4.6 Exercices

Exercice 1- Barrière de parking

Corrig page 20

On se propose de comparer d'un point de vue dynamique le comportement de deux barrières de parking.

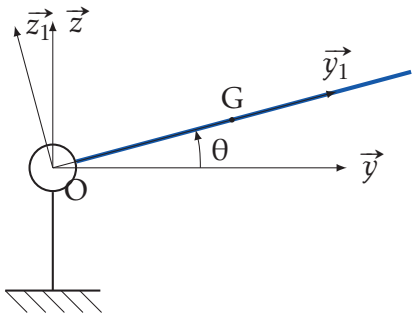


Figure 4.5 – Barrière Type A

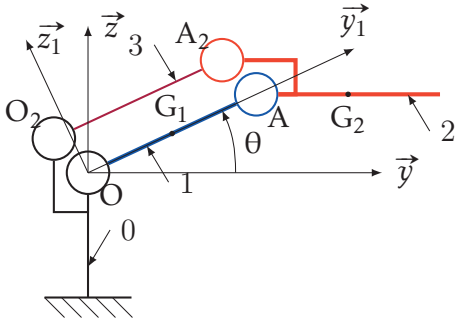


Figure 4.6 – Barrière Type B

La barrière type A est un profilé en aluminium de longueur $L_A = 2 \cdot L = 2\,m$ et de masse $M_A = 2 \cdot M$.

La barrière de type B est composée de deux demi-barrières (1) et (2) de masse $M_B = M$ et de longueur $L_B = L = 1\,m$. La demi barrière extrême (2) est toujours parallèle au sol (parallélogramme OAA_2O_2).

On note C_A le couple moteur agissant sur la barrière de type A et respectivement C_B pour la barrière de type B.

Hypothèses et données complémentaires :

— on modélise d'un point de vue cinétique, chaque barrière par une tige sans épaisseur ;

— le centre d'inertie de chaque barrière (demi-barrière) est à mi-longueur ;

— la tige de rappel (3) de la barrière de type B est de masse et inertie négligeable.

Q1. Déterminer dans les deux cas l'équation différentielle donnant le couple moteur nécessaire pour lever la barrière par la méthode de votre choix.

Q2. Comparer les deux couples moteurs C_A et C_B pour une même loi de vitesse. Conclure.

Exercice 2- PorteAvion-cinetique
adapté du concours Mines-Ponts 2002 Corrig page 21

Description

Afin de stabiliser la plate forme du Porte-Avions[1] Nucléaire (PAN) Charles de Gaulle, la Direction des Constructions Navales (DCN) de la Délégation Générale pour l'Armement (DGA) a développé le SATRAP : (Système Automatique de TRAnquillisation et de Pilotage)

Ce système permet de réduire les mouvements non désirés du navire : le roulis[1], le lacet[1] et l'embardée[1].

Ainsi, le PAN, malgré ses dimensions modérées (40 000 tonnes), dispose d'une capacité de mise en œuvre de l'aviation embarquée sur mer forte équivalente à celle de porte-avions jaugeant 90 000 tonnes.

Cette mise en œuvre nécessite de maintenir le roulis à moins de 2° en route rectiligne ou en giration[1] et la gîte[1] à moins de 1,5° en route rectiligne.

La figure 4.7 présente la position des principaux éléments constitutifs.

La partie opérative du SATRAP est composée entre autres éléments :

— des 12 trains de masses mobiles du système COmpensation de GITE (COGITE).

— de 4 ailerons[1] stabilisateurs.

— de l'appareil à gouverner (safrans[1]).

