

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES,
 ECOLES NATIONALES SUPERIEURES DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,
 DES TECHNIQUES AVANCEES, DES TELECOMMUNICATIONS,
 DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ETIENNE, DES MINES DE NANCY,
 DES TELECOMMUNICATIONS DE BRETAGNE.
 ECOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION 2009

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Filière : MP

SUJET MIS A LA DISPOSITION DES CONCOURS : CYCLE INTERNATIONAL, ENSTIM, INT, TPE-EIVP

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé

Cet énoncé comporte 16 pages numérotées de 1 à 16 et un document annexe de 5 pages. Le travail doit être reporté sur un document-réponse de 4 copies (14 pages) distribuées avec le sujet. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même d'avoir commencé l'épreuve. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Les questions sont organisées au sein d'une progression logique caractéristique de la discipline, certaines questions étant partiellement dépendantes : Il est donc souhaitable de les traiter dans l'ordre. La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

ROBUROC 6 : PLATE-FORME D'EXPLORATION TOUT TERRAIN

Le robuROC 6 (photographie ci-contre) est un robot mobile développé par la société ROBOSOFT. Cette plate-forme robotisée a été conçue pour des applications de recherche et d'exploration en milieu extérieur. Elle est équipée de 6 roues motrices indépendantes, de même diamètre, montées par paires sur 3 podés articulés en tangage et en roulis (**figure 3**). La cinématique permet à la plate-forme de se conformer au relief parcouru et de franchir des obstacles du type trottoirs, escaliers... Le robuROC 6 a été conçu pour se déplacer en zones urbaines et peut aussi s'adapter à tous types de milieux.

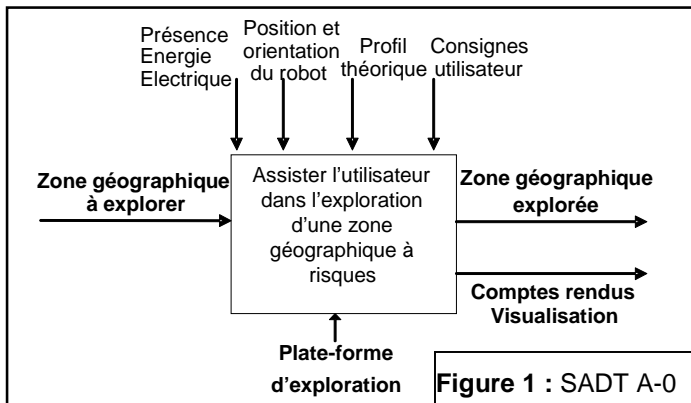


Figure 1 : SADT A-0

Afin d'explorer la zone géographique à risques, les 3 podés peuvent être équipés, selon les besoins de l'utilisateur, de caméras d'observation haute définition à 360°, de systèmes infrarouges de visualisation nocturne, ainsi que de bras de robot articulés pour manipuler des éléments de la zone à explorer. Les diagrammes SADT A-0 (**figure 1**) et FAST (**annexe 1**) recensent les fonctions remplies par la plate-forme.

Les déplacements de la plate-forme sont coordonnés

par l'intermédiaire de deux microcontrôleurs placés dans les podes avant et arrière. Ces microcontrôleurs communiquent entre eux et dialoguent avec l'extérieur suivant deux modes de conduite :

- Le mode **joystick** : l'utilisateur pilote manuellement la plate-forme par l'intermédiaire d'une télécommande;
- Le mode **automatique** : la plate-forme traite les informations du logiciel de supervision notamment le suivi d'un profil théorique.

Pour se repérer dans l'espace, la plate-forme est équipée de capteurs relatifs positionnés sur chacune des six roues, d'inclinomètres et d'un système de positionnement absolu par GPS. Des capteurs à ultrasons et des « bumpers » (détecteurs de collision) participent à la sécurité matérielle et à la détection des obstacles.

La motorisation principale est assurée par six moteurs électriques équipés de réducteurs épicycloïdaux permettant de transmettre l'énergie mécanique aux six roues. Le franchissement des obstacles est facilité par un système hydraulique permettant le soulèvement des podes avant et arrière. Ce système est constitué de quatre vérins disposés de part et d'autre du podo central (**figure 3**) et d'une centrale hydraulique alimentée par une pompe à engrenage (**annexe 2**). La plate-forme peut se déplacer, sous conditions, en mode 6 roues ou 4 roues pour certaines applications particulières (**figure 2**). L'énergie électrique nécessaire au fonctionnement est stockée dans des batteries occupant la plus grande partie du volume interne des trois podes. Une unité de gestion électrique optimise la consommation d'énergie.

