

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES,
ECOLES NATIONALES SUPERIEURES DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,
DE TECHNIQUES AVANCEES, DES TELECOMMUNICATIONS,
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ETIENNE, DES MINES DE NANCY,
DES TELECOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,
ECOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI).

CONCOURS D'ADMISSION 2005

EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES
FILIERE PSI

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Cet énoncé comporte 12 pages de texte numérotées de 1 à 12 et un dossier de 7 pages regroupant les annexes. Le travail doit être reporté sur le document-réponse de 16 pages distribué avec l'énoncé. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en première page, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même de commencer l'épreuve. Il est conseillé de lire rapidement la totalité du sujet avant de commencer l'épreuve. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.

Les questions sont organisées suivant une progression logique caractéristique de la discipline. Toutefois les parties peuvent être abordées indépendamment les unes des autres.

La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calcul en laissant subsister les articulations du raisonnement (la taille des zones réservées aux réponses n'est pas représentative de la longueur des réponses attendues).

Si, au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en notant et expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage d'ordinateur et de calculatrice est interdit

La ligne de métro METEOR



1 Présentation du système

La ligne METEOR reliant Tolbiac Massena à Madeleine est équipée d'un métro automatique à roulement sur pneumatiques ; le parc se compose de 19 trains de 6 voitures. Chaque train, d'une longueur de 90 m et d'une largeur de 2,50 m, est constitué de deux remorques avec pupitre de conduite de secours encadrant quatre motrices.

La *Commande Automatique Intégrale* (CAI) de cette ligne nécessite un ensemble de dispositifs de contrôles-commandes, appelé *Système d'Automatisation de l'Exploitation des Trains* (SAET), permettant non seulement l'exploitation normale mais également la gestion des situations dégradées pouvant résulter d'une anomalie de fonctionnement d'un sous-système ou d'un composant, ou d'une perturbation externe (incident relatif à un voyageur par exemple).

Pour réaliser ces fonctions, l'architecture matérielle nécessaire est distribuée en station, le long de la ligne et à bord des trains. La plupart des équipements sont redondants¹ afin d'atteindre un haut niveau de disponibilité. Les équipements installés en station assurent les commandes liées en particulier à la circulation des trains (contrôles d'espacement et de manœuvres). Les équipements en ligne sont constitués d'un support de transmission voie-machine continu et de balises ponctuelles de localisation des trains.

Le *Pilote Automatique Embarqué* (PAE) du SAET assure les transmissions de messages codés avec les équipements fixes. Il commande le déplacement des trains, gère les arrêts en station en contrôlant l'ouverture et la fermeture des portes du train et des portes palières sur le quai. Il assure en sécurité le contrôle de la vitesse des trains (traction/freinage), la commande des itinéraires, la commande des portes et le suivi des alarmes à l'intention des voyageurs. Il utilise, pour localiser le train sur la voie, un dispositif d'interrogation et de détection des messages codés émis par les balises ponctuelles sur la voie, et des roues phoniques² montées sur un essieu du train.

L'objet de cette étude est l'analyse de fonctions principales assurées par la rame de métro :

- Tout d'abord la fonction « sécurité », en considérant plus particulièrement les contraintes de sécurité par rapport à la voie.
- Ensuite la fonction « rouler », en examinant l'élaboration de la transmission du mouvement aux roues, puis en développant au niveau de chaque motrice les structures d'asservissement successivement en phase de traction et de freinage.

2 Fonction « sécurité »

Le cahier des charges fonctionnel impose avant tout d'effectuer le transfert des voyageurs entre le quai et la rame dans des conditions de sécurité et de disponibilité. Un passage libre doit donc être créé lorsque le transfert des voyageurs est autorisé, le passage doit être fermé afin de protéger les voyageurs de l'environnement extérieur dans le cas contraire.

En mode CAI, l'ensemble des fonctions de pilotage étant entièrement confié au SAET, le mouvement du train d'une station à la suivante est géré par un grafset dont une version simple est donnée Figure 1.

¹ Implantés en plusieurs exemplaires en parallèle.

² Une roue phonique est un capteur de type incrémental permettant de fournir aux ordinateurs embarqués l'information de la position de la rame.

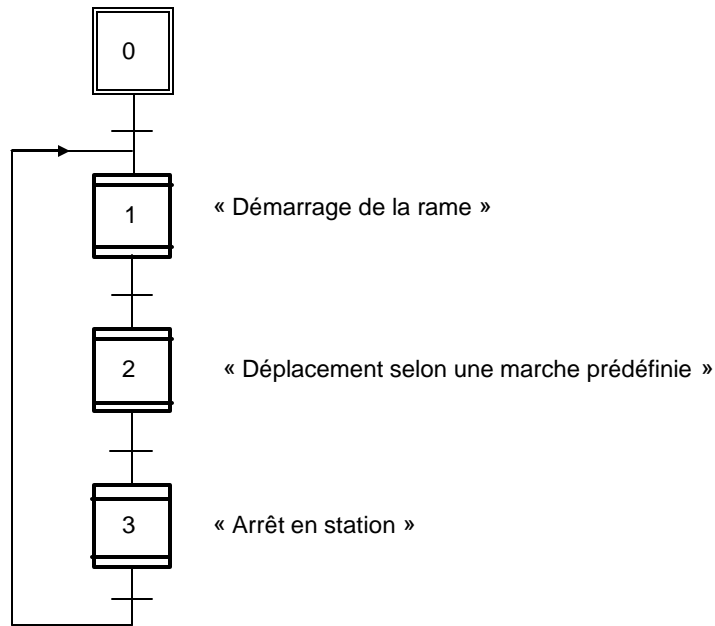


Figure 1

Question 1 : On cherche à établir le grafcet d'une phase d'arrêt en station. Pour cela, détailler l'expansion de la macroétape 3 à partir des spécifications, des variables Entrées/Sorties et des macroétapes décrites au paragraphe 1 de l'Annexe 1. On veillera à n'utiliser que les variables entrées/sorties répertoriées dans ce paragraphe 1 de l'Annexe 1. On utilisera comme point de départ le début de grafcet fourni Figure 2.

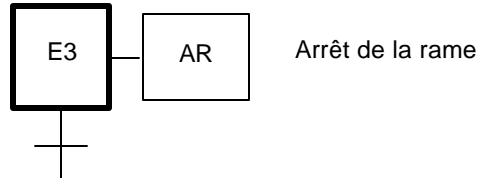


Figure 2

Réaliser alors l'expansion de la macroétape OG à partir des spécifications et des variables Entrées/Sorties décrites au paragraphe 2 de l'Annexe 1. On veillera également à n'utiliser que les variables entrées/sorties répertoriées dans ce paragraphe 2 de l'Annexe 1. On utilisera comme point de départ un début de grafcet similaire à celui fourni Figure 2.

3 Fonction « rouler »

Les bogies (Annexe 2) ont pour fonction d'assurer le roulement des trains.

Les bogies supportent la charge des voitures et assurent le guidage par rapport au sol. Le guidage est réalisé en pleine voie par les roues de guidage qui sont « pincées » entre deux barres de guidage. En l'absence des barres de guidage, lors du franchissement des appareils de voie (aiguillage), le guidage est réalisé par le contact latéral des roues auxiliaires avec les rails.

Les bogies assurent la fonction traction/freinage en transmettant aux roues le couple moteur par l'intermédiaire des ponts moteurs. Le moteur fournit soit un couple moteur soit un couple de freinage. La fonction freinage est complétée par un système de freinage mécanique.

La suspension des bogies assure le confort des passagers et le maintien du plancher des voitures à une hauteur la plus constante possible. Des frotteurs (positifs) permettent de capter l'énergie électrique sur les

barres de guidage. Des frotteurs (négatifs) permettent le retour du courant par l'intermédiaire du rail de roulement. Des frotteurs de masse réalisent la mise à la masse des véhicules.

Le pivotement entre caisse et bogie est permis grâce à une couronne à billes de 1220 mm de diamètre.

Question 2 : Décrire la fonction «rouler » dans un premier diagramme FAST en se limitant au premier niveau de description, sans spécifier les solutions techniques associées à chaque sous -fonction.