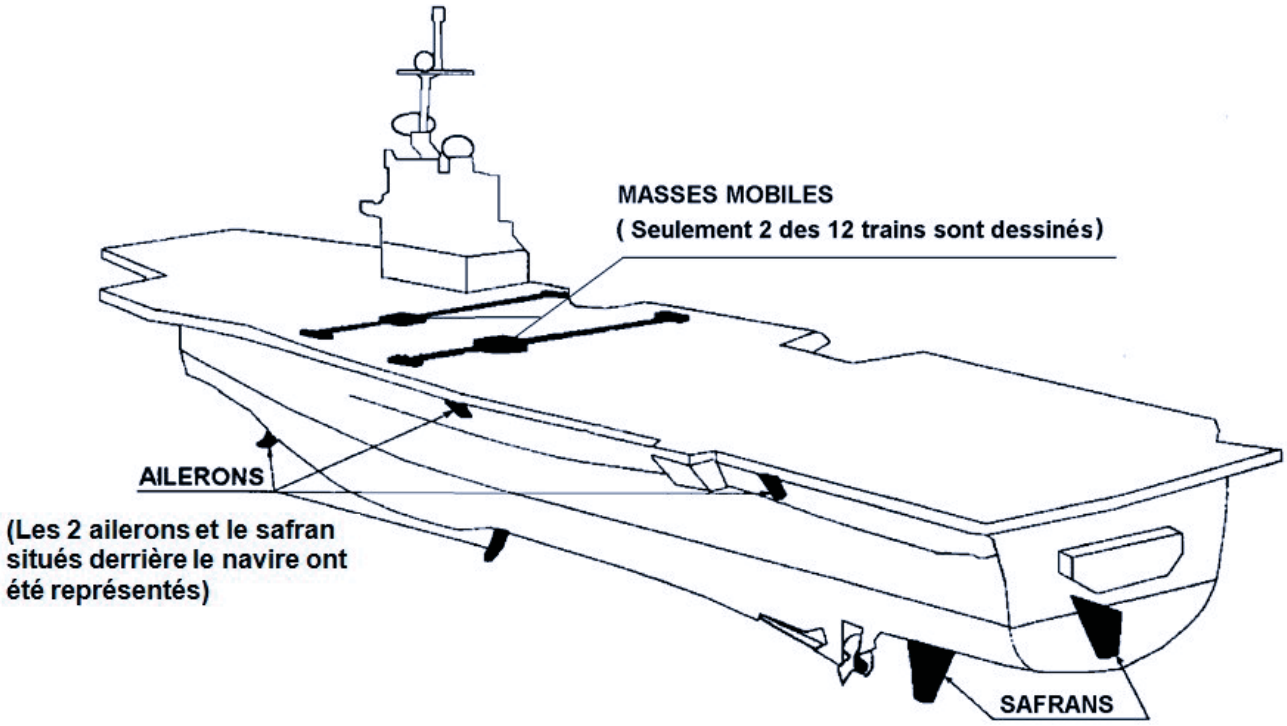


Figure 4.7 – Éléments constitutifs

A. Étude de la partie mécanique du COGITE

Cette étude a pour but le pré-dimensionnement et le choix des actionneurs et capteurs utilisés dans un train de masses.

1. voir annexe en page ??