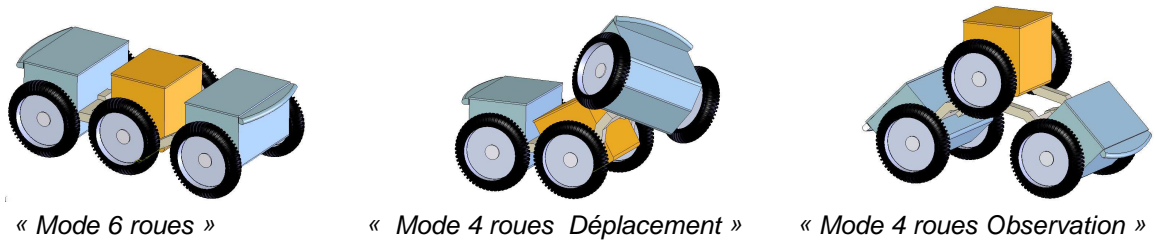


Figure 2 : Mode de déplacement de la plate-forme

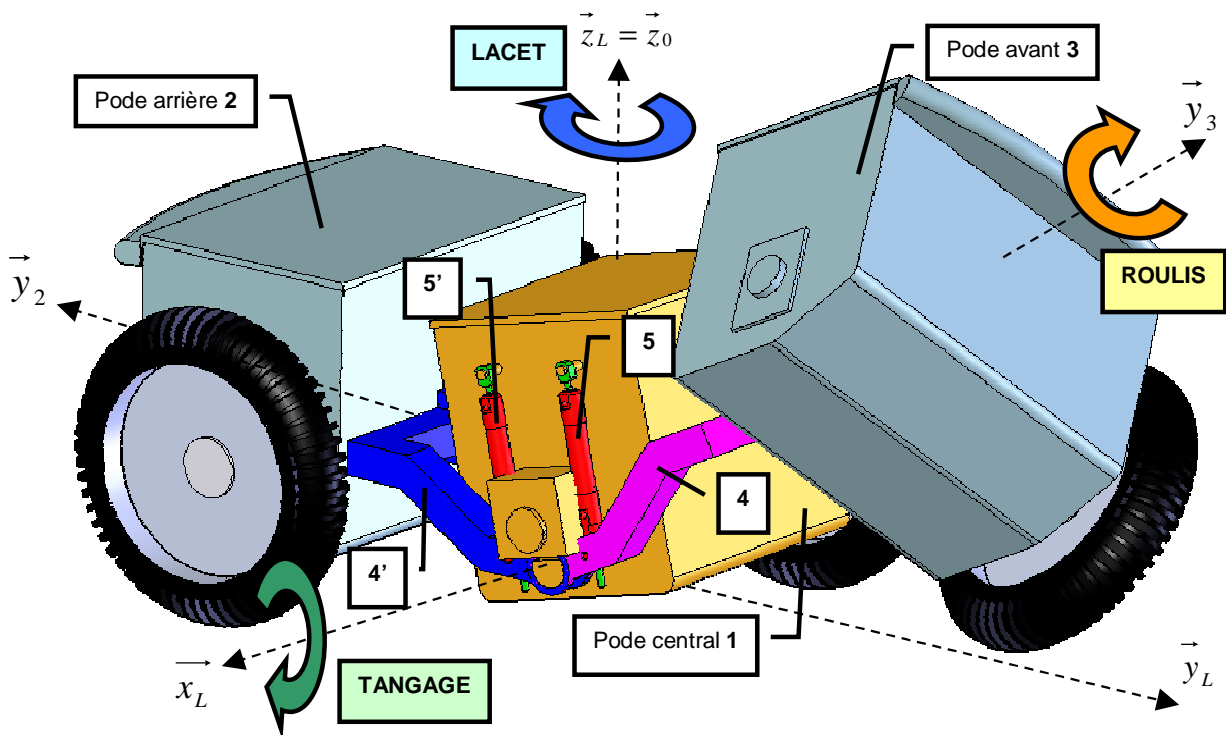


Figure 3 (roue centrale et roue avant droite supprimées pour plus de visibilité)

Les trois podes sont articulés en tangage et en roulis (**figure 3**). Le mouvement de **tangage** est guidé par deux liaisons pivot (d'axe de direction \vec{x}_L), respectivement entre le bras d'articulation avant **4** et le pode central **1** et entre le bras d'articulation arrière **4'** et le pode central **1**. Le système hydraulique de suspension permet l'amortissement (mode passif) et la motorisation de ce mouvement (mode actif). Les vérins **5** (côté droit) et **6** (côté gauche) sont en liaison avec le bras d'articulation avant **4** et le pode central **1**. Les vérins **5'** (côté droit) et **6'** (côté gauche) sont en liaison avec le bras d'articulation arrière **4'** et le pode central **1**. Le mouvement de **roulis** est assuré par deux liaisons pivot entre le pode avant **3** et le bras d'articulation avant **4** (liaison d'axe de direction \vec{y}_3) d'une part, et entre le pode arrière **2** et le bras d'articulation arrière **4'** (liaison d'axe de direction \vec{y}_2) d'autre part. Ce mouvement n'est pas motorisé.

Extrait du cahier des charges fonctionnel (d'après le diagramme FAST en annexe 1):

Fonctions	Critères	Niveaux	Flexibilité
FT3 : Assurer le déplacement	Vitesse de déplacement de la plate-forme	13,7 km/h	Valeur maximale
	Hauteur de franchissement d'un obstacle de type « trottoir » (D_{max})	40 cm	Valeur minimale
	Pente du relief à vide	45 °	Valeur maximale
	Débattement angulaire en tangage du bras 4 par rapport au pode central 1	de -45° à +30°	-----
	Débattement angulaire en tangage du bras 4' par rapport au pode central 1	de +45° à -30°	-----
	Débattement angulaire en roulis du pode avant 3 par rapport au bras 4	de -45° à +45°	-----
	Débattement angulaire en roulis du pode arrière 2 par rapport au bras 4'	de +45° à -45°	-----
FT4 : Analyser la zone géographique à explorer	Charge utile répartie sur les trois podes	100Kg	Valeur maximale
	Hauteur d'observation (H_{obs})	85 cm	Valeur minimale
FT6 : Fournir l'énergie électrique	Autonomie d'utilisation	4h	+/- 1h selon les conditions

I. ANALYSE FONCTIONNELLE

Q1: Compléter le diagramme FAST de la plate-forme d'exploration présenté en **annexe 1** en indiquant les solutions techniques associées aux fonctions techniques référencées dans le tableau du document-réponse.

II. FONCTION TECHNIQUE FT32 : ASSURER LE MOUVEMENT EN TANGAGE

Hypothèses :

- Dans toute la **partie II**, le mouvement de roulis est fixé à une valeur nulle. Ainsi le bras d'articulation avant **4** et le pode avant **3** sont solidaires et de la même manière, le bras d'articulation arrière **4'** et le pode arrière **2** sont aussi solidaires. D'autre part, le mouvement de lacet n'est pas considéré.

- Les éléments hydrauliques placés du côté gauche (vérins **6** et **6'**) agissent exactement de la même manière que les éléments placés du côté droit (vérins **5** et **5'**). L'étude suivante du circuit hydraulique sera donc réalisée uniquement du côté droit.

II.1. Fonctionnement du circuit hydraulique

Les fonctions à remplir par le circuit hydraulique (**annexe 2**) sont principalement de :

- synchroniser les mouvements de tangage des podes avant et arrière afin de se conformer au relief ;
- amortir les mouvements de tangage ;
- piloter les mouvements de tangage.

a. Synchroniser et amortir les mouvements de tangage des trois podes

Dans un premier temps, la centrale hydraulique n'est pas activée (**annexe 2**). Il s'agit donc d'étudier le comportement de la plate-forme en mode passif (suivi du relief et amortissement des mouvements sans pilotage).

Les vérins utilisés, tous identiques, sont des vérins à double effet et tige traversante. Chaque vérin possède deux chambres à volume variable remplies d'huile. Deux répartiteurs hydrauliques (un répartiteur placé du côté gauche et l'autre du côté droit) assurent la circulation de l'huile entre les vérins avant et arrière en croisant l'alimentation des chambres des vérins avant et arrière.

Un schéma cinématique du montage des vérins est fourni en **annexe 3** et est complété par la représentation des principales fonctionnalités du répartiteur hydraulique droit.

Q2: *Sur le document-réponse (**questions 2 et 3**), indiquer en hachurant, les chambres des vérins qui sont en communication ainsi que le flexible permettant de les relier. Vous adopterez un type de hachures par volume d'huile en communication.*

A partir d'une position plane de la plate-forme (position du document-réponse **questions 2 et 3**), considérons que le pode avant **3** commence un mouvement de CABRAGE (montée du pode avant **3** et du bras d'articulation **4** par rapport au pode central **1**) suite à un obstacle. On note β l'angle de tangage entre le bras d'articulation **4** et le pode central **1** engendré par ce mouvement.