Détailler ensuite dans un deuxième diagramme la fonction « traction/freinage ». Ce deuxième diagramme se limitera à deux niveaux de décomposition supplémentaires maximum ; on indiquera les solutions techniques utilisées pour réaliser les sous-fonctions du dernier niveau de décomposition.

3.1 Etude de la transmission

Le mouvement de rotation de l'arbre moteur est transmis aux roues par l'intermédiaire de deux réducteurs différentiels et de quatre réducteurs (un par roue). On s'intéresse dans la Figure 3 à l'étude de la transmission du mouvement de rotation du moteur aux quatre roues d'un bogie. Chaque arbre n° k est animé d'une vitesse de rotation par rapport au bogie 0 notée $w_{k/0}$. Le plan et les schémas correspondants à un réducteur différentiel et à un réducteur de roue sont donnés en Annexe 3.

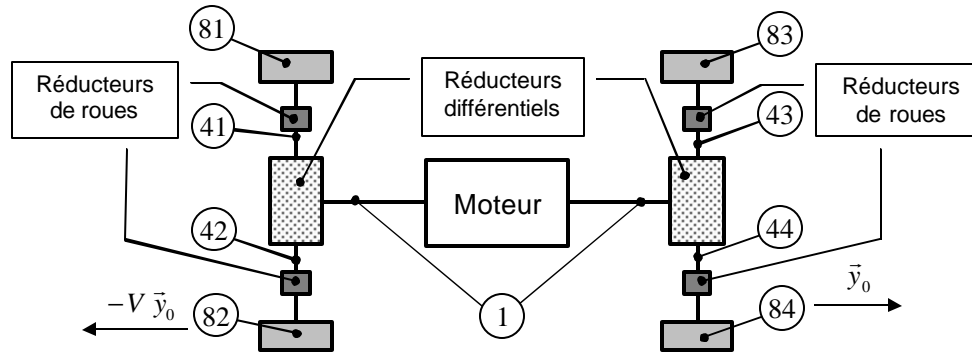


Figure 3 : Schéma synoptique de la transmission

Dans l'étude suivante, on cherche à évaluer le rôle des différentiels et des réducteurs dans la fonction de transmission. Pour cela on étudie les relations entre les paramètres cinématiques et les composantes des actions mécaniques intervenant dans ce système.

3.1.1 Etude du différentiel

Pour cette étude, les poids des pièces seront négligés.

Question 3 : Exprimer $\frac{w_{2/0}}{w_{1/0}}$ en fonction des nombres de dents des pignons et en tenant compte des notations données en Annexe 3. Montrer par un raisonnement géométrique simple que

$$\frac{w_{41/2}}{w_{42/2}} = -1. \text{ En déduire une relation entre } w_{41/0}, w_{42/0} \text{ et } w_{1/0}.$$

Question 4 : En isolant le solide (1), écrire l'équation de statique qui permet de relier $C_{m/1}$ et $Z_{1/2}$ (Annexe 3). Isoler ensuite l'ensemble de solides (2), (3), (41) et (42) et écrire l'équation de statique reliant $C_{51/41}$, $C_{52/42}$ et $C_{m/1}$ (en tenant compte des résultats précédents) en fonction des paramètres géométriques du mécanisme.

Question 5 : En appliquant le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble du mécanisme étudié et en admettant que la puissance des actions mécaniques intérieures est nulle, écrire une relation entre $w_{41/0}$, $w_{42/0}$, $w_{1/0}$, $C_{51/41}$, $C_{52/42}$ et $C_{m/1}$. En tenant compte des équations précédentes, en déduire une relation entre $C_{51/41}$ et $C_{52/42}$.

L'ensemble constitué du différentiel et de la couronne dentée (2) du réducteur conique pourra être représenté symboliquement par le schéma de la Figure 4.

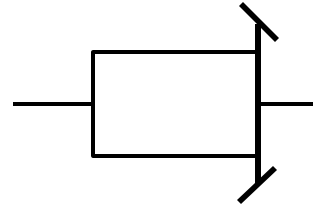


Figure 4

Question 6 : Dessiner sur le schéma du document-réponse les réducteurs coniques qui permettent d'obtenir un sens de rotation identique pour toutes les roues du bogie sachant que $\vec{\Omega}_{1/0} = w_{1/0} \vec{y}_0$ avec $w_{1/0} > 0$, et que le bogie est animé d'un mouvement de translation par rapport au sol de vitesse $\vec{V}_{b/s} = -V \vec{y}_0$ avec $V > 0$.

L'étude précédente permet de montrer la relation $w_{81/0} + w_{82/0} = I w_{1/0}$. On montre aussi l'égalité

$$w_{83/0} + w_{84/0} = I w_{1/0}.$$

L'usure légèrement différente des pneus induit des vitesses de rotation des roues (imposées par une hypothèse de non glissement des roues sur le sol) différentes et ce même lors d'un mouvement de translation du bogie par rapport au sol (en ligne droite). Pour rendre compte de ces différences de vitesse de rotation, on pose :

$$w_{81/0} = a_2 w_{82/0} = a_3 w_{83/0} = a_4 w_{84/0}.$$

Question 7 : Montrer en tenant compte des remarques précédentes que l'hypothèse de non glissement n'est pas réaliste et qu'il y a forcément glissement de l'une des quatre roues d'un bogie sur le sol. Dessiner sur le schéma du document-réponse une solution palliant ce problème. Le schéma symbolique de la Question 5 pourra être utilisé pour représenter un différentiel.

Question 8 : Pour quelle(s) raison(s) la solution initiale étudiée aux questions 3 à 6 a-t-elle été néanmoins retenue par le concepteur du bogie ? Pour répondre, on analysera les différentes causes qui peuvent produire une différence de vitesses de rotation entre les quatre roues d'un bogie. De même, on considérera les effets d'une perte complète d'adhérence d'une des roues sur le sol lors d'une crevaison.

3.1.2 Etude des réducteurs de roues

Pour la suite de l'étude, on s'intéresse au comportement des réducteurs de roues. Le but de ce travail est de déterminer les actions mécaniques transmises par les liaisons entre les solides (6a) et (7), entre les solides (6b) et (7) et entre les solides (8) et (7) (Figure A5 Annexe 3) en tenant compte des effets dynamiques. On négligera par la suite le poids devant l'intensité des autres actions mécaniques transmises par les liaisons ; on supposera de plus que $w_{8/0}$ et V sont constants.

Question 9 : Montrer par un raisonnement simple et en tenant compte des notations données en Annexe 3

la relation $\frac{w_{6a/8}}{w_{6b/8}} = -1$. En déduire une relation entre $w_{8/0}$ et $w_{6a/0}$. Pour cette question, il est

possible de travailler par analogie et d'utiliser les résultats de la Question 3.

Afin de tenir compte des effets dynamiques dans le calcul des actions mécaniques, on cherche à déterminer le torseur dynamique $\vec{D}_{7/sol}$ du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol.

Question 10 : Calculer la vitesse $\vec{V}(G \in 7/sol)$ du point G appartenant au solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, l'accélération $\vec{\Gamma}(G \in 7/sol)$ du point G appartenant au solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, et la résultante dynamique $\vec{R}_d 7/sol$ du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, en fonction de $\vec{w}_{8/0}$ et des données géométriques du mécanisme.

Question 11 : Exprimer $\frac{\vec{w}_{7/8}}{\vec{w}_{6b/8}}$ en fonction des nombres de dents des pignons et en tenant compte des notations données en Annexe 3. En déduire $\vec{\Omega}_{7/8}$ puis $\vec{\Omega}_{7/sol}$ en fonction de $\vec{w}_{8/0}$.

Simplifier la matrice d'inertie $I(G;7)$ du solide (7) en tenant compte des propriétés du solide (7) et l'exprimer dans la base B_8 . Calculer le moment cinétique $\vec{s}(G,7/sol)$ en G du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, puis le moment dynamique $\vec{d}(G,7/sol)$ en G du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol.

