

1 Modélisation des actions mécaniques - PFS

1.1 MPSI2

Colle 1- Ecluse de Canal
adapté EPITA 1999

Corrigé page 8

A. Présentation

la fonction d'une écluse (figure1) est de permettre à un bateau de franchir un dénivelé.

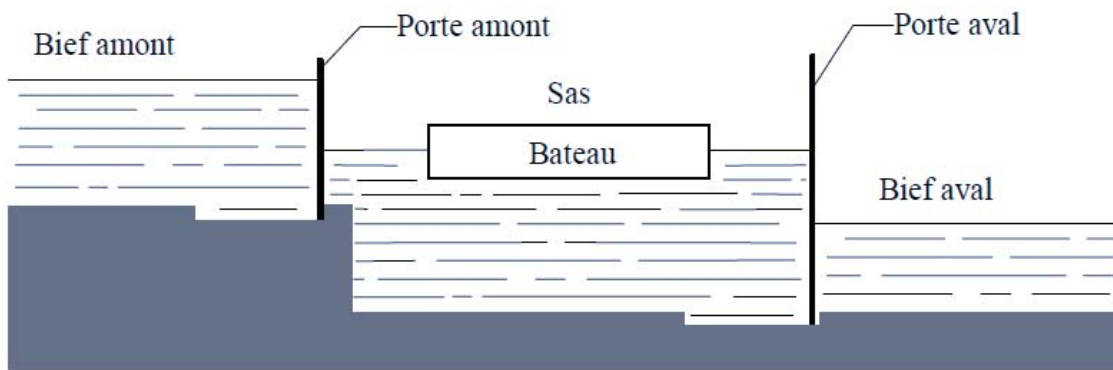


Figure 1 – Écluse de canal

Chaque porte est constituée de deux vantaux (figure 2). La figure 3 et représente un vantail et le vérin qui le met en mouvement.



Figure 2 – Portes d'écluses et vérins

Le vantail (1) de largeur L et de hauteur H repose à sa partie basse sur une « crapaudine » modélisée par une liaison rotule. Il est maintenu à sa partie haute par un « étrier » modélisé par une liaison linéaire-annulaire. Il est ainsi globalement en liaison pivot d'axe vertical avec le « bajoyer (0) » (les murs).

Pour le canal de Bourgogne les portes font $L = 3,44\text{ m}$ de largeur et la hauteur totale d'eau est de $H = 3\text{ m}$.

La liaison du corps (2) du vérin avec le bajoyer (0) est de type « cardan », ici la liaison est modélisée par une liaison sphérique (à la place d'une sphérique à doigt). La tige (3) du vérin est en liaison rotule avec le vantail (1) et en liaison pivot-glissant avec le corps (2).

La masse du vantail est M_1 , le centre d'inertie G_1 est au centre du panneau. les autres masses sont négligeables. La durée du cycle d'ouverture (et du cycle de fermeture) est de 2 min.