Q3: *Sur le document-réponse (**questions 2 et 3**), indiquer par des flèches le sens de circulation de l'huile dans les flexibles au cours de ce mouvement de CABRAGE. Indiquer quel est le mouvement engendré entre l'ensemble {pode arrière **2** + bras d'articulation **4**} et le pode central **1**, ainsi que son amplitude suite au mouvement de CABRAGE du pode avant d'un angle β .*

b. Piloter les mouvements de tangage.

Le système hydraulique est conçu de telle sorte que les angles de tangage entre le pode central **1** d'une part et les podes avant / arrière d'autre part soient opposés à chaque instant. Ainsi, l'utilisateur n'a besoin de définir qu'un seul angle de tangage β défini entre le pode central **1** et le pode avant **3** par $\beta = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3)$ (**annexe 5**). L'angle β varie entre -45° et $+30^\circ$. Les valeurs négatives correspondent à un mouvement de PLONGEE du pode avant, les valeurs positives à un mouvement de CABRAGE.

Afin de piloter l'angle de tangage β conformément aux consignes des microcontrôleurs, la centrale hydraulique est activée. Un schéma de principe de cette centrale est fourni sur le document-réponse (**question 4**). La circulation d'huile est générée par une pompe à engrenage entraînée par un moteur électrique. Les consignes électriques de CABRAGE ou de PLONGEE agissent sur un distributeur 4/3 (4 orifices et 3 positions) afin de réaliser le mouvement

attendu au niveau des vérins (description du fonctionnement et de la normalisation d'un distributeur 4/3 disponible en **annexe 4**).

Q4: Sur le document-réponse (**question 4**), relier les orifices de sortie du distributeur 4/3 aux flexibles d'alimentation des vérins afin de respecter les ordres de PLONGEE et de CABRAGE.

II.2. Validation des performances du circuit hydraulique

La position de PLONGEE maximale, permet au podé central **1** d'atteindre son point culminant par rapport au sol. Seuls les podés avant **3** / arrière **2** sont alors en contact avec le sol horizontal. Cette position, appelée « *Mode 4 roues Observation* » (**figure 2**), permet à l'utilisateur d'observer le milieu environnant à l'aide d'une caméra placée sur le plan supérieur du podé central. La position de CABRAGE maximale, permet quant à elle de soulever le podé avant le plus haut possible afin de franchir un obstacle (« *Mode 4 roues Déplacement* » (**figure 2**)). Dans cette position, seuls le podé arrière **2** et le podé central **1** sont en contact avec le sol.

a. Etude de la PLONGEE

Sur le document-réponse (**question 5**), le podé central **1** est représenté parallèle au sol en « *Mode 4 roues Observation* ». Les podés **2** et **3** ont été représentés en pointillés dans leur position initiale pour un angle de tangage nul. Les points C_{3i} et C_{2i} définissent respectivement les positions initiales du centre de la roue avant et du centre de la roue arrière.

Q5: Représenter, sur le document-réponse (**question 5**), pour la position de PLONGEE maximale ($\beta_{\min} = -45^\circ$) :

- les positions du centre de la roue avant, appelé C_{3P} et du centre de la roue arrière, appelé C_{2P} ;
- les cercles représentant les roues avant et arrière ainsi qu'une droite représentant le sol ;
- la hauteur maximale atteignable H_{obs} mesurée entre le sol et le plan d'installation de la caméra du podé central **1**.

Mesurer H_{obs} et comparer cette valeur au cahier des charges.

b. Dimensionnement des vérins

Le choix des vérins assurant le mouvement de tangage est délicat. En effet, l'encombrement très réduit oblige le concepteur à positionner l'axe de fixation des vérins avec les bras **4** et **4'** très près de l'axe de rotation en tangage (O_1, \vec{x}_L). L'objectif de cette partie est de déterminer la course des vérins en fonction de l'amplitude du mouvement. Pour cette étude, nous considérerons la configuration d'essai suivante où le podé central **1** est fixe et placé parallèlement au sol. L'ensemble $E = \{\text{bras d'articulation avant } \mathbf{4} + \text{podé avant } \mathbf{3} + \text{roues avant}\}$ est soulevé par les vérins avant **5** et **6** placés de part et d'autre du podé central **1**. Le modèle cinématique retenu est défini sur l'**annexe 6**. Le mécanisme est constitué :

- du podé central fixe **1** : repère associé $R_1 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$;
- de l'ensemble $E = \{\text{bras d'articulation avant } \mathbf{4} + \text{podé avant } \mathbf{3} + \text{roues avant}\}$: repère associé $R_3 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ avec $\beta = (y_1, y_3) = (z_1, z_3)$;

- du vérin **5** constitué du corps **5₁** et de la tige **5₂** : repère associé $R_5 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ avec $\gamma = (\vec{y}_3, \vec{y}_5) = (\vec{z}_3, \vec{z}_5)$;
- du vérin **6** non représenté car ayant le même comportement que le vérin **5**.

Paramétrage :

- $\vec{O}_1A = d_4 \cdot \vec{y}_3$; $\vec{AB} = \lambda \cdot \vec{y}_5$; $\vec{O}_1B = d_1 \cdot \vec{y}_1 + h_1 \cdot \vec{z}_1$.

Valeurs numériques :

- $d_4 = 70$ mm ; $h_1 = 292$ mm ; $d_1 = 76$ mm ; $\beta \in [-45^\circ, +30^\circ]$.

Q6: Exprimer λ en fonction de d_4 , h_1 , d_1 et β .

Q7: Calculer les valeurs numériques d'élongation minimale λ_{\min} , maximale λ_{\max} ainsi que la course du vérin **5**.

III. FONCTION TECHNIQUE FT 31 : ASSURER LE MOUVEMENT DE LACET

Hypothèses :

- De la même manière que dans la **partie II**, dans toute la **partie III**, le mouvement de roulis n'est pas considéré. Il est fixé à une valeur nulle.