Les actions mécaniques de (6a) sur (7) et de (6b) sur (7) sont modélisées par des glisseurs de résultantes $\vec{F}_{6a/7}$ et $\vec{F}_{6b/7}$ passant respectivement par les points D et E. Les directions de ces résultantes sont définies par l'angle de pression \mathbf{a} et le demi-angle \mathbf{b} au sommet du cône comme indiqué sur le document-réponse.

Question 12 : Représenter (de préférence en utilisant de la couleur), sur les différentes vues du document-réponse, les composantes des actions mécaniques $\vec{F}_{6a/7}$. Exprimer alors $X_{6a/7}$, $Y_{6a/7}$ et $Z_{6a/7}$, les coordonnées de la résultante du torseur d'action mécanique $T_{6a/7}$, en fonction de $\|\vec{F}_{6a/7}\|$, \mathbf{a} et \mathbf{b} . Isoler ensuite le solide (6a) et écrire l'équation permettant de déterminer $Z_{6a/7}$ en fonction de C_{51} et des caractéristiques géométriques du mécanisme. En déduire $X_{6a/7}$ et $Y_{6a/7}$.

Question 13 : Représenter (de préférence en utilisant de la couleur), sur les différentes vues du document-réponse, les composantes des actions mécaniques $\vec{F}_{6b/7}$. Exprimer alors $X_{6b/7}$, $Y_{6b/7}$ et $Z_{6b/7}$, les coordonnées de la résultante du torseur d'action mécanique $T_{6b/7}$, en fonction de $\|\vec{F}_{6b/7}\|$, \mathbf{a} et \mathbf{b} . Isoler ensuite le solide (7) et calculer les coordonnées des torseurs d'action mécanique $T_{8/7}$ et $T_{6b/7}$ en fonction de C_{51} , $\vec{w}_{8/0}$ et des caractéristiques géométriques et cinétiques du mécanisme.

3.2 Etude de la fonction traction/freinage

Chaque motrice comporte un *Equipement de Traction/Freinage* (ETF), constitué de deux moteurs asynchrones. Cet équipement assure l'effort de traction ainsi que le freinage électrodynamique. Chaque voiture comporte par ailleurs un frein mécanique. En *Commande Automatique Intégrale* (CAI), toutes les commandes sont transmises aux ordinateurs des voitures par le SAET.

3.2.1 Formalisation de la structure de commande

La position $x(t)$ de la rame est asservie sur une valeur de consigne $x^*(t)$ par l'intermédiaire d'une structure cascade au sein de laquelle sont pilotées l'accélération $g(t)$, la vitesse $v(t)$ et enfin la position du véhicule (Figure 5). Seule la position de la rame est mesurée par l'intermédiaire de roues phoniques ; la vitesse et l'accélération du véhicule sont ensuite calculées.

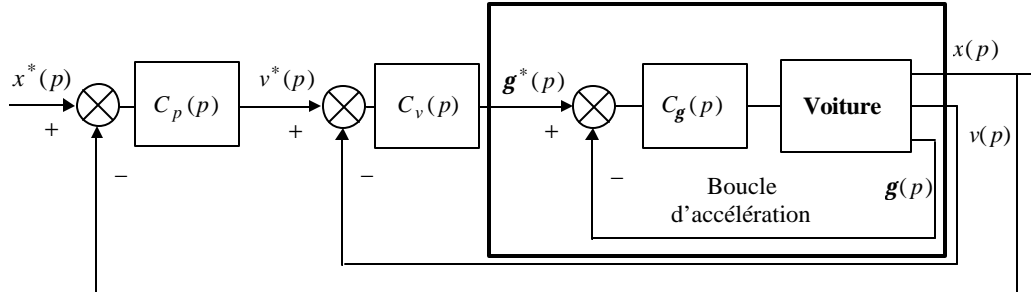


Figure 5

L'avantage d'une structure cascade réside dans la possibilité de maîtriser, outre la position, les variables intermédiaires très importantes comme la vitesse et l'accélération, permettant ainsi par exemple de limiter l'accélération (on parle alors de saturation de l'accélération) afin de respecter le confort des passagers.

Pour tenir compte du confort des passagers, non seulement l'accélération est limitée, mais également le jerk, qui est la dérivée de l'accélération. Cette limitation du jerk est directement implantée sur le calculateur fournissant la commande calculée selon la structure de la Figure 6. On note T le temps écoulé entre deux instants $t - T$ et t de calcul effectif de l'accélération.

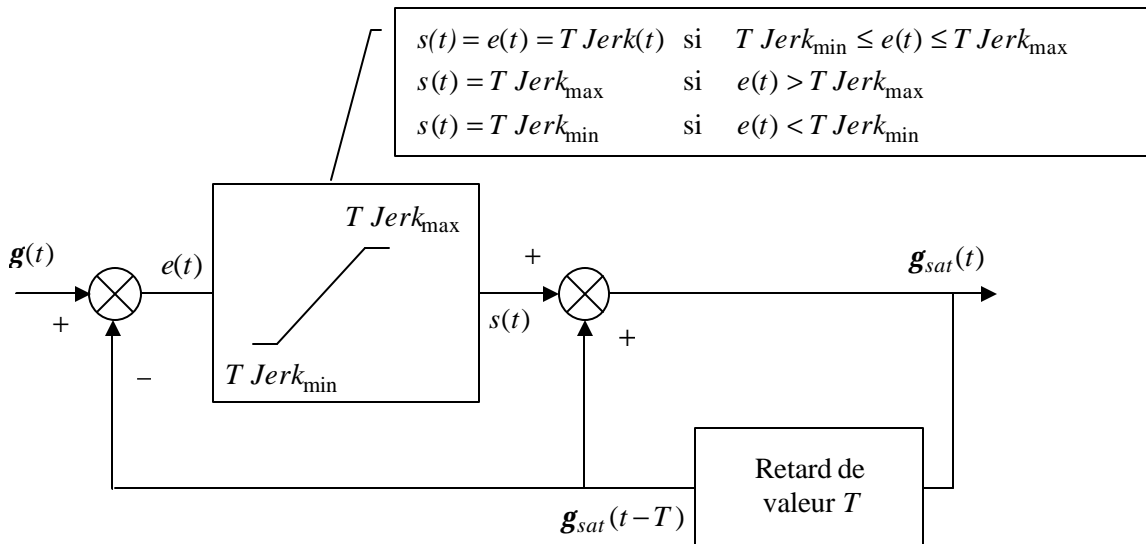


Figure 6

Question 14 : Ecrire le système d'équations fournissant $g_{sat}(t)$ en fonction de la valeur $g_{sat}(t-T)$ calculée T secondes auparavant. Analyser alors la structure de saturation proposée.

En considérant la structure cascade de la Figure 5, quelles sont les répercussions de cette limitation du jerk sur la vitesse et la position du véhicule ?

3.2.2 Etude de la traction

On considère la phase de traction de la rame en se restreignant dans la suite à l'étude de la boucle d'accélération encadrée Figure 5. La consigne d'accélération, notée $g^*(t)$ sur le schéma Figure 5, exprimée en ms^{-2} , est fournie par le SAET et transmise aux ordinateurs embarqués. Ces derniers la répartissent ensuite au niveau de chaque voiture. Les questions ci-dessous ont pour but de modéliser la chaîne d'asservissement en traction et d'analyser ses performances.

Cette modélisation nécessite tout d'abord la connaissance du moment d'inertie équivalent ramené au niveau de l'arbre moteur.

Question 15 : Calculer l'énergie cinétique totale $T_{(rame/sol)}$ d'une rame complète (Figure 7) en fonction de la vitesse de rotation du moteur W_m . L'ensemble des moteurs travaille en parallèle, de sorte que l'on peut considérer un seul moteur équivalent fournissant une puissance correspondant à celle délivrée par tous les moteurs. Dédurre du calcul de l'énergie cinétique totale, le moment d'inertie équivalent J_{eq} de l'ensemble Figure 7 ramené au niveau de l'arbre du moteur équivalent. On considérera qu'une rame est constituée de 4 motrices au milieu et d'une remorque à chaque extrémité. On notera M la masse d'une remorque et M la masse d'une motrice. Chaque voiture (remorque ou motrice) comporte 2 bogies de 4 roues et chaque bogie de motrice comporte un moteur. On notera J_r, M_r, R_r respectivement le moment d'inertie, la masse et le rayon d'une roue, J_m, M_m respectivement le moment d'inertie et la masse d'un moteur, $h = \frac{W_{roue}}{W_m}$ le rapport de réduction entre la vitesse angulaire du moteur et celle de la roue, V la vitesse de translation de la motrice. On négligera la masse et l'inertie des réducteurs.