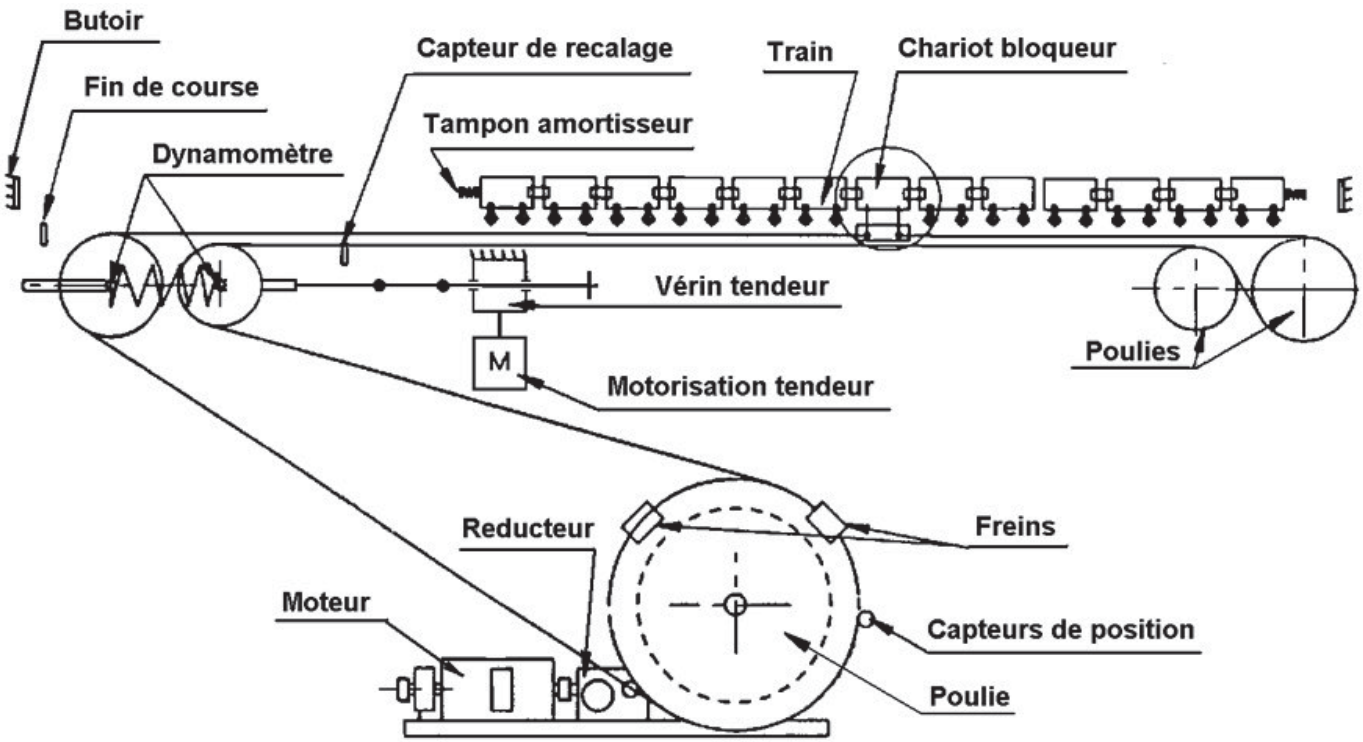


Figure 4.8 – Partie opérative du COGITE

La partie opérative (Figure 4.8) du cogite est constituée de 12 trains de 12 chariots à quatre roues (masse d'un train : $M_t = 22 \times 10^3\,\mathrm{kg}$, inertie des roues négligeable) pouvant se déplacer sur la largeur du navire ($\pm 16\,\mathrm{m}$).

Chaque train est entraîné par un moteur électrique (moment d'inertie négligeable) relié à un réducteur (rapport de réduction $\dfrac{\omega_p}{\omega_m} = n$), lui même accouplé à une poulie (rayon r, moment d'inertie J_p), tournant à une vitesse ω_p , entraînant le câble.

Deux freins permettent l'arrêt des masses.

Le navire est supposé immobile et horizontal par rapport au repère 0.

A.1. Constituants de la partie opérative

Q1. Identification des constituants.

Q1a. En utilisant le schéma Figure 4.8, identifiez les différents constituants de la partie opérative : actionneurs, capteurs et effecteurs, présentez une liste séparée pour chaque type de constituant et précisez leur fonction dans le système.

A.2. Recherche du moment d'inertie équivalent

Q2. Énergie cinétique galiléenne.

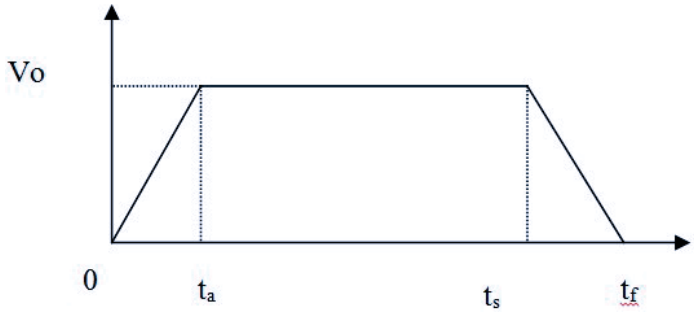
Q2a. En prenant une vitesse de déplacement des masses égale à V_0, déterminez l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble d'un train {poulie + masses} (la masse du câble est négligée ainsi que les inerties des petites poulies) en fonction de ω_m, n, M_t, J_p, r.

Q2b. En déduire le moment d'inertie équivalent J_{eq} du point de vue du moteur.

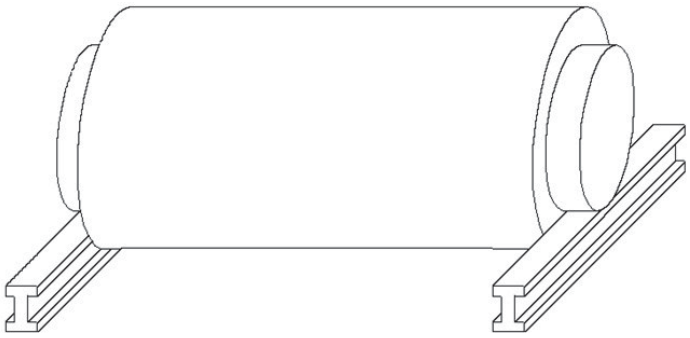
A.3. Calcul de la puissance [5/2 uniquement]

La loi de vitesse du déplacement des trains est donnée par la figure 4.9a.

Q3. Déterminez la puissance galiléenne maximale fournie par le moteur pendant la phase de démarrage (les résistances aux roulements et aux frottements sont négligées).