Les 6 roues de la plate-forme (notée *PF*) sont motorisées permettant ainsi de se déplacer sur des reliefs très accidentés. Cependant, la plate-forme ne comporte pas de systèmes spécifiques de direction. Le changement de direction est imposé par une rotation différentielle des roues du pôle central **1**. Les roues avant et arrière doivent alors avoir des vitesses de rotation compatibles avec celles du pôle central **1**. Lorsque le rayon de courbure de la trajectoire suivie par la plate-forme devient inférieur à 4 mètres, le groupe hydraulique est actionné pour passer en « *Mode 2 roues instable* ». La plate-forme ne tenant pas en équilibre sur 2 roues, elle retombe dès le début du mouvement sur les roues arrière ou les roues avant, passant donc en « *Mode 4 roues Déplacement* ». Cette intervention du groupe hydraulique permet ainsi de soulager le contact entre les roues des pôles avant / arrière et le sol. Pour cette étude, nous considérerons que la plate-forme retombe sur les roues arrière (**annexe 7**) et nous nous placerons dans le cas d'un rayon de courbure nul. Le mouvement de lacet étudié est donc une rotation autour de l'axe (C_1, \vec{z}_0) d'angle φ , appelé *angle de lacet*.

Ce mouvement est défini par le torseur cinématique suivant :

$$\{V(PF/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(PF/0) = \dot{\varphi} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_1}$$

L'objectif de cette partie est de valider l'aptitude du système à respecter la loi de vitesse de la **figure 4**.

Le modèle cinématique retenu est représenté sur l'**annexe 7**.

Les roues centrales et les roues arrière sont en contact avec le sol. Dans ce mode, seules les roues centrales R_{1d} et R_{1g} sont motrices. Elles roulent sans glisser sur le sol en I_{1d} et I_{1g} . Les roues du pôle avant **3** et du pôle arrière **2** sont bloquées (**figure 5**).

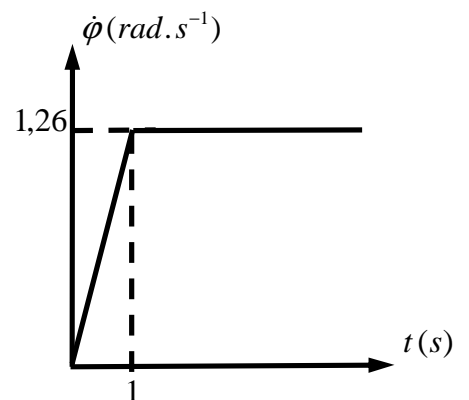


Figure 4 : Loi de commande de vitesse

Paramétrage : (annexe 7)

- $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol **0** et supposé « galiléen » ;
- $R_L = (C_1, \vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ lié à la plate-forme *PF* tel que $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_L) = (\vec{y}_0, \vec{y}_L)$ appelé angle de lacet ;
- $R_1 = (C_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié au pôle central **1** tel que $\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_1) = (\vec{z}_L, \vec{z}_1)$;
 β est l'angle de tangage ; $\beta = 2^\circ$ (supposé constant pendant tout le mouvement de lacet) ;
- $R_3 = (C_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ lié au pôle avant **3** tel que $2\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_3) = (\vec{z}_L, \vec{z}_3) = 4^\circ$;
- $\vec{C}_1\vec{C}_3 = b.\vec{y}_3$ et $\vec{C}_1\vec{C}_2 = -b.\vec{y}_L$ avec $b = 553\text{ mm}$;
- La **figure 5** permet de définir le paramétrage de chacune des roues de la plate-forme en contact avec le sol avec l'exemple de la roue centrale droite R_{1d} .

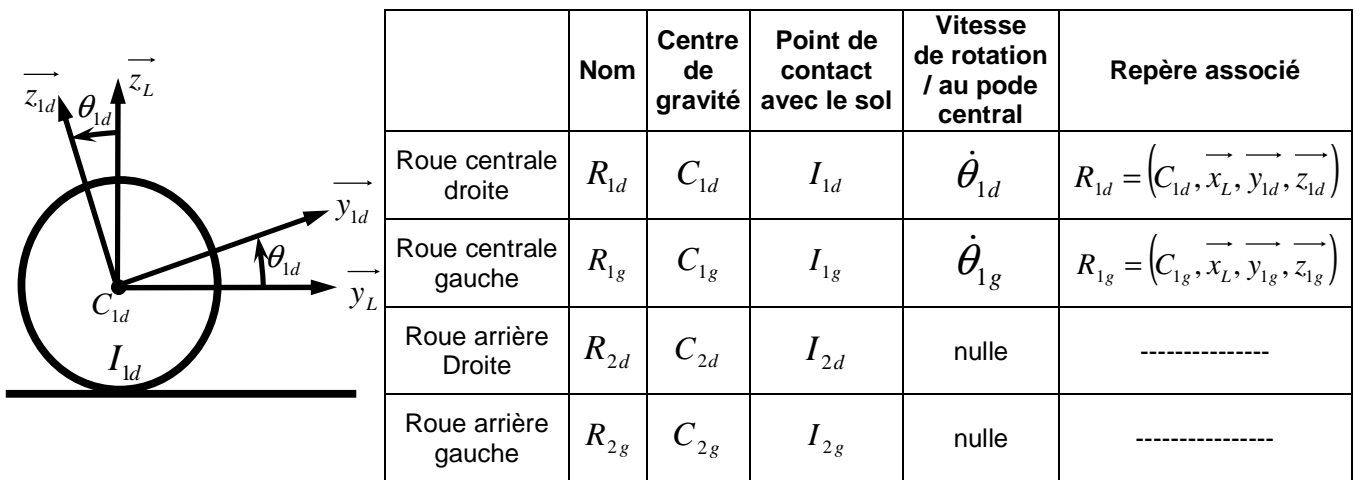


Figure 5 : Paramétrage des roues en contact avec le sol

Caractéristiques géométriques et d'inertie des solides :

- Le mouvement de roulis étant nul et le mouvement de tangage étant fixé à une valeur constante, il est possible de définir l'ensemble rigide Σ constitué des trois pôles **1**, **2** et **3**, des deux roues avant, des deux roues arrière et des bras d'articulation **4** et **4'**. Pour chaque constituant de cet ensemble, la masse est supposée répartie uniformément.

Centre de gravité de Σ	Masse de Σ	Matrice d'inertie de Σ en C_1
G tel que $\vec{C}_1\vec{G} = a_G.\vec{z}_1$ $a_G = 85\text{ mm}$	$m_\Sigma = 152\text{ kg}$	$I(C_1, \Sigma) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{y}_1 \\ \vec{z}_1 \end{pmatrix}$
		$A = 30,2\text{ kg.m}^2$ $B = 8,2\text{ kg.m}^2$ $C = 32,3\text{ kg.m}^2$

- Roue droite ou gauche + axe de roue : R_{idoug} (i correspond au numéro du poded)