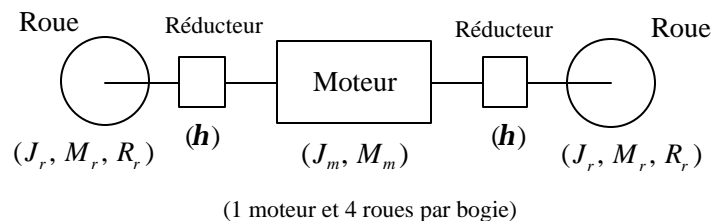
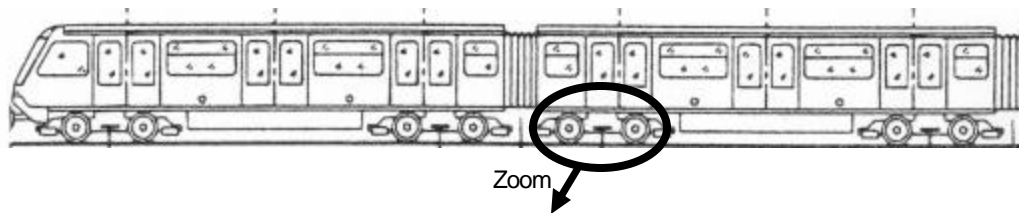


Figure 7

Etablir alors la fonction de transfert $H_{C \rightarrow g}(p)$ de la chaîne fonctionnelle reliant le couple moteur à l'accélération, comme indiqué Figure 8.

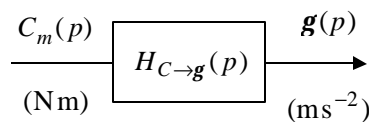


Figure 8

On s'intéresse désormais à la modélisation de la partie moteur. La réalisation de la commande du moteur asynchrone autopiloté équivalent permet ici de considérer que le moteur peut se modéliser par une structure tout à fait semblable à celle d'un moteur à courant continu, reportée Figure 9.

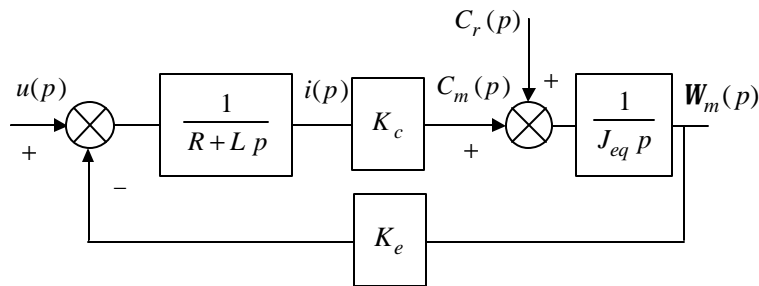


Figure 9

Ce schéma-bloc classique traduit le lien entre la tension d'alimentation $u(t)$ et la vitesse angulaire $W_m(t)$ du moteur équivalent, au sein duquel K_e représente la constante de force contre-électromotrice, K_c la constante de couple, J_{eq} le moment d'inertie calculé précédemment, R , L respectivement la résistance et l'inductance du moteur. On notera que $C_r(t)$ représente un couple résistant susceptible d'intervenir au niveau du moteur.

Question 16 : En supposant C_r nul, déterminer la fonction de transfert $H_{u \rightarrow C}(p)$ de la chaîne fonctionnelle reliant la tension au couple moteur, comme indiqué Figure 10.

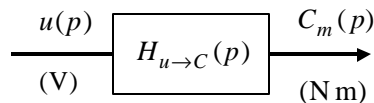


Figure 10

Le schéma-bloc global de l'asservissement de l'accélération en phase de traction est représenté Figure 11.

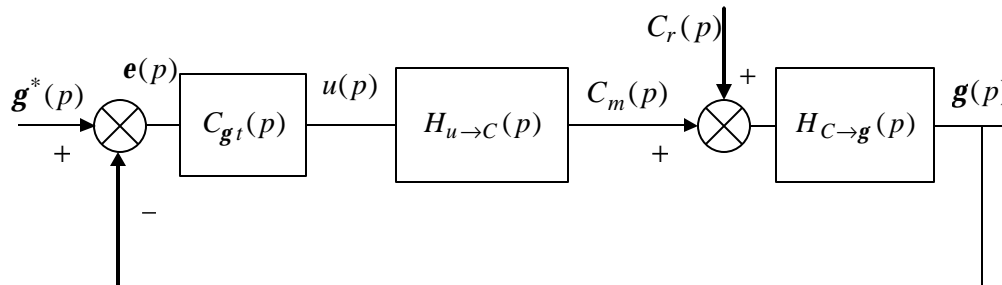


Figure 11

On adoptera par la suite les fonctions de transfert suivantes :

$$H_{u \rightarrow C}(p) = \frac{40 p}{(1+4 p)(1+0,4 p)} \text{ et } H_{C \rightarrow g}(p) = 0,00075 .$$

Question 17 : La réponse fréquentielle du module et de la phase dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte de la Figure 11 pour $C_{g_t}(p) = 300$ a été reportée sur le document-réponse. Analyser les performances du système asservi par $C_{g_t}(p) = 300$ (pulsations de coupure à 0 dB et marges de phase et de gain).

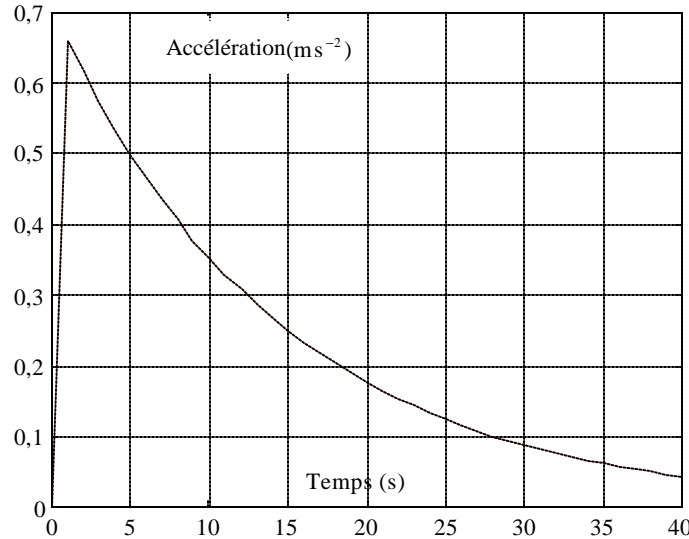


Figure 12

La réponse $g(t)$ du système asservi par $C_{g_t}(p) = 300$ à un échelon unité d'accélération $g^*(t)$ est reportée Figure 12.

Sur le diagramme du document-réponse donnant le module de la fonction de transfert en boucle ouverte, dessiner en bleu l'allure asymptotique du module de la réponse fréquentielle de la boucle fermée d'accélération.

Justifier alors l'allure de la réponse indicielle Figure 12.

On souhaite conférer au système asservi une pulsation de coupure haute en boucle ouverte à 0 dB $\omega_c = 2$ rad/s. On corrige la structure bouclée par le correcteur de type *Proportionnel Intégral* (P.I.) :

$$C_{g_t}(p) = K \frac{1+10p}{10p}$$

Question 18 : Sur le document-réponse à l'emplacement correspondant, construire en bleu dans le plan de Bode le module et la phase de la boucle ouverte corrigée incluant le correcteur $C_{g_t}(p)$ avec $K = 1$. On donne $20 \log(2) \approx 6,0$ et $20 \log(3) \approx 9,5$.

Déterminer le gain K de ce correcteur de façon à satisfaire la spécification sur la pulsation de coupure haute. On donne $10^{2,1} \approx 126$, $10^{2,2} \approx 158$, $10^{2,3} \approx 200$.

