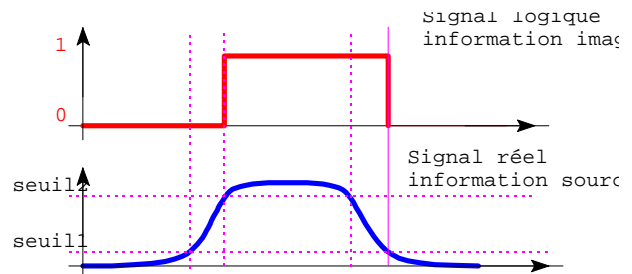


I - SYSTEMES COMBINATOIRES

A. Algèbre de Boole

1. Variables logiques:

Un signal réel est une grandeur physique en général continue, on associe à cette grandeur un signal binaire (0,1) en fixant des seuils, le passage d'un seuil caractérise le passage de l'état 1 à 0 et réciproquement. Pour éviter les ambiguïtés on définit souvent une zone dans laquelle aucun état logique n'est défini.



On peut associer ainsi à un grand nombre de phénomènes physique un état logique (porte ouverte/fermée; voyant éclairé/éteint;...).

On associe généralement à l'état logique 1 la situation actionné du composant.

2. Convention

élément d'information (boutons et détecteurs)

	Contact établissement de circuit			Contact à coupure de Circuit	
état physique	actionné	Non actionné		actionné	Non actionné
état électrique	passant	Non passant		Non passant	Passant
état logique	1	0		1	0
Exemple	Interrupteur Le courant passe s'il est actionné			poussoir de réfrigérateur (passant lorsque la porte est ouverte, le contact est non actionné).	

actionneurs

	actionneur	
état physique	en fonction	ne fonctionne pas
état logique	1	0

3. Algèbre de Boole

L'algèbre de BOOLE ou algèbre logique est l'algèbre définie pour des variables ne pouvant prendre que deux états.

4. Opérateurs logiques fondamentaux

On distingue l'opérateur identité ou opérateur OUI, l'opérateur complément (opérateur NON), la somme logique (opérateur OU) et le produit logique (opérateur ET)

a) Opérateur OUI

L'opérateur OUI ou opérateur identité $f(a)=a$

a	f(a)
0	0
1	1

NON	ET		OU	
propriétés de la complémentarité	Propriétés du produit logique		Propriétés de la somme logique	
$f(a) = \bar{a}$ (a barre ou non a) $\bar{\bar{1}} = 0$ et $\bar{\bar{0}} = 1$ d'où la propriété d'involution $\bar{\bar{a}} = a$	$0.0=0$ $1.0=0$ $0.1=0$ $1.1=1$	$a.0=0$ $a.1=a$ $a.a=a$ $a.\bar{a}=0$	$0+0=0$ $1+0=1$ $1+1=1$ $0+1=1$	$0+a=a$ $1+a=1$ $a+a=a$ $\bar{a}+a=1$

5. Propriétés des opérateurs logiques

Commutativité, associativité, distributivité

Le produit et la somme logique sont commutatifs et associatifs.

Propriétés combinées de la somme et du produit

$a+a.b=a$ propriété d'absorption

$a+\bar{a}.b=a+b$

$a+b.c=(a+b).(a+c)$ distributivité de la somme / produit

Vérifier les propriétés précédentes avec la table de vérité

6. Théorème de De Morgan

1- Le complément d'un produit est égal à la somme des compléments des termes du produit.

$$S=a.b \quad \bar{S} = \bar{a.b} = \bar{a} + \bar{b}$$

2- Le complément d'une somme est égal au produit des compléments des termes de la somme.

$$S=a+b \quad \bar{S} = \overline{a+b} = \bar{a}.\bar{b}$$

B. Spécification d'une fonction booléenne:

1. Table de vérité

Une table de vérité permet de décrire le fonctionnement d'un système combinatoire, l'état de chaque entrée est représenté par sa valeur logique, de même pour les sorties. Il est possible de déterminer l'équation de fonctionnement en recherchant toutes les valeurs pour lesquelles la sortie=1
L'équation de fonctionnement est égale à la somme logique de toutes les combinaisons pour lesquelles la sortie vaut 1.