<p>Centre de gravité de R_{idoug}</p> <p>C_{idoug}</p> <p>tel que l'entraxe $C_{ig}C_{id} = 2e$</p> <p>$\overrightarrow{C_iC_{id}} = e \cdot \overrightarrow{x_L}$ et $\overrightarrow{C_iC_{ig}} = -e \cdot \overrightarrow{x_L}$</p> <p>$e = 340\text{ mm}$</p>	<p>Masse de R_{idoug}</p> <p>$m_r = 4\text{ kg}$</p> <p>Rayon d'une roue</p> <p>$R = 225\text{ mm}$</p>	<p>Matrice d'inertie de R_{idoug} respectivement en C_{idoug}</p> $I(C_{idoug}, R_{idoug}) = \begin{bmatrix} A_r & 0 & 0 \\ 0 & B_r & 0 \\ 0 & 0 & B_r \end{bmatrix} \left(\overrightarrow{x_L}, -, - \right)$ <p>Valable dans toute base orthonormée directe qui contient $\overrightarrow{x_L}$</p> <p>$A_r = 0,1\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ $B_r = 0,04\text{ kg} \cdot \text{m}^2$</p>
--	---	--

- Axe des moteurs du poded central :

Les deux motoréducteurs centraux sont constitués chacun d'un moteur à courant continu alimenté en 48V associé à un réducteur épicycloïdal de rapport de réduction $k = +1/25$. La matrice d'inertie en C_1 d'un axe moteur droit M_{1d} ou gauche M_{1g} (en rotation suivant $(C_1, \overrightarrow{x_L})$) est :

$$I(C_1, M_{1d} \text{ ou } M_{1g}) = \begin{bmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & B_m & 0 \\ 0 & 0 & B_m \end{bmatrix} \left(\overrightarrow{x_L}, -, - \right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_m = 795 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ B_m = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{cases}$$

- Les masses et inerties des autres pièces seront négligées.

Modélisation du contact roue / sol :

- Les roues centrales R_{1d} et R_{1g} sont motrices, elles roulent sans glisser aux points de contact I_{1d} et I_{1g} . On pose

$\overrightarrow{C_{1d}I_{1d}} = -R \cdot \overrightarrow{z_L}$ et $\overrightarrow{C_{1g}I_{1g}} = -R \cdot \overrightarrow{z_L}$. Le contact avec le sol $\mathbf{0}$ est modélisé par le torseur suivant :

$$\{T(\mathbf{0} \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{0 \rightarrow R_{1d}}} = Y_{1d} \overrightarrow{y_L} + Z_{1d} \overrightarrow{z_L} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{1d}} \quad \text{et} \quad \{T(\mathbf{0} \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{0 \rightarrow R_{1g}}} = Y_{1g} \overrightarrow{y_L} + Z_{1g} \overrightarrow{z_L} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{1g}}$$

- Les roues arrière R_{2d} et R_{2g} sont bloquées, leur vitesse de rotation par rapport au poded arrière $\mathbf{2}$ est nulle. Le contact avec le sol $\mathbf{0}$ est modélisé par le torseur suivant :

$$\{T(\mathbf{0} \rightarrow R_{2d})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{0 \rightarrow R_{2d}}} = T_{2d} \overrightarrow{n_d} + Z_{2d} \overrightarrow{z_L} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{2d}} \quad \text{et} \quad \{T(\mathbf{0} \rightarrow R_{2g})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{0 \rightarrow R_{2g}}} = T_{2g} \overrightarrow{n_g} + Z_{2g} \overrightarrow{z_L} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{2g}} \quad \text{avec}$$

$\overrightarrow{n_d}$ et $\overrightarrow{n_g}$ deux vecteurs unitaires opposés aux vitesses de glissement des roues R_{2d} et R_{2g} par rapport au sol $\mathbf{0}$

respectivement en I_{2d} et I_{2g} . On pose $\overrightarrow{C_{2d}I_{2d}} = -R \cdot \overrightarrow{z_L}$ et $\overrightarrow{C_{2g}I_{2g}} = -R \cdot \overrightarrow{z_L}$.

$T_{2d} = f \cdot Z_{2d}$ et $T_{2g} = f \cdot Z_{2g}$; f est le facteur de frottement constant au contact roue/sol; $f = 0,6$.

Autres liaisons :

Toutes les autres liaisons de la plate-forme sont supposées parfaites (sans jeu, sans frottement).

Motoréducteur centraux :

- L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale droite R_{1d} est notée :

$$\{T(\text{moteur} \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_m \vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}$$

- L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale gauche R_{1g} est notée :

$$\{T(\text{moteur} \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}$$

Q8: Justifier la forme de la matrice d'inertie de l'ensemble Σ au point C_1 dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer la somme des efforts normaux $Z_{2d} + Z_{2g}$ s'exerçant sur les roues arrière. Isolons l'ensemble de la plate-forme PF , soit l'ensemble Σ , les roues centrales et les motoréducteurs. Plaçons nous dans le plan médian $(C_1, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ de la plate-forme PF . Nous définissons le projeté I_1 des points de contact I_{1d} et I_{1g} dans ce plan. I_1 est défini par le vecteur: $\vec{C_1 I_1} = -R \cdot \vec{z}_L$. D'autre part, nous avons $\vec{C_2 I_1} = b \cdot \vec{y}_L - R \cdot \vec{z}_L$ et $\vec{C_3 I_1} = -b \cdot \vec{y}_3 - R \cdot \vec{z}_L$. Nous ferons l'hypothèse que le moment dynamique $\overline{\delta_{I_1}(PF/0)} \cdot \vec{x}_L$ est négligeable devant les actions mécaniques.

Q9: En appliquant le théorème du moment dynamique à la plate-forme PF en mouvement par rapport au référentiel galiléen R_0 en I_1 en projection sur \vec{x}_L , déterminer l'expression littérale de la somme des efforts normaux de contact $Z_{2d} + Z_{2g}$, entre les roues arrière et le sol. Réaliser l'application numérique et comparer la valeur obtenue à la somme des efforts normaux s'exerçant sur les roues arrière lorsque la plate-forme est immobile en appui sur ses six roues sur un sol plan, à savoir $(Z_{2d} + Z_{2g})_{\text{Repos}} = (m_2 + 2m_r)g$ avec $m_2 = 52 \text{ kg}$ la masse du pôle arrière 2.

L'objectif est dans un second temps de valider l'aptitude des moteurs à suivre la loi de vitesse en lacet exigée. Il est proposé de déterminer l'expression du couple moteur C_m par une approche énergétique.

Q10: Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides en mouvement. Le résultat sera mis sous la forme $\frac{1}{2} \cdot J \cdot \dot{\varphi}^2$ où J est à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème.

Q11: Mettre en œuvre le théorème de l'énergie cinétique afin de déterminer l'expression du couple moteur. Vous donnerez le résultat sous la forme $C_m = k_2 \cdot (J \cdot \dot{\varphi} + k_1 \cdot (T_{2d} + T_{2g}))$ où k_1 et k_2 sont à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème. Vous veillerez à bien faire apparaître les différentes étapes de votre raisonnement et à fournir des expressions littérales.