Question 19 : En incluant le correcteur $C_{g_t}(p)$ déterminé précédemment, calculer l'erreur en régime permanent pour une entrée $g^*(t)$ en échelon d'amplitude g_0^* et un couple perturbateur $C_r(t)$ en échelon d'amplitude C_{r0}^* . Le résultat était-il prévisible dans le cadre de la correction envisagée ? Justifier ce résultat par rapport à la forme de la fonction de transfert du système.

3.2.3 Etude du freinage

La consigne deffort de freinage du train est modulée en fonction de la charge du train. Les ordinateurs embarqués conjuguent le frein électrique et le frein mécanique sur les motrices. Le frein électrique est prioritaire pour tout début de freinage à vitesse supérieure à 15 km/h ; en dessous de ce seuil, le frein mécanique deviens indispensable. On s'intéresse dans cette partie au freinage mécanique uniquement.

Le freinage mécanique est réalisé par l'intermédiaire de blocs frein pneumatiques à semelles sur toutes les roues, sauf le bogie équipé de la roue phonique. Le circuit de frein mécanique est piloté par une électrovalve qui délivre vers le relais de pression une pression proportionnelle à son courant de commande. Ce relais de pression autorise, dans la même proportion, le passage de l'air provenant du réservoir auxiliaire à destination des blocs pneumatiques de freinage.

Sur la Figure 13 se trouve reproduite l'évolution du couple de freinage mécanique en fonction du temps en réponse à une tension unitaire délivrée par l'électrovalve. On note par la suite $C_f(t)$ cette évolution.

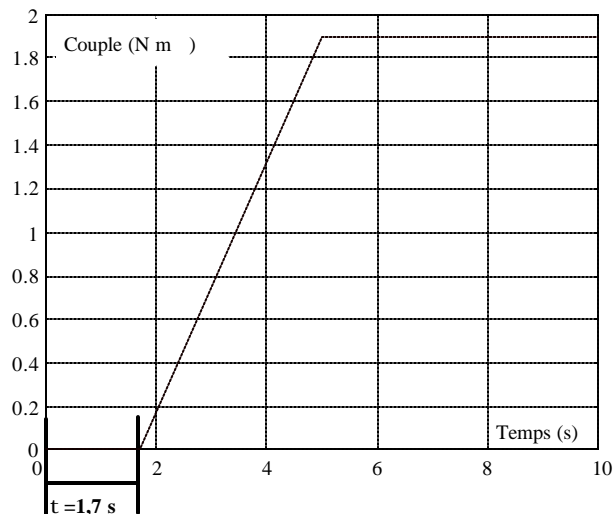


Figure 13

On constate que l'effet d'une demande de freinage initiée à l'instant $t = 0$ s ne se manifeste qu'à partir de l'instant $t = 1,7$ s. Le temps $t = 1,7$ s est alors appelé retard pur du système.

Question 20 : En décalant l'origine temporelle de la valeur du retard pur, déterminer la fonction de transfert du frein $H'_{frein}(p)$ approchée sous la forme d'un système du premier ordre :

$$H'_{frein}(p) = \frac{K_f}{1 + t_f p}$$

où K_f et t_f seront déterminés à partir de la courbe de la Figure 13. En déduire la fonction de transfert tenant compte du retard $H_{frein}(p)$. On donne la relation suivante entre la transformée de Laplace d'une fonction x non retardée et la transformée de Laplace de cette même fonction avec un retard t_0 : $L\{x(t - t_0)\} = L\{x(t)\} \exp(-t_0 p)$

Le train étant sur une voie en pente, son poids induit un couple perturbateur $C_{per}(t)$. Le schéma-bloc global de l'asservissement de l'accélération en phase de freinage mécanique est alors représenté Figure 14.

Dans un premier temps, le retard pur est négligé (le terme $\exp(-1,7 p)$ n'est pas pris en compte). Un correcteur $C_{gf}(p)$ de type P.I. (*Proportionnel Intégral*) a été élaboré avec cette hypothèse. On donne sur

le document-réponse le tracé dans le plan de Bode de la réponse fréquentielle du module et de la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée.

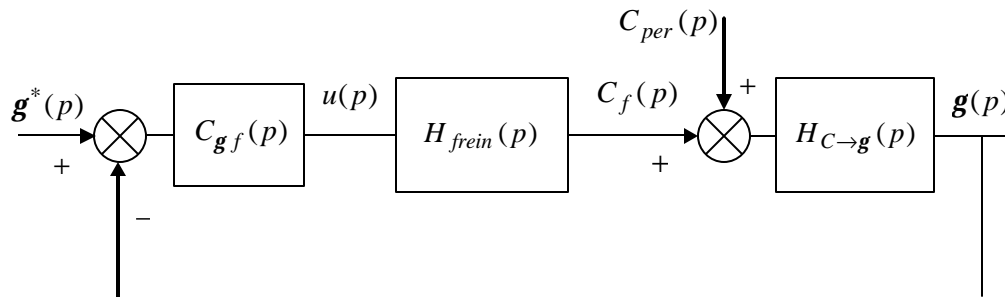


Figure 14

Question 21 : Analyser les performances ainsi obtenues avec le correcteur P.I. (pulsation de coupure à 0 dB et marges de phase et de gain).

On cherche désormais à évaluer l'influence du retard pur sur le comportement de l'asservissement.

Question 22 : Compléter en bleu sur le document-réponse le diagramme de Bode de la boucle ouverte corrigée en ajoutant désormais l'influence du retard pur.

Analyser les performances ainsi obtenues avec le correcteur P.I. (pulsation de coupure à 0 dB et marges de phase et de gain), en tenant compte du retard pur.

À partir de ces résultats, analyser l'impact du retard pur sur le comportement du système. Quelle(s) modification(s) du correcteur proposez-vous pour tenir compte de ce retard pur ?

Annexe 1 : Cahier des charges « ouverture/fermeture des portes »

Cette annexe comporte 2 pages

Chaque voiture est équipée de six portes (trois par côté) coulissantes extérieures et à ouverture automatique (sans bouton de commande). Chaque porte est constituée d'un ensemble mécanique, d'une motorisation et d'une platine électronique qui reçoit les commandes de l'ordinateur local et les autorisations correspondantes. Ces six portes sont toutes gérées simultanément de la même façon. Au niveau de chaque porte se situent un haut-parleur d'annonce de fermeture des portes ainsi qu'un voyant de signalisation de fermeture des portes à destination des personnes malentendantes.

La protection des voyageurs sur les quais vis-à-vis de tout risque de chute est assurée par des façades de quai. Celles-ci isolent complètement les quais des voies, tout en permettant les échanges avec les trains au moyen de portes palières disposées en regard des portes du train.

Les spécifications liées à l'ouverture et la fermeture des portes lorsque aucun événement extérieur non désiré n'intervient sont décrites ci-dessous.

1. Spécifications et notations nécessaires à l'expansion de la macroétape 3 (arrêt en station)

- Après vérification par le SAET que le train est arrêté en station, et en fonction du côté de service correspondant à la station, le SAET déclenche une procédure aboutissant à l'ouverture des portes. Cette procédure sera représentée par la macroétape OG (respectivement OD) pour l'ouverture des portes gauches (respectivement droites).
- A la fin de la procédure d'ouverture, le SAET envoie un signal « demande de fermeture » qui déclenche alors la procédure de fermeture des portes. Cette procédure sera représentée par la macroétape FG (respectivement FD) pour la fermeture des portes gauches (respectivement droites).
- A l'issue de la procédure de fermeture, le SAET envoie un signal « ordre de démarrage », autorisant ainsi le train à démarrer.

Entrées		Sorties	
v	Vitesse rame nulle	AR	Arrêter la rame
Cs	Côté service (0 gauche, 1 droit)	AD	Donner autorisation démarrage
DFg	Demande fermeture gauche obtenue	OG	Ouvrir porte gauche
DFd	Demande fermeture droite obtenue	OD	Ouvrir porte droite
Odd	Ordre de démarrage donné	FG	Fermer porte gauche
		FD	Fermer porte droite

Table 1 : Listes des variables entrées/sorties nécessaires à la réalisation de l'expansion de la macroétape « arrêt en station ».