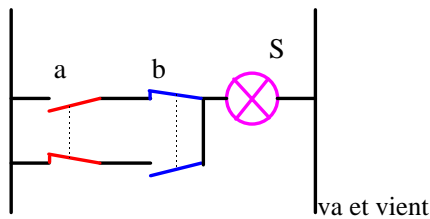
2. Fonctions logiques de base à 2 variables

a) Fonctions fondamentales

OUI	NON	ET	OU																																										
Amplification égalité	Inversion logique Complémentation	Produit logique	Somme logique																																										
<table border="1"> <tr><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	S	0	0	1	1	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	S	0	1	1	0	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	b	S	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	b	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
a	S																																												
0	0																																												
1	1																																												
a	S																																												
0	1																																												
1	0																																												
a	b	S																																											
0	0	0																																											
0	1	0																																											
1	0	0																																											
1	1	1																																											
a	b	S																																											
0	0	0																																											
0	1	1																																											
1	0	1																																											
1	1	1																																											
$S = a$	$S = \bar{a}$	$S = a \cdot b$ a ET b	$S = a + b$ a OU b																																										
	<p>utilisation d'un contact NC</p> <p>Utilisation d'un relais</p>	<p>Contacts en série</p>	<p>contacts en parallèle</p>																																										

b) Autres fonctions

NAND	NOR	OUX	NON OUX	Inhibition																																																																											
Non ET	Non OU	OU exclusif	identité																																																																												
<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	S	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	S	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	a	b	S	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>S</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	a	b	S	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0
a	b	S																																																																													
0	0	1																																																																													
0	1	1																																																																													
1	0	1																																																																													
1	1	0																																																																													
a	b	S																																																																													
0	0	1																																																																													
0	1	0																																																																													
1	0	0																																																																													
1	1	0																																																																													
a	b	S																																																																													
0	0	0																																																																													
0	1	1																																																																													
1	0	1																																																																													
1	1	0																																																																													
a	b	S																																																																													
0	0	1																																																																													
0	1	0																																																																													
1	0	0																																																																													
1	1	1																																																																													
a	b	S																																																																													
0	0	0																																																																													
0	1	0																																																																													
1	0	1																																																																													
1	1	0																																																																													
$S = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$	$S = \overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$	$S = a \otimes b = \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b}$	$S = \overline{a \otimes b} = \bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot b$	$S = a \cdot \bar{b}$																																																																											



Tout fonctionnement peut être décrit en utilisant les fonctions logiques de base. Et, OU, OUI, et NON
*Les fonctions NAND, NOR, OUX sont des fonctions universelles, c'est à dire que l'on peut réaliser avec chacune de ces fonctions toutes les autres fonctions.

Ces fonctions sont principalement utilisées en technologie électronique (circuits intégrés) pour optimiser les circuits (1 seul type de composant pour toutes les fonctions).

3. Exercices

a) Eclairage intérieur automobile

La lumière intérieure d'un véhicule s'éclaire si une des deux portes avants est ouverte (capteurs pd et pg à coupure de circuit) ou si l'interrupteur du plafonnier est appuyé.

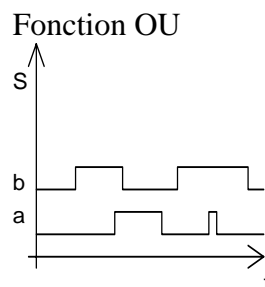
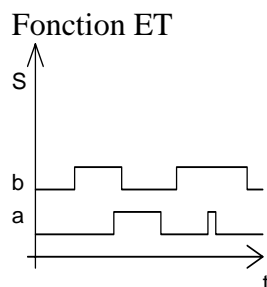
- 1) Décrire le fonctionnement par une table de vérité.
- 2) Déterminer l'équation.
- 3) Etablir le schéma électrique.
- 4) Etablir le schéma logique.

b) Fonctions universelles.

Donner le schéma logique des fonctions NON, ET, OU à l'aide de fonction NAND et NOR.

4. Représentation des fonctions logiques à l'aide d'un chronogramme

Un chronogramme est un graphique sur lequel on représente l'évolution des différentes variables en fonction du temps.



C. Techniques de simplification élémentaire

1. Utilisation des propriétés des fonctions logiques

Utilisation des règles de l'algèbre de Boole

2. Tableau de Karnaugh

Un tableau de Karnaugh est un tableau dans le quel on regroupe tous les états des sorties d'un système (un tableau par sorties). Ce tableau comporte 2^n cellules avec n nb de variables d'entrées du système. on indique aussi les états qui ne correspondent pas à un fonctionnement du système (état incompatible)

3. Exemple: description du fonctionnement d'un système à l'aide d'une table de vérité - utilisation du tableau de KARNAUGH.

Le niveau d'une cuve est contrôlé par 2 capteurs de niveau (nb, nh) et 2 capteurs de température (th, tb). Une vanne permet le remplissage tant que le niveau haut n'est pas atteint. Une résistance chauffante assure le chauffage jusqu'à la température maximale. une sécurité de fonctionnement interdit le chauffage si le niveau bas est atteint, de même le remplissage est arrêté si la température minimale est atteinte.

Les capteurs de niveau sont à l'état logique 1 lorsque l'eau est présente devant le capteur.

Les capteurs de température sont à l'état logique 1 si la température est supérieure à la température à détecter.

Décrire le fonctionnement par une table de vérité.

Déterminer les équations de fonctionnement.