Pour la **question 12**, vous prendrez $J = 34 \text{ kg.m}^2$, $k_1 = 0,65 \text{ m}$ et $k_2 = 1,3 \cdot 10^{-2}$ sans unité.

Q12: Calculer le couple moteur maximal : $C_m \text{ maxi}$. A partir du graphe de fonctionnement du moteur (document-réponse **question 12**), conclure quand à l'aptitude de la motorisation à générer le mouvement de lacet désiré.

IV. FONCTION TECHNIQUE FT 2 : GÉRER LE FONCTIONNEMENT

IV.1. La commande de la plate-forme

Pour coordonner les déplacements, la plate-forme est équipée de deux parties commandes supportées par deux microcontrôleurs placés respectivement dans les podés avant et arrière (**figure 6**). Chaque microcontrôleur commande trois roues et l'un des deux génère les ordres envoyés à la centrale hydraulique afin de piloter les mouvements de tangage. Ces 2 microcontrôleurs communiquent entre eux et dialoguent avec l'extérieur suivant deux modes de conduite :

- Le mode **joystick** : l'utilisateur pilote manuellement la plate-forme par l'intermédiaire d'une télécommande ;
- Le mode **automatique** : La plate-forme traite les commandes du logiciel de supervision.

Le pilotage en mode automatique est prioritaire sur le mode joystick.

Les principales fonctions à remplir par la partie commande sont :

- communiquer avec l'utilisateur ou le superviseur ;
- gérer les séquences de pilotage, notamment celle de cabrage ;
- asservir les déplacements de la plate-forme.

IV.2. Communiquer avec le superviseur

L'échange des données entre le superviseur SPF et la plate-forme s'effectue suivant un protocole de communication série à hautes fréquences. Dès la réception d'une trame sur son port série, la plate-forme bascule automatiquement en mode interprète de commandes. Il est alors possible d'opérer la plate-forme par l'intermédiaire d'un programme s'exécutant sur le superviseur.

Les échanges de données entre le superviseur et les microcontrôleurs se font dans un mode maître/esclave.

- Le SPF (maître) envoie une trame de commandes contenant un ensemble de consignes et d'ordres au CPF (esclave) qui les exécute.
- Le CPF retourne en réponse au SPF une trame de mesures avec l'ensemble des valeurs mesurées par les différents capteurs présents sur les 3 podés (inclinomètres, capteurs de température, de position des 6 roues...)

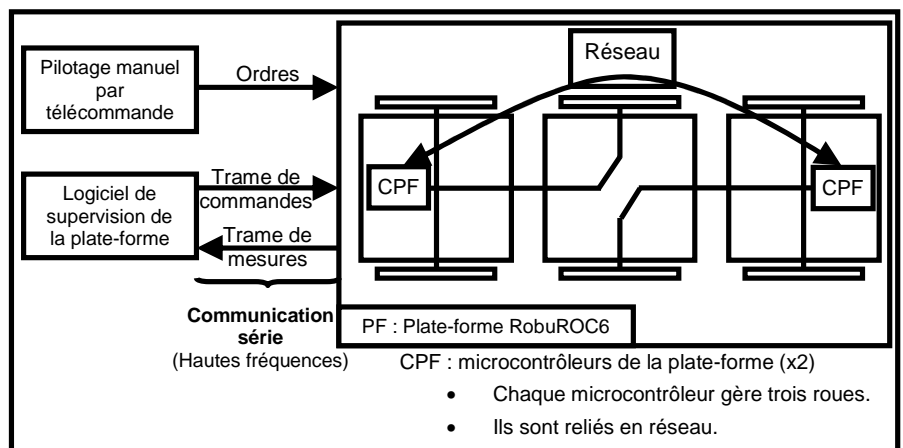


Figure 6 : Architecture de la commande de la plate-forme

Chaque trame est constituée d'une chaîne de caractère (**figure 7**). Chaque caractère est codé en ASCII ce qui nécessite 8 bits par caractère.

- une trame de commandes comporte 21 caractères :
- une trame de mesures comporte 52 caractères.

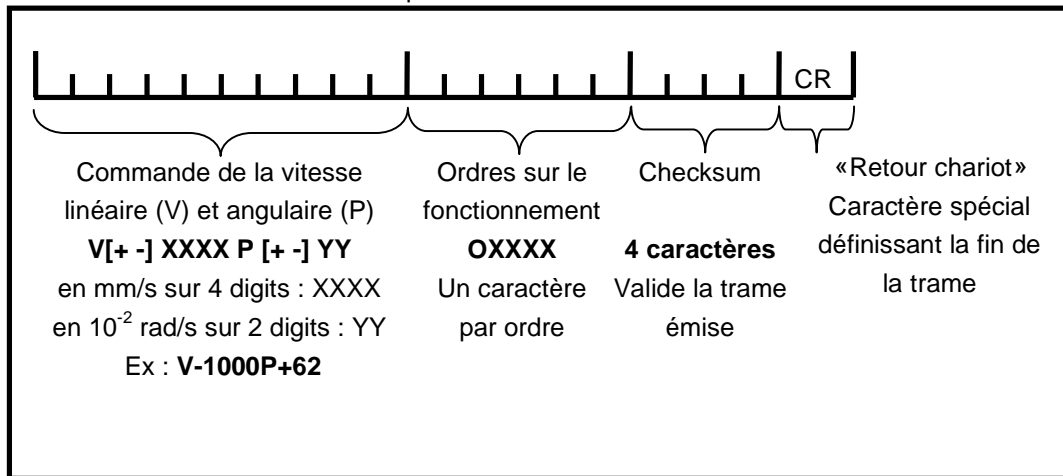


Figure 7 : Description des informations envoyées par une trame de commande

La description d'une transmission série est fournie en **annexe 8**. Les réglages du protocole de communication série pour notre transmission sont les suivants :

- vitesse : 115200 bauds (bits /seconde) ;
- 8 bits de données ;
- 1 bit de fin, 1 bit de départ ;
- pas de bit de parité.

Les critères du cahier des charges à respecter sont :

Fonction	Critère	Niveau
Communiquer avec le superviseur	Temps d'émission d'une trame	10ms maxi
	Temps de réception d'une trame	10ms maxi

Q13: Evaluer le temps d'émission d'une trame de commandes : $T_{commande}$.

Evaluer le temps d'émission d'une trame de mesures : T_{mesure} .

Comparer les valeurs obtenues au cahier des charges.

Q14: Après avoir codé en hexadécimal puis en binaire les deux caractères **V +**, compléter sur votre document-réponse (**question 14**), la trame série correspondante. Ces caractères apparaissent en tête de la trame de commande si la vitesse de déplacement linéaire imposée est positive.