Remarque : Toutes les variables entrées/sorties sont vraies lorsque leur valeur vaut 1, fausses lorsque leur valeur vaut 0 (sauf Cs indiquée dans la table).

2. Spécifications et notations nécessaires à l'expansion de la macroétape OG

- Toutes les portes du côté gauche sont tout d'abord placées en état « autorisation d'ouverture », après vérification par le SAET que le train est arrêté en vis-à-vis des portes palières et si une demande d'ouverture de portes a été effectuée par le SAET.
- L'ouverture des portes ne peut ensuite s'accomplir que lorsque le réseau informatique transmet un signal « commande d'ouverture » aux platines électroniques des portes.
- Les portes restent ouvertes pendant une minute à partir du moment où le relais « contrôle d'ouverture » est alimenté, traduisant le fait que les butées « ouverture des portes » sont atteintes.

<i>Entrées</i>		<i>Sorties</i>	
Dppg	Portes palières gauches détectées	AOg	Autoriser ouverture gauche
DOpg	Demande ouverture porte gauche obtenue	Opg	Ouvrir portes gauches
COg	Commande ouverture gauche obtenue		
Rcog	Information relais contrôle ouverture gauche reçue		

Table 2 : Listes des variables entrées/sorties nécessaires à la réalisation de l'expansion de la macroétape « Ouverture portes gauches ».

Remarque : Toutes les variables entrées/sorties sont vraies lorsque leur valeur vaut 1, fausses lorsque leur valeur vaut 0.

Annexe 2 : Description d'un bogie moteur

Cette annexe comporte 2 pages et inclut la Figure A1 (bogie moteur – vue d'ensemble) et la Figure A2 (Bogie moteur – Coupe et détails)

La numérotation des pièces de la Figure A1 et de la Figure A2 est spécifique à l'Annexe 2 et ne doit pas être comparée aux numérotations de l'Annexe 3

La structure est constituée de :

- Un châssis (5) suspendu aux ponts par une suspension primaire réalisée par huit plots en caoutchouc (6, Figure A2).
- Une traverse de charge (8) reposant sur deux coussins de suspension (9, Figure A2) associés à des ressorts intégrés (51, Figure A2) et sur deux amortisseurs verticaux (10, Figure A2). La traverse de charge est liée à la caisse par une couronne à billes (11, Figure A2) permettant ainsi la rotation et l'entraînement de la caisse par rapport au bogie.
- Quatre butées hautes (12) et basses (29) limitant le débattement vertical et deux butées transversales (14) limitant les déplacements de la traverse de charge par rapport au châssis du bogie.
- Deux bielles (15) situées entre le châssis du bogie et la traverse de charge assurant l'entraînement longitudinal.

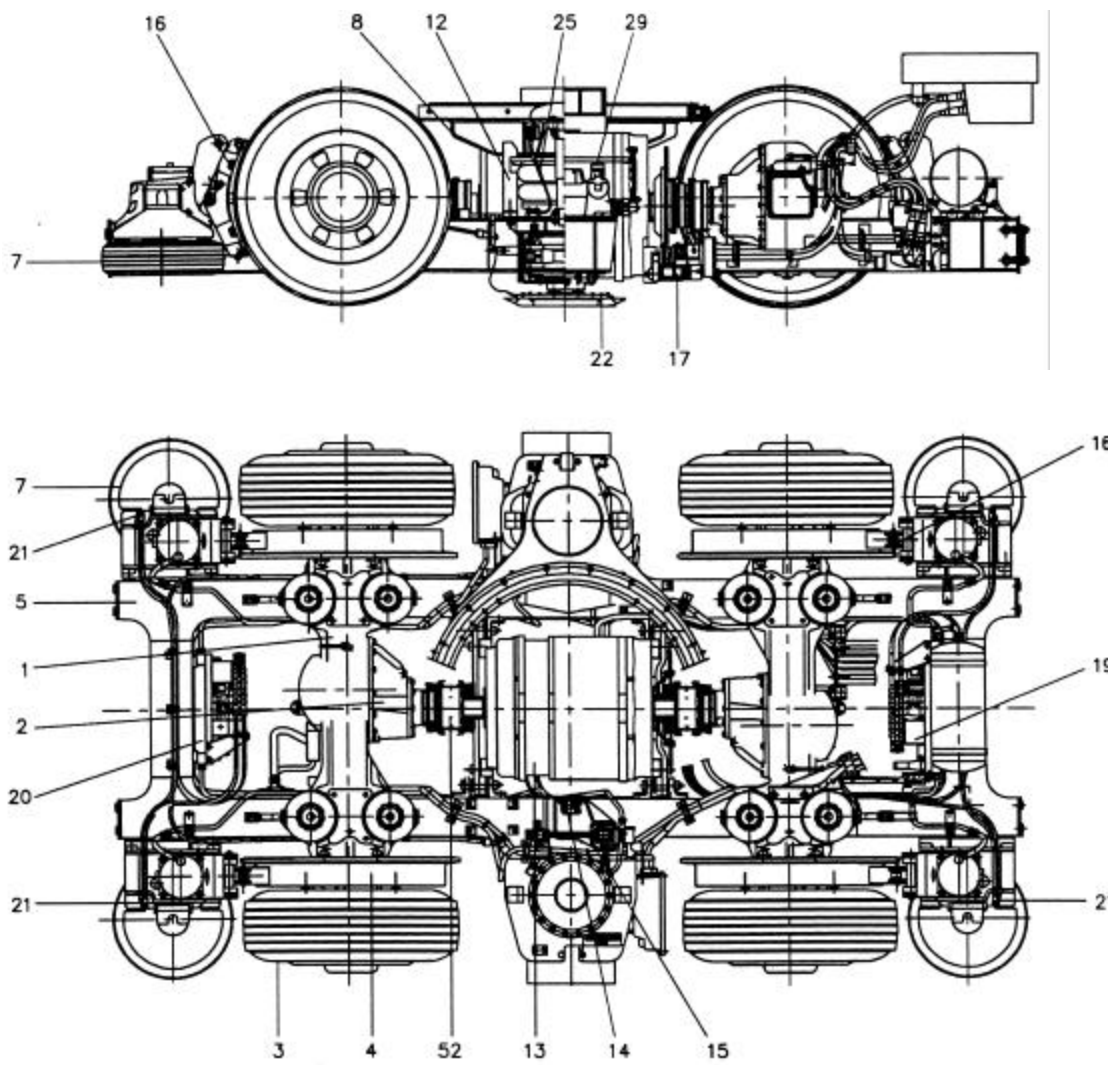


Figure A1 : Bogie moteur – Vue d'ensemble

Les principaux équipements des bogies sont les équipements liés à la fonction **traction/freinage** et au **captage du courant**, à savoir :

Pour la fonction de traction/freinage :

- Les dispositifs de frein pneumatique à semelles de frein (16) s'appliquant sur les roues auxiliaires.
- Le réservoir auxiliaire de freinage.
- Le frein d'immobilisation (17) agissant sur un disque monté sur l'arbre du moteur.
- Les commandes à câbles (21) permettant l'isolement et la purge des circuits pneumatiques de frein et de suspension, le déverrouillage et la manœuvre du frotteur situé sur le côté opposé.
- Un moteur (13) fixé sur deux traverses et qui transmet son couple aux deux ponts par les accouplements à denture (52).
- Deux ponts (1) équipés chacun d'un différentiel (2) et d'un réducteur à deux étages, le second étage étant situé dans le moyeu de chaque roue (28).
- Quatre roues porteuses pneumatiques (3) doublées par des roues auxiliaires (4).
- Un système de guidage réalisé en pleine voie par quatre roues de guidage (7) équipées de pneumatiques. En l'absence de barre de guidage (dans les aiguillages par exemple), le guidage est réalisé par les roues auxiliaires (4).

Pour le captage du courant :

- Les frotteurs positifs (18).
- Frotteur négatif et de masse (22) pour le retour du courant et la mise à la masse des structures métalliques.

