

I - CHAINES DE SOLIDES

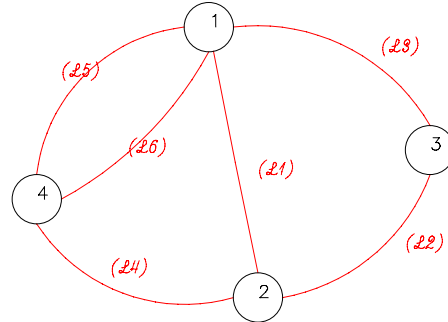
A. Chaînes ouvertes, fermée, complexe:

1. Graphe des liaisons

Dans le graphe des liaisons d'un mécanisme, les différents solides du mécanisme sont schématisés par des cercles et les liaisons par des arcs.

Exemple simple :

- (L1) : liaison glissière d'axe \vec{x} ;
- (L2) : Appui plan de normale \vec{x} ;
- (L3) : Liaison Hélicoïdale d'axe (O, \vec{x}) ;
- (L4) : Pivot Glissant d'axe (0, \vec{y}) ;
- (L5) : Linéaire rectiligne d'axe (I, \vec{y}) de normale \vec{x} ;
- (L6) : Appui plan de normale \vec{y}



2. Ouverte

On appelle chaîne ouverte une chaîne de $n+1$ solides assemblés par n liaisons en série.



3. Fermée

On appelle chaîne fermée une chaîne ouverte dont les deux solides extrêmes ont une liaison entre eux. Les $n+1$ solides sont reliés par $n+1$ liaisons.



4. Complexe

Une chaîne complexe est une chaîne cinématique constituée de plusieurs chaînes fermées imbriquées

a) Nombre cyclomatique

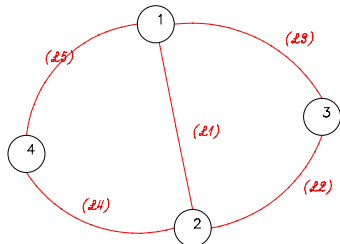
Soient n le nombre de solides, l le nombre de liaisons de la chaîne complexe.

On montre par la théorie des graphes que le nombre de chaînes continues indépendantes est .

$$\gamma = l - n + 1$$

γ est appelé nombre cyclomatique de la chaîne complexe.

La connaissance du nombre cyclomatique est intéressante car elle permet de définir de nombre minimal de chaîne à étudier pour décrire le mécanisme.



Pour un mécanisme ayant le graphe de liaison ci-contre:

$$n = 4$$

$$l = 5$$

$$\gamma = 5 - 4 + 1 = 2$$

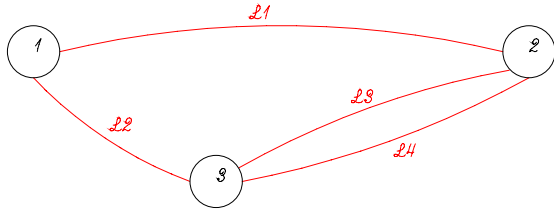
La chaîne comporte deux chaînes indépendantes

B. Liaisons cinématiquement équivalentes:

On appelle liaison cinématiquement équivalente entre deux pièces, la liaison qui se substituerait à l'ensemble des liaisons réalisées entre ces pièces avec ou sans pièce intermédiaire.

La liaison équivalente est la liaison qui a le même comportement que cette association de liaisons, c'est à dire qui transmet la même action mécanique et qui autorise le même mouvement.

Soit un mécanisme dont le graphe des liaisons est le suivant.

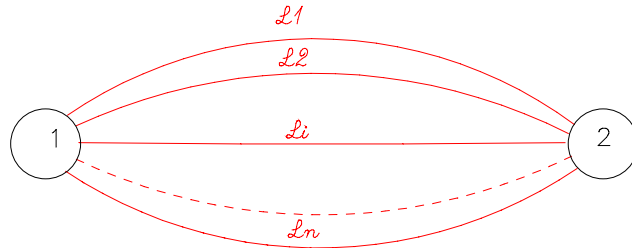
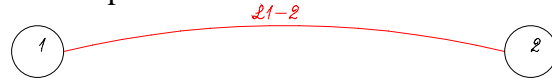


1. Liaisons en parallèle

a) définition:

n liaisons sont disposées en parallèles entre deux solides si chaque liaison relie directement chaque solide.