IV.3. Asservir les déplacements de la plate-forme

Les déplacements de la plate-forme sont contrôlés de la manière suivante :

- au niveau de chacun des 6 moteurs, des boucles de vitesse assurent l'asservissement dit « bas niveau » ;
- à partir d'informations sur la position absolue de la plate-forme via le système GPS par exemple, un asservissement en position de la plate-forme peut être mis en place (asservissement dit « haut niveau »).

L'objectif dans cette partie est de déterminer les paramètres de réglage de chacune des boucles d'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol.

Hypothèses et modélisation :

Afin de régler l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol :

- un déplacement en ligne droite de la plate-forme est considéré (consigne de vitesse $V_C(t)$, les paramètres angulaires de lacet, tangage et roulis restent nuls) ;
- le contact entre chaque pneumatique et le sol est considéré avec roulement sans glissement ;
- pour la modélisation du fonctionnement des moteurs, nous supposons une équi-répartition de la charge extérieure sur chacun des six moteurs. Ainsi, pour une vitesse $V(t)$ de la plate-forme, les six moteurs tourneront à la même vitesse $\Omega_{Mot}(t)$. Ils seront alimentés par une même tension de commande $U(t)$ et devront fournir un même couple moteur $C_{Mot}(t)$;
- les efforts de perturbations (action mécanique de la pesanteur sur une pente...) seront répartis sur chacun des axes des six moteurs et seront donc modélisés par un même couple de perturbation équivalent $C_{equ}(t)$ appliqué sur chacun des axes moteurs ;
- les caractéristiques inertielles de la plate-forme seront représentées au niveau de chaque axe moteur par un moment d'inertie équivalent $\frac{J_{equ}}{6}$;
- le comportement individuel d'un des six moteurs peut donc être approché par celui d'un moteur à courant continu avec les équations électromécaniques suivantes :

$$\text{Equation électrique : } U(t) = E(t) + r.I(t) + L.\frac{dI(t)}{dt}$$

$$\text{Equation mécanique : } \frac{J_{equ}}{6} \cdot \frac{d\Omega_{Mot}(t)}{dt} = C_{Mot}(t) - C_{equ}(t)$$

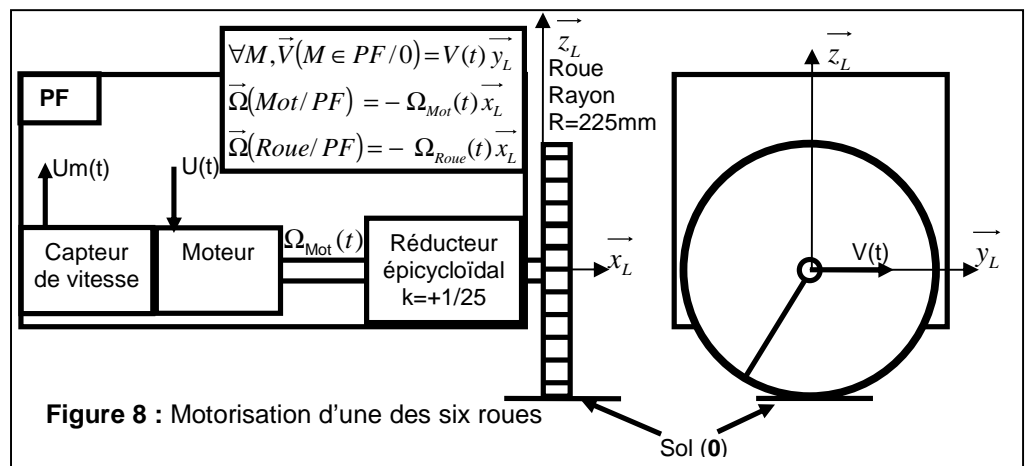
$$\text{Equations de couplage : } E(t) = k_e \cdot \Omega_{Mot}(t) \text{ et } C_{Mot}(t) = k_c \cdot I(t)$$

Symbole	Désignation	Valeur, unités
$U(t)$	Tension d'alimentation d'un moteur	[V]
$E(t)$	Tension contre électromotrice dans un moteur	[V]
$I(t)$	Intensité dans un moteur	[A]
$V(t)$	Vitesse de déplacement de la plate-forme	[m/s]
$\Omega_{Mot}(t)$	Vitesse de rotation de chacun des six moteurs	[rad/s]
$C_{Mot}(t)$	Couple moteur appliqué par chacun des six moteurs	[Nm]
$C_{equ}(t)$	Couple de perturbation équivalent appliqué à chacun des six axes moteurs	[Nm]
r	Résistance de l'induit d'un moteur	2,2 Ω
L	Inductance de l'induit d'un moteur	4,62 mH
k_e	Constante de vitesse d'un moteur	0,12 V/(rad/s)
k_c	Constante de couple d'un moteur	0,12 Nm/A
J_{equ}	Inertie équivalente de la plate-forme ramenée sur l'axe d'un des six moteurs	14,4.10 ⁻³ kg.m ²

Description de l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol (figures 8 et 9):

Pour une vitesse de consigne $V_C(t)$ [m/s], les microcontrôleurs de pilotage génèrent une vitesse de rotation de consigne à appliquer à chaque moteur $\Omega_{C_{Mot}}(t)$ [rad/s] qui est convertie en une tension de consigne $U_C(t)$ [V]. Un capteur de vitesse monté sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée $U_m(t)$ [V], image de la vitesse de rotation réelle $\Omega_{Mot}(t)$.

Un correcteur (défini par la suite) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après amplification de définir la tension d'alimentation $U(t)$ à appliquer aux moteurs. La vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est déterminée à partir de $\Omega_{Mot}(t)$ en l'absence de glissement.