(a) Loi de vitesse



(b) Première solution

A.4. Forme des masses déplacées

Dans un article publié à la DCN, MM KUMMER (DGA/DCN), HARDIER et LAMBERT (ONERA) analysent la solution actuelle par rapport aux systèmes classique adoptés antérieurement sur d'autres bâtiments (ballastage*).

« Le choix du système à masse solide a permis de gagner 20% en masse, 30% en coût d'acquisition, 40% en encombrement et 50% en énergie électrique par rapport à un système à transfert de liquide. Il est également beaucoup plus précis et plus simple à concevoir transparent à la première panne… »

Q4. Justification du choix retenu.

La première solution proposée par l'industriel faisait appel à 12 trains formés de 12 rouleaux cylindriques monoblocs roulant sans glisser sur des rails, le reste du mécanisme étant identique (Figure ??).

Un prototype a été construit et testé.

La valeur de la masse totale déplacée dans cette première solution et dans la solution retenue est la même.

Q4a. Justifiez le choix effectué en calculant l'énergie cinétique de la première solution.

Exercice 3- Retourneur
extrait E3A Corrig page 22

Un mécanisme de transport de papier utilise pour un transfert entre deux postes de travail, un retourneur. Une bobine de papier est placée sur le retourneur puis celui-ci effectue une rotation d'axe $(O,\overrightarrow{x_0})$. Le retourneur est en liaison pivot parfaite avec le bâti. Un couple moteur de module C_m est appliqué sur le retourneur.

La bobine (B) est un cylindre creux de diamètre extérieur $D_e = 330\,\text{mm}$, de diamètre intérieur $D_i = 120\,\text{mm}$, de hauteur $h = 98\,\text{mm}$, homogène de masse $M_B = 6{,}5\,\text{kg}$ et de centre de gravité G_B ($\overrightarrow{OG_B}\cdot\overrightarrow{y_1} = y_B$, $y_B = 350\,\text{mm}$).

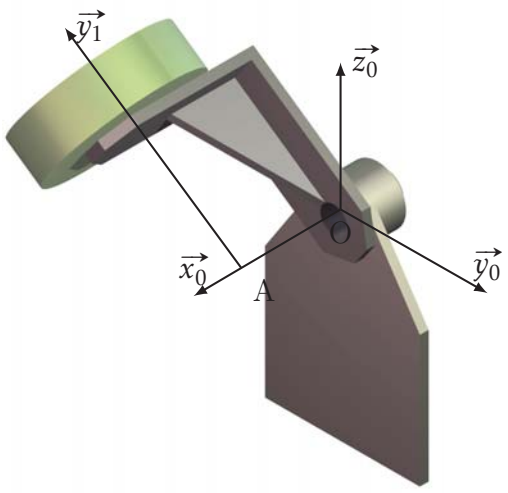


Figure 4.9 – Retourneur

Le retourneur (R) est de masse M_R ($M_R = 22\,\text{kg}$), de centre de gravité G_R ($\overrightarrow{OG_R}\cdot\overrightarrow{y_1} = y_R$, $y_R = 200\,\text{mm}$), la matrice d'inertie du retourneur en O dans la base $(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ s'écrit :

$$\overline{\overline{\mathcal{I}_O(R)}} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{\substack{O \\ (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})}}$$

avec $A = 0{,}35\,\text{kgm}^2$, $B = 0{,}28\,\text{kgm}^2$, $C = 0{,}57\,\text{kgm}^2$, $D = 0\,\text{kgm}^2$, $E = 0\,\text{kgm}^2$ et $F = 0{,}2\,\text{kgm}^2$.

Q1. Déterminez la matrice d'inertie en G_B de la bobine dans base $(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$. En déduire le moment d'inertie par rapport à $(O,\overrightarrow{x_0})$ de la bobine.

Q2. Déterminez le moment d'inertie de l'ensemble Σ ={retourneur, bobine} par rapport à $(O,\overrightarrow{x_0})$.

Q3. Faire l'inventaire des actions appliquées sur l'ensemble Σ.

Q4. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble Σ.

Q5. Déterminer la puissance des efforts extérieurs sur cet ensemble.

Q6. Déterminer, à partir du théorème de l'énergie cinétique, l'équation différentielle du mouvement.