La liaison (L1-2) est la liaison équivalente entre les pièces 1 et 2.



b) Liaison équivalente

Le torseur cinématique de la liaison équivalente doit être compatible avec tous les torseurs cinématiques des liaisons entre les pièces.

soient :

$\{V\}$ Torseur cinématique de la liaison équivalente

$\{V_i\}$ Torseur cinématique de la liaison L_i

$\forall i \{V\} = \{V_i\}$

c'est à dire

$\{V\} = \{V_1\} = \{V_2\} = \dots = \{V_i\} = \dots = \{V_{n-1}\} = \{V_n\}$

2. Liaisons en série

a) Définition

Cf. chaîne ouverte

b) Liaison équivalente

Le torseur de la liaison équivalente représente le mouvement du solide S_n par rapport au solide S_0 .

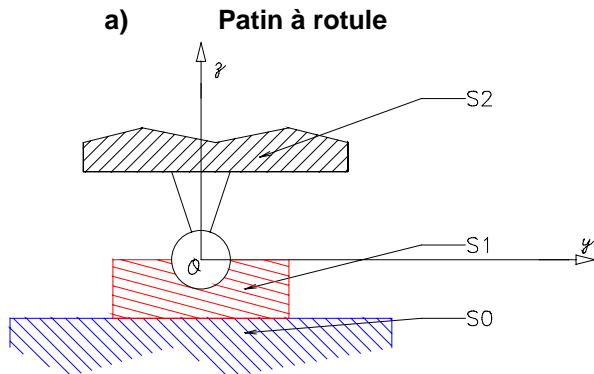
La relation entre le torseur cinématique de la liaison équivalente s'obtient en écrivant la relation de composition des torseurs cinématiques entre les différentes pièces en présence.

$$\begin{cases} \{V_{S_n/S_0}\} = \sum_{i=1}^n \{V_{S_i/S_{i-1}}\} \\ \{V_{S_n/S_0}\} = \{V_{S_n/S_{n-1}}\} + \{V_{S_{n-1}/S_{n-2}}\} + \dots + \{V_{S_2/S_1}\} + \{V_{S_1/S_0}\} \end{cases}$$

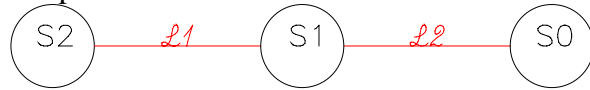
C'est à dire avec les notations précédentes

$\{V\} = \{V_1\} + \{V_2\} + \dots + \{V_i\} + \dots + \{V_{n-1}\} + \{V_n\}$

3. Principales liaisons cinématiquement équivalentes



Graphe des liaisons



- (L1) :Liaison Rotule entre S2 et S1
- (L2) :Liaison appui plan entre S1 et S0

On se propose de déterminer la liaison équivalente aux deux liaisons en série entre S2 et S0 et le schéma cinématique équivalent.

Pour cela déterminons le torseur cinématique équivalent à cette liaison.

Schéma cinématique

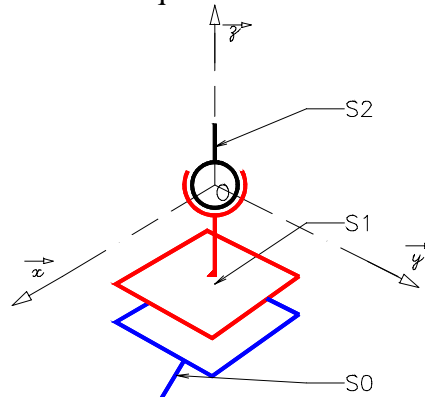
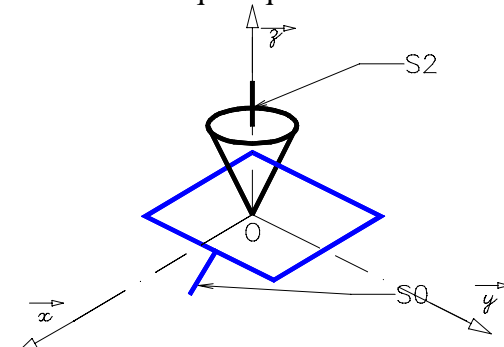


Schéma cinématique équivalent



Intérêt de la réalisation d'une liaison ponctuelle à l'aide d'un appui plan et d'une liaison rotule est d'avoir des liaisons à contact surfacique au lieu d'un contact ponctuel (pression infinie).