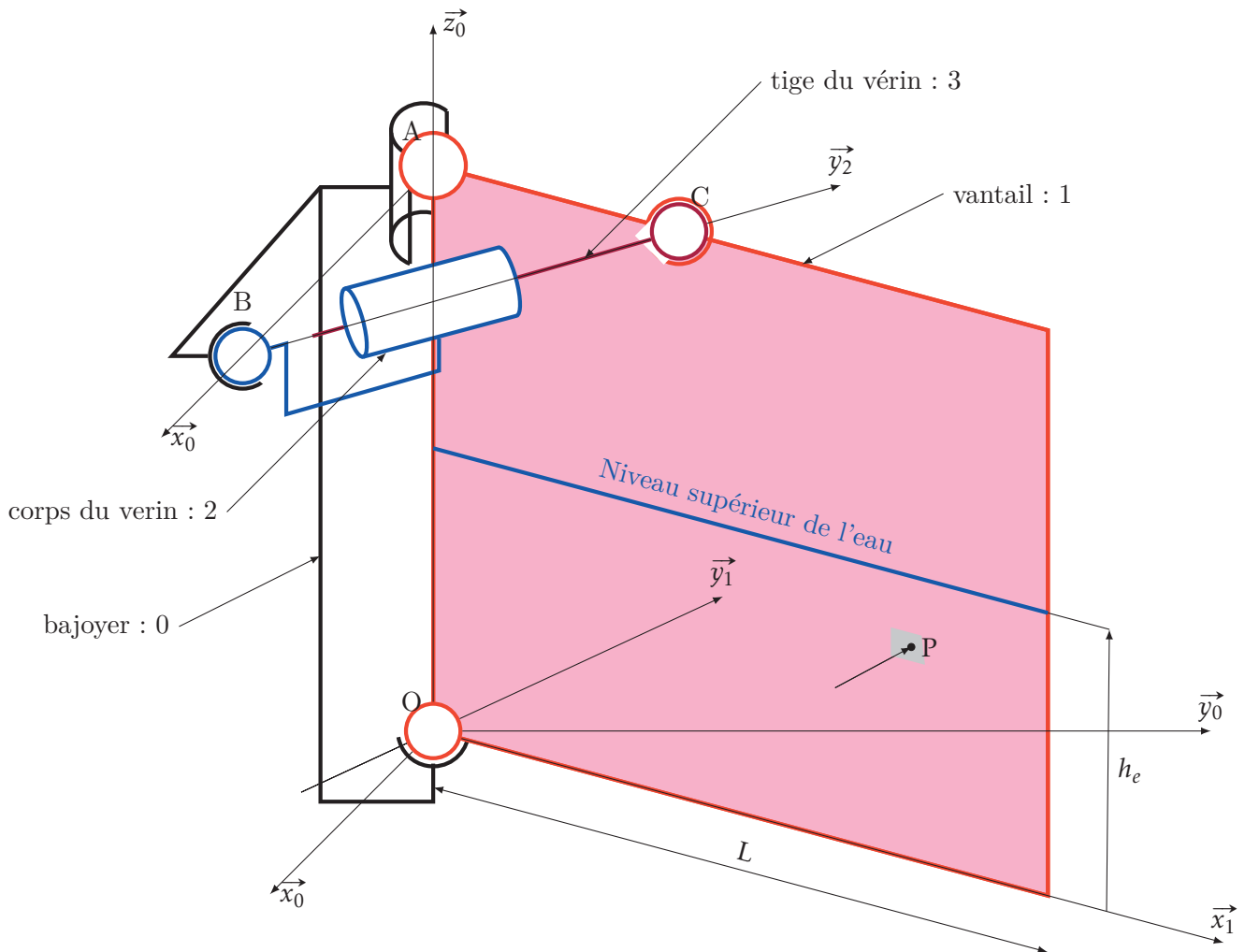


Figure 3 – Modèle cinématique

Lorsque le vérin déplace le vantail le niveau d'eau du sas est identique à celui du bief. La porte est immergée sur la moitié de sa hauteur $h_e = \frac{H}{2}$.

L'action de l'eau sur le vantail pendant le déplacement est modélisée, en tout point P de sa surface, par un effort élémentaire : $d\vec{F}_{eau \rightarrow v} = \pm p_r \cdot ds \cdot \vec{y}_1$ (le signe dépend du sens du déplacement) où p_r est une pression proportionnelle à la masse volumique de l'eau et au carré de la vitesse de déplacement : $p_r = k \cdot \rho \cdot \vec{V}_{P \in 1/0}^2$.

On note, p_v la pression dans le vérin hydraulique et S_u la section utile du vérin.

Le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bajoyer. Le repère $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, avec $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$ est lié au vantail. L'axe (B, \vec{y}_2) est celui de la tige du vérin.

On note : $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \alpha$; $(\vec{y}_0, \vec{y}_2) = \beta$; $\vec{OA} = H \cdot \vec{z}_0$; $\vec{BC} = \lambda \cdot \vec{y}_2$; $\vec{AC} = a \cdot \vec{x}_1$; $\vec{AB} = b \cdot \vec{x}_0$; $\vec{OP} = x \cdot \vec{x}_1 + z \cdot \vec{z}_0$.