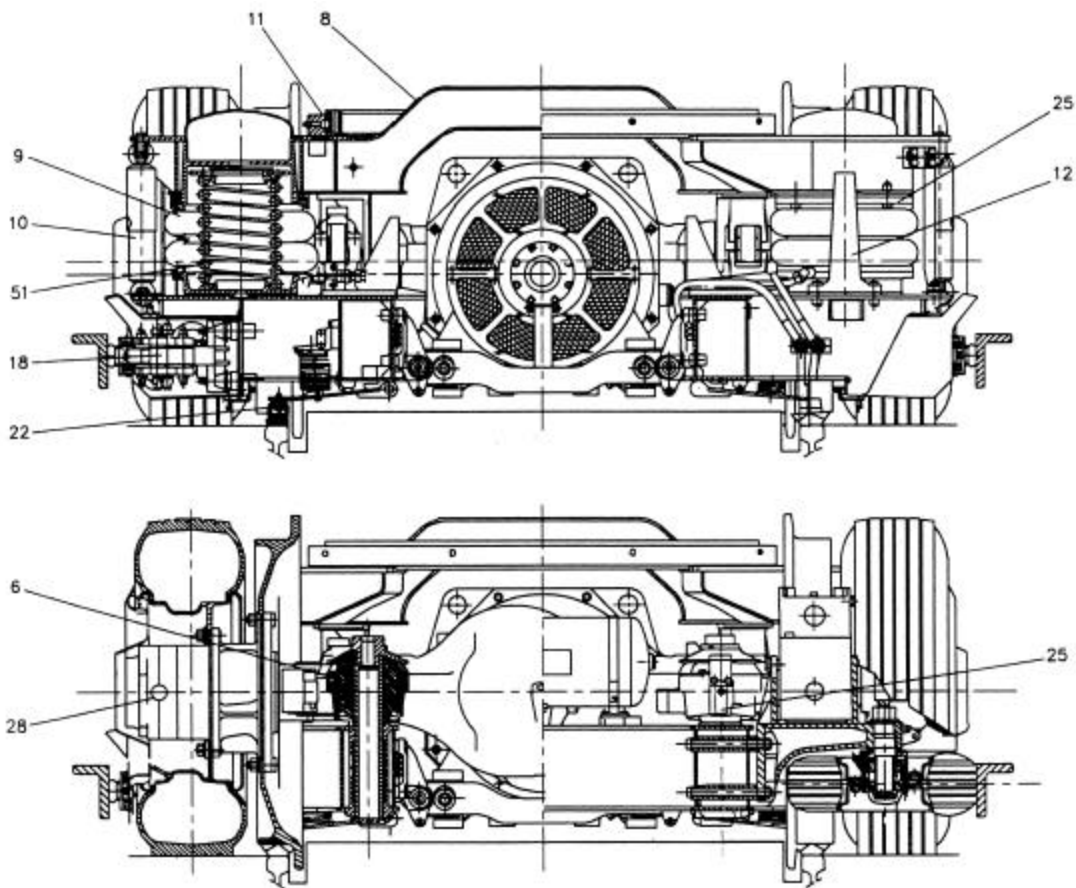


Figure A2 – Bogie moteur – Coupe et détails

Annexe 3 : Pont et réducteur

Cette annexe de 3 pages inclut la Figure A3 (Pont différentiel – Coupe et détail), la Figure A4 (Schéma cinématique du réducteur différentiel) et la Figure A5 (Schéma cinématique du réducteur de roue)

Afin de simplifier la lecture du plan, certaines règles de normalisation du dessin industriel n'ont pas été respectées. L'ensemble des pièces repérées (0) sont des pièces constituant le bâti, elles sont donc fixes par rapport au châssis du bogie.

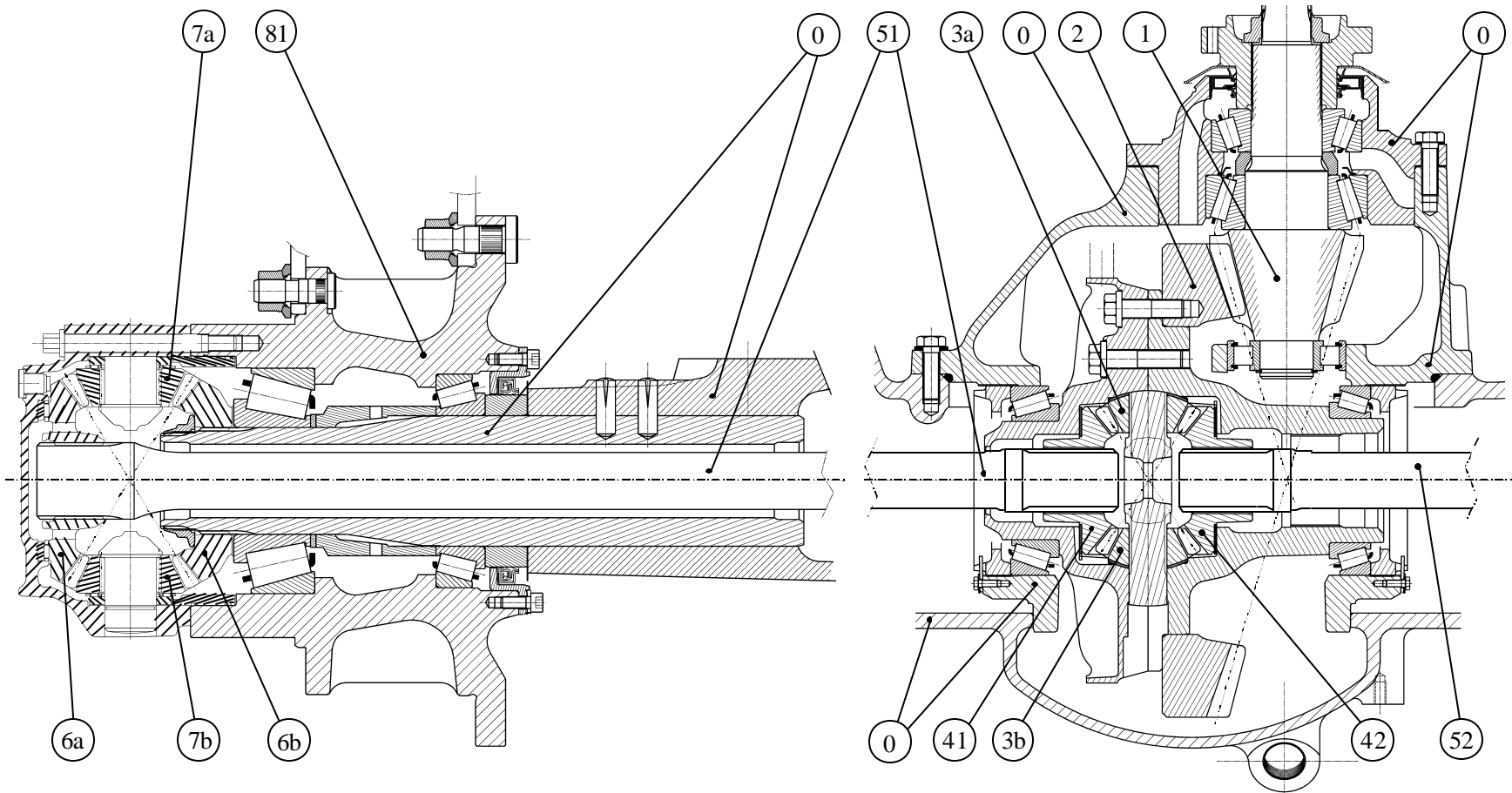


Figure A3 – Pont différentiel – Coupe et détail

L'arbre moteur est en liaison avec le pignon arbré (1) par l'intermédiaire d'un accouplement à denture non représenté sur le dessin de la Figure A3. Sur cette figure, l'arbre (1) engrène avec la couronne (2) qui est fixée sur le porte-satellite du différentiel. On retrouve ensuite les satellites (3a) et (3b) ainsi que les planétaires (41) et (42) du différentiel. Le mouvement de rotation est transmis par les arbres (51) et (52) aux réducteurs de roues. Le mouvement de rotation est enfin transmis aux moyeux (81).