Détermination du torseur cinématique équivalent.

$$\left\{ \mathbf{V}_{S2/S0} \right\} = \left\{ \mathbf{V}_{S2/S1} \right\} + \left\{ \mathbf{V}_{S1/S0} \right\}$$

Torseur cinématique de la liaison rotule

$$\left\{ \mathbf{V}_{S2/S1} \right\} = \begin{Bmatrix} \alpha_2 0 \\ \beta_2 0 \\ \gamma_2 0 \end{Bmatrix}_o$$

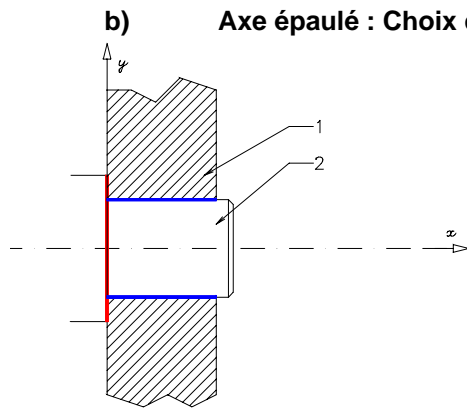
Torseur cinématique de la liaison Appui Plan

$$\left\{ \mathbf{V}_{S1/S0} \right\} = \begin{Bmatrix} 0u_1 \\ 0v_1 \\ \gamma_1 0 \end{Bmatrix}_o$$

D'où
$$\left\{ \mathbf{V}_{S2/S0} \right\} = \begin{Bmatrix} \alpha u \\ \beta v \\ \gamma w \end{Bmatrix}_o$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha u \\ \beta v \\ \gamma w \end{Bmatrix}_o = \begin{Bmatrix} \alpha_2 0 \\ \beta_2 0 \\ \gamma_2 0 \end{Bmatrix}_o + \begin{Bmatrix} 0u_1 \\ 0v_1 \\ \gamma_1 0 \end{Bmatrix}_o = \begin{Bmatrix} \alpha_2 & u_1 \\ \beta_2 & v_1 \\ \gamma_2 + \gamma_1 & 0 \end{Bmatrix}_o$$

On a donc le schéma équivalent ci-contre (Liaison ponctuelle)



Hypothèse 1 $\frac{l}{d} > 1$

Hypothèse 2 $\frac{l}{d} < 0.3$

On se propose de déterminer la liaison cinématique équivalente et le schéma équivalent.

Le torseur cinématique équivalent doit respecter l'égalité suivante

$$\left\{ \mathbf{V}_{S2/S1} \right\} = \left\{ \mathbf{V}_{L1S2/S1} \right\} = \left\{ \mathbf{V}_{L2S2/S1} \right\}$$

Le Torseur d'une liaison Appui plan de normale \vec{x} en O

$$\left\{ \mathbf{V}_{L1} \right\} = \begin{Bmatrix} \alpha 0 \\ 0 v_1 \\ 0 w_1 \end{Bmatrix}_O$$

H1

Liaison Pivot Glissant d'axe (O, \vec{x}) :

$$\left\{ \mathbf{V}_{L2} \right\} = \begin{Bmatrix} \alpha 2u_2 \\ 0 0 \\ 0 0 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = \alpha_1 = \alpha_2 \\ \beta = 0 = \beta_2 \\ \gamma = 0 = \gamma_2 \\ u = 0 = u_2 \\ v = v_1 = 0 \\ w = w_1 = 0 \end{matrix}$$

d'où le torseur cinématique équivalent

$$\left\{ \mathbf{V}_{S2/S1} \right\} = \begin{Bmatrix} \alpha 0 \\ 0 0 \\ 0 0 \end{Bmatrix}_O$$

C'est à dire le torseur cinématique d'une liaison **Pivot**

Remarque : β et γ sont deux fois imposés à 0 en effet les deux liaisons suppriment ces deux rotations.

Le système est hyperstatique d'ordre 2

Pour pouvoir assembler ces deux pièces il faut une qualité d'usinage importante (coût important) mais l'assemblage est plus rigide.

C.