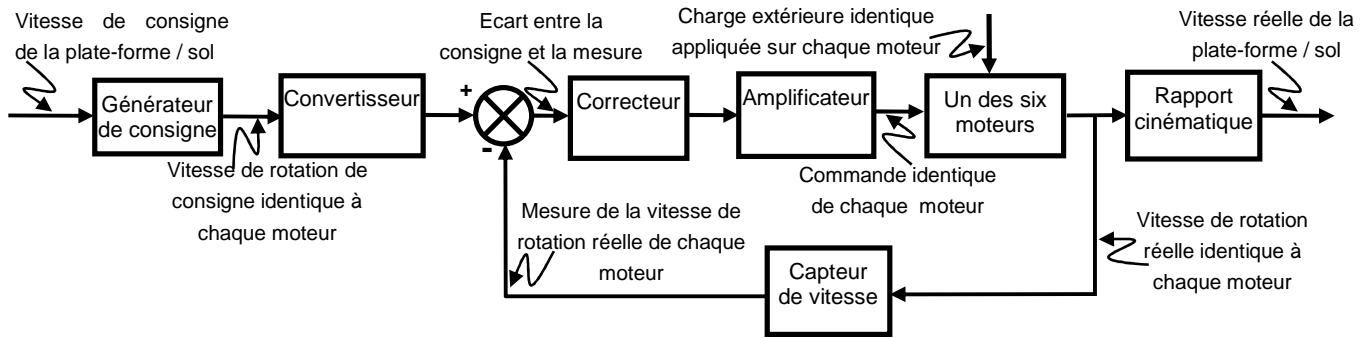


Figure 9 : Schéma bloc fonctionnel de l'asservissement en vitesse d'un des six moteurs

Blocs	Fonctions de transfert
Générateur de consigne	K_G (à déterminer)
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)
Amplificateur	$K_A = 20$ sans unité
Capteur de vitesse	$K_{Capt} = 5 \cdot 10^{-3}$ V/(rad/s)
Rapport cinématique	K_R (à déterminer)

Figure 10 : Fonctions de transfert

Cahier des charges à respecter :

Fonction	Critères	Niveaux
Asservir en vitesse la plate-forme par rapport au sol	STABILITE	
	<ul style="list-style-type: none"> Marge de gain Marge de phase 	MG= 6dB mini Mφ= 45° mini
	PRECISION	
	en poursuite <ul style="list-style-type: none"> Erreur statique à un échelon de vitesse en régulation <ul style="list-style-type: none"> Influence d'un échelon en couple de perturbation en régime permanent 	Nulle Nulle
	RAPIDITE	
	<ul style="list-style-type: none"> Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse) 	0,5 secondes

Q15: Déterminer les valeurs numériques et unités des gains associés au générateur de consigne (noté K_G), au rapport cinématique (K_R) et au convertisseur (K_{conv}) en sachant, que lorsque la vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est égale à la vitesse de consigne de la plate-forme $V_C(t)$, l'écart $\varepsilon(t)$ doit être nul.

Q16: Compléter le schéma bloc sur le document-réponse (question 16) en y faisant figurer les fonctions de transfert sous forme littérale dans le domaine de Laplace avec des conditions initiales nulles, ainsi que les signes des sommateurs.

A partir de la modélisation des blocs, un schéma bloc à retour unitaire est tracé :

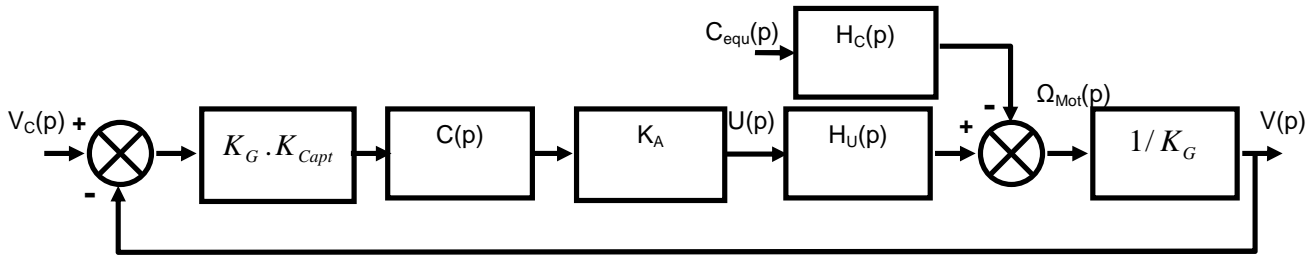


Figure 11 : Schéma bloc à retour unitaire

$H_U(p)$ et $H_C(p)$ sont les fonctions de transfert caractéristiques d'un des six moteurs. Nous retiendrons :

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad \text{et} \quad H_C(p) = \frac{K_C (1 + \frac{L}{r} p)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

avec $K_U = 8,3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$, $K_C = 152,7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $T_1 = 2,1 \text{ ms}$ et $T_2 = 0,36 \text{ s}$

Etude des performances sans correction : $C(p) = 1$

Nous distinguerons dans la suite :

- l'étude en poursuite : Le couple de perturbation équivalent $C_{equ}(t)$ est nul. $V_c(t)$ varie ;
- l'étude en régulation : La vitesse de consigne de la plate-forme $V_c(t)$ est nulle. $C_{equ}(t)$ varie.

Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte $FTBO(p)$ non corrigée sont fournis sur le document-réponse (**Bode non corrigé page 12**) pour $C(p) = 1$.

Q17: Le système étudié est-il stable théoriquement ? Justifier vos réponses.

Q18: Etudier l'aptitude du système sans correction à respecter les critères de précision. Vous déterminerez notamment les expressions littérales de l'erreur statique en poursuite pour une consigne de vitesse de la plate-forme $V_c(t)$ en échelon d'amplitude V_{CO} : $V_c(t) = V_{CO} \cdot u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) et de l'influence en régulation d'une perturbation $C_{equ}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 , sur la vitesse réelle $V(t)$ de la plate-forme en régime permanent.

Etude des performances avec un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Q19: Indiquer quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur (ou désignation du correcteur) ? Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier des charges. Sans calcul, donner l'influence de ce correcteur sur les autres performances attendues.

Reprenons le diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte $FTBO(p)$ non corrigée (**Bode non corrigé page 12**).

Q20: Compléter le document-réponse (**Bode non corrigé page 12**) en traçant les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$. Déterminer alors la valeur de K_I maximale notée $K_{I\max}$ permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, Il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle «dominant». On donne $T_{5\% \text{ mini}} \cdot \omega_0 = 3$ avec ω_0 la pulsation propre non amortie d'un système fondamental du second ordre.

Q21: En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite $H_U(p)$, préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert $H_U(p)$. Déterminer alors la valeur numérique de K_I notée $K_{I5\%}$ minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale $T_{5\% \text{ mini}}$ et comparer la au cahier des charges.

Etude des performances avec un correcteur proportionnel intégral : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$

Le correcteur précédent est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Les réglages des paramètres de ce nouveau correcteur (hors de notre étude) ont conduit à choisir un gain $K_p = 2,5$ et une constante de temps $T_I = 0,25 \text{ s}$.

Avec ce jeu de paramètres (K_p, T_I) , le document-réponse (**question 22**) représente les réponses temporelles et fréquentielles du système.

La réponse temporelle est tracée avec :

- une consigne de vitesse unitaire de la plateforme $V_c(t) = u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) ;
- une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 3 secondes $C_{equ}(t) = u(t - 3)$.

Le Diagramme de Black de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte corrigé est également tracé (**question 22**).

Q22: Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges. Vous effectuerez les tracés nécessaires sur le document-réponse (**question 22**) afin de justifier votre réponse.