Exercice 4- Meule à huile

Corrig page 23

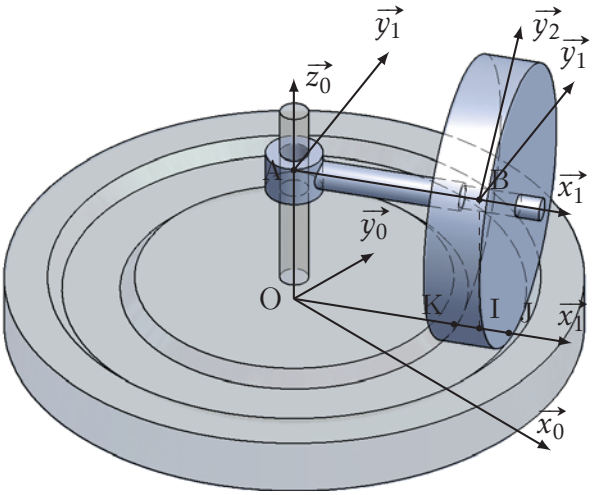
La meule tournante (2), entraînée en rotation par le bras (1), roule sur le socle en pierre (meule dormante) (0). La meule cylindrique d'épaisseur $e = 200\,\text{mm}$, de rayon R, de masse M et de centre d'inertie B est en liaison pivot d'axe $(B, \overrightarrow{x_1})$ avec le bras et celui-ci est en liaison pivot glissant d'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ avec l'axe vertical solidaire du socle. Ces deux liaisons sont supposées parfaites.

La meule roule sans glisser au point I sur la meule dormante. On note f le coefficient de frottement entre la meule et le socle.

La masse et l'inertie du bras sont négligeables devant celles de la meule.

On note $\overrightarrow{C_a} = C_a \cdot \overrightarrow{z_0}$, le couple moteur agissant sur le bras.

Le référentiel associé au socle (0) est supposée galiléen.



- $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ associé à la meule dormante ;
- $(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0})$ associé au bras ;
- $(B, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ associé à la meule tournante ;
- $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = \alpha$;
- $(\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = \theta$;
- $\overrightarrow{OA} = R \cdot \overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{AB} = a \cdot \overrightarrow{y_1}$;
- Les trois points I, J et K appartiennent à la ligne de contact entre la meule tournante et le socle, J et K les points extrêmes, I le milieu.

Figure 4.10 – Meule à huile

A. Étude cinématique

Q1. Écrire les torseurs cinématiques des liaisons 1/0 et 2/1.

On modélise la liaison entre la meule tournante et le socle par une liaison cylindre plan.

Q2. Donner le torseur de cette liaison.

Q3. Écrire la fermeture cinématique.

Q4. À partir de la condition de roulement sans glissement en I, déterminer la relation entre $\dot{\alpha} = \dfrac{d\alpha}{dt}$ et $\dot{\theta} = \dfrac{d\theta}{dt}$.

Q5. Déduire le torseur cinématique en I de la liaison entre de 2/0.

Q6. Déterminer $\overrightarrow{V_{J\in 2/0}}$ et $\overrightarrow{V_{K\in 2/0}}$

Q7. Représenter sur le schéma ci-dessous l'allure de la vitesse de glissement pour tout point du segment KJ.

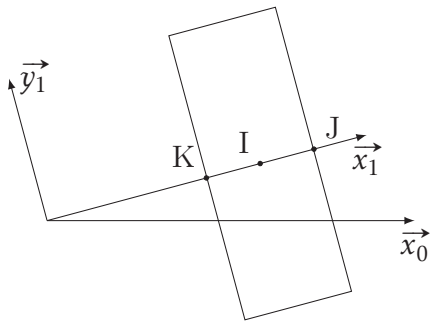


Figure 4.11 – Schéma à compléter

B. Modélisation des efforts

Q8. Écrire les torseurs des efforts transmissibles pour les liaisons 1/0 et 2/1.

On se propose maintenant de déterminer le torseur de l'action de contact entre la meule et le socle.

Soit P_1 un point du segment KI et P_2 un point du segment IJ.

On note p_λ la pression linéïque de contact entre la meule et le socle (supposée constante).

Q9. À partir des relations de Coulomb, décrire l'action élémentaire de contact $\overrightarrow{dF_{0\to 2}^{P_1}}$ au point en P_1 et $\overrightarrow{dF_{0\to 2}^{P_2}}$ en P_2.

Q10. Représenter graphiquement sur le schéma ci-contre l'allure de la composante tangentielle de cette action de contact pour tout point du segment KJ.

Q11. Déterminer le torseur des efforts transmissibles par cette liaison en I. Montrer que $p_\lambda = \frac{M \cdot g}{e}$.

C. Étude dynamique

Q12. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Préciser le système à étudier pour obtenir le couple moteur.

Q13. Déterminer l'énergie cinétique de la meule dans son mouvement par rapport au référentiel associé au socle (supposé galiléen).

Q14. Déterminer la puissance des efforts extérieurs.

Q15. En déduire l'équation différentielle donnant le couple moteur C_a.