur les portées cylindriques du bâti 0. En écartant l'engrenage de sa position d'équilibre, on obtient un mouvement oscillatoire. L'objectif du problème est de montrer comment déterminer le moment d'inertie de l'engrenage par rapport à son axe de rotation $(C, \overrightarrow{y})$, à partir de la mesure de la période d'oscillation.



Données :

- Rayon des portées cylindriques R = 200 mm
- Rayon des cylindres r = 18 mm
- Épaisseur des cylindres e = 20 mm
- Masse de l'engrenage m = 3617 g
- Coefficient de frottement en J (respectivement J') f = 0.15

Les hypothèses suivantes sont considérées :

- Les cylindres de rayon r sont en acier de masse volumique $\rho = 7800 kg/m^3$,
- Il y a roulement sans glissement au point J (respectivement au point J', le contact est supposé ponctuel.
- La pièce 2 est constituée de l'ensemble : engrenage + 2 cylindres.

— Le point C est le centre de gravité de la pièce 2.
— Le moment d'inertie de la pièce 2 par rapport à son axe de rotation $(C, \overrightarrow{y})$ est noté I_2. La matrice d'inertie de cette pièce est diagonale.

A. Étude cinématique
Q1. Expliciter les vitesses $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ et $\overrightarrow{V(J,2/0)}$.
Q2. Écrire la relation de roulement sans glissement et déterminer une relation entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$.

B. Étude dynamique
Q3. Calculer la masse M de la pièce 2.
Q4. Calculer l'accélération du point C .
Q5. Calculer le moment dynamique de la pièce 2 en C.
Q6. Faire le bilan des actions mécaniques appliquées sur la pièce 2.
Q7. Appliquer le P.F.D. et écrire les équations de la dynamique.

C. Étude du mouvement
Q8. Du système précédent, extraire l'équation différentielle qui décrit le mouvement.
Q9. En supposant que l'angle α reste faible, on peut utiliser la simplification $\sin\alpha = \alpha$. Simplifier et résoudre cette équation du mouvement.

D. Exploitation
A l'aide d'un chronomètre, on mesure une période d'oscillation $T = 4.06s$,
Q10. Calculer la valeur numérique de I_2.
Q11. En déduire, le moment d'inertie de l'engrenage seul.
A l'instant initial, t = 0, la pièce 2 est lâchée à une position $\alpha = \alpha_0$, avec une vitesse nulle.
Q12. Quelle est la valeur maximale α_0 pour qu'il n'y ait pas de glissement en J.

Exercice 11- Cellule de découpe de vitre

Corrig page 42

Le dispositif étudié permet le basculement d'une table chargée d'une vitre de la position de prise de vitre à la position horizontale en vue du transfert vers une table de découpe (figure 0.22) . On se propose de déterminer les caractéristiques des vérins. Le modèle d'étude est présenté sur la figure 0.23a.

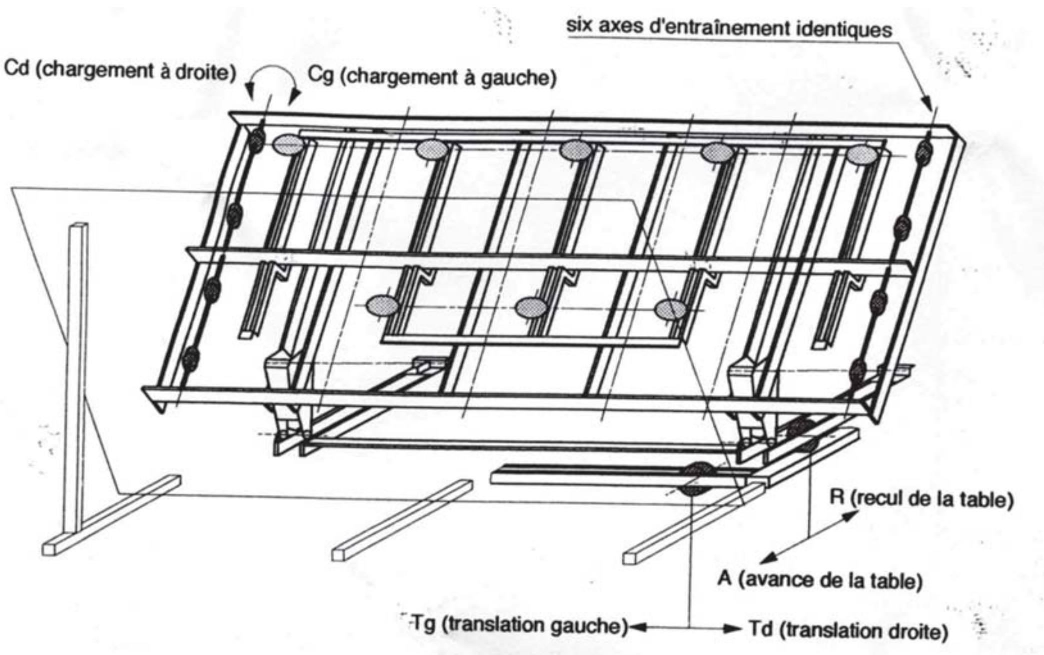


Figure 0.22 – Poste de basculement

On admettra que le mouvement de la table basculante est uniformément varié (figure 0.23b) et que le moment d'inertie de l'ensemble mobile S={table, ventouse, plaque de verre, ...} autour de l'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ est noté J avec $J = 670\,\mathrm{kgm^2}$. La masse de l'ensemble est $m = 500\,\mathrm{kg}$. L'amplitude du mouvement est de $110°$ et s'effectue en $55\,\mathrm{s}$.