Schéma, données et notation du réducteur différentiel

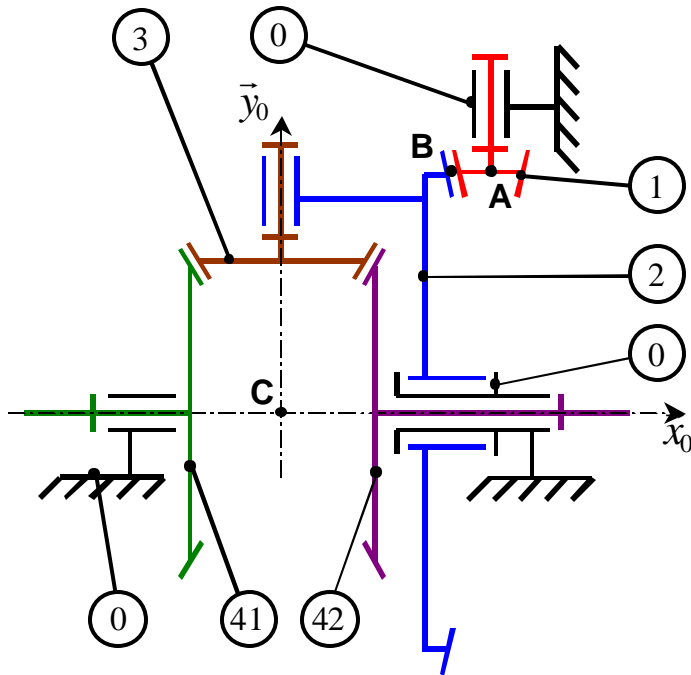


Figure A4 – Schéma cinématique du réducteur différentiel

Données géométriques

$$\overline{BA} = R_1 \vec{x}_0$$

$$\overline{CB} = L_3 \vec{x}_0 + R_2 \vec{y}_0$$

Les pignons (41) et (42) possèdent le même nombre de dents. Les pignons 1, 2 et 3 ont respectivement Z_1 , Z_2 et Z_3 dents. Ils ont tous le même module m .

Il est rappelé que la relation liant le module au diamètre D d'une roue dentée est : $D = m Z$, où Z est le nombre de dents.

Notation :

$$\vec{W}_{1/0} = w_{1/0} \vec{y}_0 ; \vec{W}_{2/0} = w_{2/0} \vec{x}_0$$

$$\vec{W}_{41/0} = w_{41/0} \vec{x}_0 ; \vec{W}_{42/0} = w_{42/0} \vec{x}_0$$

Afin de simplifier l'étude, le différentiel sera étudié avec un seul satellite (3).

Actions mécaniques et liaisons :

Les actions mécaniques de l'extérieur sur le système sont modélisées par les torseurs suivants : $T_{moteur/1}$ modélise l'action mécanique du moteur sur le solide (1), $T_{52/42}$ et $T_{51/41}$ modélisent les actions mécaniques des arbres (51) et (52) sur les pignons (41) et (42). Ces torseurs sont de la forme suivante :

$$T_{moteur/1} : \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & C_{m/1} \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(A, B_0)} ; T_{52/42} : \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & C_{52/42} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(C, B_0)} ; T_{51/41} : \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & C_{51/41} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(C, B_0)}$$

Les actions mécaniques transmissibles par les liaisons entre (0) et (1) et entre (1) et (2) sont modélisées par les torseurs suivants :

$$T_{0/1} : \left\{ \begin{array}{c|c} X_{0/1} & L_{0/1} \\ Y_{0/1} & 0 \\ Z_{0/1} & N_{0/1} \end{array} \right\}_{(A, B_0)} ; T_{1/2} : \left\{ \begin{array}{c|c} X_{1/2} & 0 \\ Y_{1/2} & 0 \\ Z_{1/2} & 0 \end{array} \right\}_{(B, B_0)} ;$$

Les liaisons entre (41) et (0), entre (42) et (0) et entre (2) et (0) sont des liaisons pivots d'axe $(C ; \vec{x}_0)$.

Schéma, données et notations du réducteur de roue

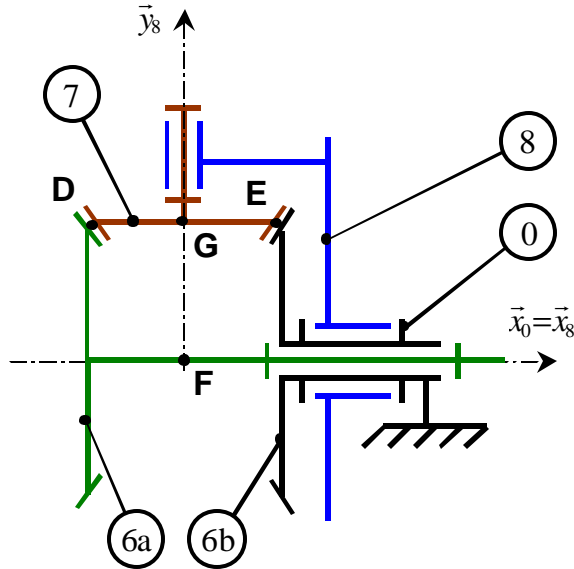


Figure A5 – Schéma cinématique du réducteur de roue

Données géométriques

$$DG = GE = R_7 \vec{x}_8$$

$$FG = R_6 \vec{y}_8$$

Les engrenages sont des engrenages coniques à denture droite. Les pignons 6a et 6b possèdent le même nombre de dents $Z_{6a} = Z_{6b}$. Le pignon 7 est un pignon de Z_7 dents tel que $Z_{6a} = 2Z_7$. Ils ont tous le même module m .

Notations :

$$\vec{W}_{8/0} = w_{8/0} \vec{x}_0 \quad , \quad \vec{W}_{7/8} = w_{7/8} \vec{y}_8$$

$$\vec{W}_{6b/8} = w_{6b/8} \vec{x}_0 \quad , \quad \vec{W}_{6a/0} = w_{6a/0} \vec{x}_0$$

Torseur cinématique du bogie/sol

$$V_{0/sol} : \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -V \end{array} \right\}_{(C, B_0)}$$

Afin de simplifier l'étude, le réducteur sera étudié avec un seul satellite (7). Afin de tenir compte du rôle spécifique du pignon (6b) celui-ci a été repéré par un identifiant différent de celui du bâti (0). Les deux solides constituent néanmoins un même solide au sens cinématique.

Actions mécaniques et liaisons

Les actions mécaniques sont modélisées par les torseurs suivants : $T_{6a/7}$ et $T_{6b/7}$ modélisent les actions mécaniques transmises par les engrenages, $T_{51/6a}$ modélise l'action mécanique extérieure de l'arbre (51) sur le pignon (6a) et $T_{8/7}$ modélise l'action mécanique transmissible par la liaison $L_{8/7}$. Les liaisons $L_{8/0}$ et $L_{6a/0}$ sont des liaisons pivots d'axe $(F ; \vec{x}_0)$.

$$T_{6a/7} : \left\{ \begin{array}{c|c} X_{6a/7} & 0 \\ Y_{6a/7} & 0 \\ Z_{6a/7} & 0 \end{array} \right\}_{(D, \vec{x}_8, \vec{y}_8, \vec{z}_8)} \quad , \quad T_{6b/7} : \left\{ \begin{array}{c|c} X_{6b/7} & 0 \\ Y_{6b/7} & 0 \\ Z_{6b/7} & 0 \end{array} \right\}_{(E, \vec{x}_8, \vec{y}_8, \vec{z}_8)}$$

$$T_{51/6a} : \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & C_{51} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(F, \vec{x}_8, \vec{y}_8, \vec{z}_8)} \quad , \quad T_{8/7} : \left\{ \begin{array}{c|c} X_{8/7} & L_{8/7} \\ Y_{8/7} & 0 \\ Z_{8/7} & N_{8/7} \end{array} \right\}_{(G, \vec{x}_8, \vec{y}_8, \vec{z}_8)}$$

Caractéristiques du solide (7) : le solide (7) est symétrique de révolution d'axe $(G ; \vec{y}_8)$ et de masse m_7 . Le point G est son centre d'inertie. On note $I(G; 7)$ la matrice d'inertie du solide (7) calculée en G.

$$I(G ; 7) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{B_7}$$