Graphe des liaisons

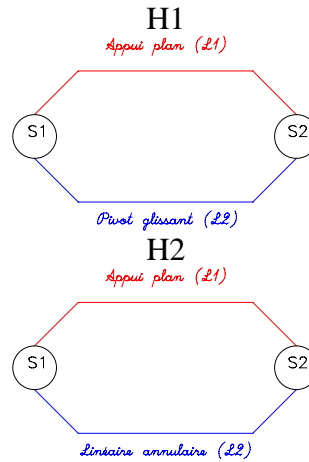


Schéma cinématique actuel

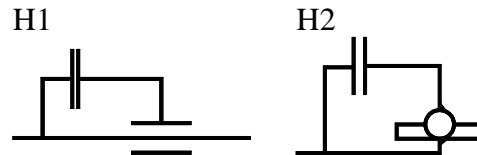
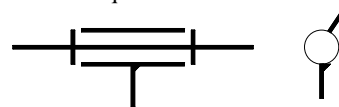


Schéma équivalent



H2

Liaison linéaire annulaire de centre O et d'axe (O, \vec{x})

$$\left\{ \mathbf{V}_{L2} \right\} = \begin{Bmatrix} \alpha 2u_2 \\ \beta 2 0 \\ \gamma 2 0 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = \alpha_1 = \alpha_2 \\ \beta = 0 = \beta_2 \\ \gamma = 0 = \gamma_2 \\ u = 0 = u_2 \\ v = v_1 = 0 \\ w = w_1 = 0 \end{matrix}$$

d'où le torseur cinématique équivalent

$$\left\{ \mathbf{V}_{S2/S1} \right\} = \begin{Bmatrix} \alpha 0 \\ 0 0 \\ 0 0 \end{Bmatrix}_O$$

C'est à dire le torseur cinématique d'une liaison **Pivot**

Remarque 1 : Dans cet assemblage il ne subsiste qu'un seul degré de liberté, tous les autres degrés ne sont supprimés qu'une seule fois. Le système n'est pas hyperstatique.

Remarque 2 : pour supprimer l'hyperstatisme d'un assemblage il suffit en général de modifier les liaisons.

Graphe de structure:

1. Graphe des liaisons élémentaires

Dans le graphe des liaisons élémentaires chaque couple de surface en contact est modélisé par une liaison élémentaire en fonction des mouvements permis par la liaison.

Exemple voir axe épaulé.

2. Graphe minimal des liaisons usuelles

Dans le graphe minimal des liaisons usuelles on a remplacé chaque ensemble de liaisons élémentaires en parallèle ou en série par sa liaison cinématiquement équivalente.

Voir exemples précédents (axe épaulé et patin à rotule)

D. Schéma cinématique

1. Schéma cinématique minimal

Le schéma cinématique minimal est une représentation modélisée du mécanisme. Le schéma cinématique minimal doit permettre de comprendre le fonctionnement du mécanisme, il doit aussi comporter le Paramétrage des différents solides.

Un bon schéma cinématique est clair, lisible, précis, concis.

Un schéma cinématique n'est jamais unique.

La représentation peut être plane dans une ou plusieurs vues ou bien en perspective.

Le schéma cinématique minimal est déterminé à partir du graphe minimal des liaisons.

- Les liaisons entre solides indéformables sont représentées par les symboles normalisés.

- Les éléments de contact sont représentés par les symboles normalisés.

- Les positions relatives de chaque liaison sont respectées.

a) Classes d'équivalence cinématique

Toutes les pièces étant en liaison complète entre elles (aucun mouvement relatif) sont regroupées dans une même classe d'équivalence cinématique.

Par convention nous noterons chaque classe d'équivalence par le numéro de la pièce le plus petit de la classe.

Dans le schéma chaque classe d'équivalence est représentée par un seul solide.

2. Autres schémas

a) Schémas technologiques

L'objectif des schémas technologiques est de mieux faire comprendre ou de mieux définir les choix technologiques.

En fonction de l'objectif d'utilisation la décomposition peut être importante et peut à la limite être la traduction du graphe des liaisons élémentaires.

b) Schéma des mouvements

Dans le schéma des mouvements on reprend le schéma cinématique minimal dans lequel on paramètre la position des différents solides pour déterminer la loi d'entrée/sortie du mécanisme. Il peut être nécessaire si l'on souhaite faire une étude cinématique de paramètre la position des différents solides. Dans ce cas, on prendra soin de représenter le schéma dans une configuration où le paramétrage est utilisable.