Hypothèses complémentaires :

— les liaisons sont parfaites ;

— la liaison entre la tige et le corps du vérin est modélisée par une liaison pivot glissant (on notera 2_C le corps du vérin et 2_T la tige) ;

— le mécanisme est plan ;

— toutes les masses et inerties sont négligeables devant celle de l'ensemble S.

Q1. Tracer le graphe des liaisons du mécanisme.

Q2. Établir l'inventaire des efforts extérieurs au système S.

Q3. Montrer que l'action en A du vérin sur la table est de la forme $\overrightarrow{F_{2\to 1}} = F \cdot \overrightarrow{x_2}$.

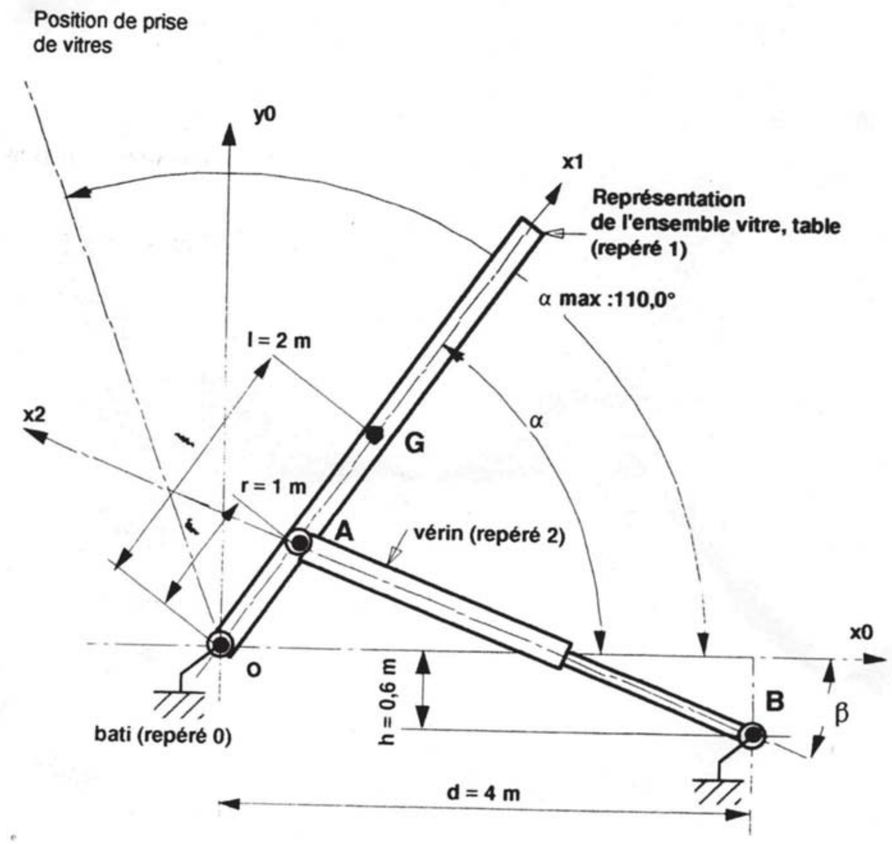
Q4. On modélise l'ensemble mobile par une plaque rectangulaire d'épaisseur négligeable de longueur h (suivant $\overrightarrow{z_0}$) et de largeur $2 \cdot l$ (suivant $\overrightarrow{x_1}$). Déterminer J en fonction de l et h.

Q5. Déterminer le moment dynamique de l'ensemble mobile S dans son mouvement par rapport au repère galiléen associé au bâti 0.

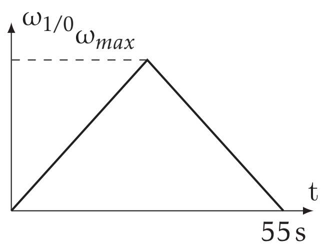
Q6. Écrire le théorème du moment dynamique en O en projection sur $\overrightarrow{z_0}$.

Q7. En déduire F en fonction des paramètres du mouvement α et β et de leurs dérivées.

Q8. Montrer que F est maximal pour $\alpha = 0$.



(a) Schéma du poste de basculement



(b) Graphe des vitesses

Figure 0.23