On se propose dans cette étude de déterminer la pression p_v dans le vérin afin de déplacer le vantail.

B. Étude

B.1. Modélisation

Q1. Tracer le graphe des liaisons du mécanisme complet constituée par le bajoyer, le corps du vérin, la tige du vérin et le vantail.

Q2. Préciser sur le graphe les actions mécaniques

Q3. Préciser les différents torseurs d'action transmissibles par les liaisons.

B.2. Cinématique

La figure 4 représente une vue de dessus partielle d'un vantail et de son vérin.

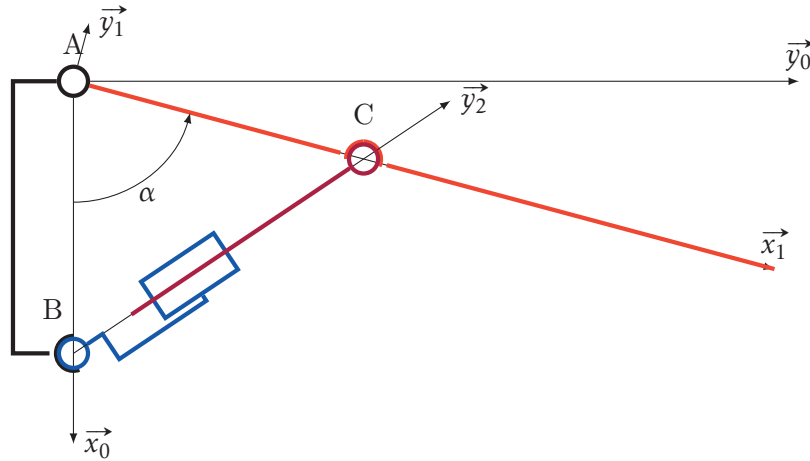


Figure 4 – Modèle cinématique simplifié

Q4. Soit P un point du vantail de coordonnées $(x, 0, z)$ dans $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, exprimer sa vitesse par rapport au bajoyer $\vec{V}_{P \in 1/0}$ en fonction de ω_1 .

B.3. Équilibre du vantail

— Action de l'eau sur le vantail

Q5. Exprimer $d\vec{F}_{eau \rightarrow 1}$ en fonction de ω_1 et x . Préciser l'élément de surface ds ainsi que les bornes d'intégration.

Q6. Déterminer $\vec{F}_{eau \rightarrow 1}$ en fonction de ω_1 et des différents paramètres géométriques. Faire l'application numérique.

Q7. Déterminer $\vec{M}_{O, eau \rightarrow 1} = \int_S \vec{OP} \wedge d\vec{F}_{eau \rightarrow 1}$

Q8. Exprimer le torseur de l'action mécanique de l'eau sur le vantail en O .

Q9. Déterminer le point P du vantail pour lequel $\vec{M}_{P, eau \rightarrow 1} = \vec{0}$.

— Actions du bajoyer sur le vantail

La liaison entre le bajoyer et le vantail est réalisée par deux liaisons en parallèle, une liaison sphérique et une liaison sphère cylindre.

On note L_O la liaison réalisée

Q10. Déterminer le moment en O du torseur de l'action mécanique transmissible par la liaison sphère cylindre entre (0) et (1).

Q11. Déterminer le torseur résultant des deux liaisons entre le bajoyer (0) et le vantail (1) en O .

— Action du vérin sur le vantail

Q12. En isolant, l'ensemble $\{2, 3\}$, justifier que la résultante de l'action mécanique en A de la tige du vérin sur le vantail s'écrit : $\vec{R}_{3 \rightarrow 1} = F \cdot \vec{y}_2$.

Q13. Déterminer le moment en O de cette action $\vec{M}_{O, 3 \rightarrow 1}$.

Q14. Déterminer F en fonction de la pression p_v .

— Autres actions

Q15. Préciser les autres actions mécaniques extérieures sur le vantail, et leur moment en O en projection sur \vec{z}_0 .

— Équilibre de 1

On considère que le vantail se déplace à vitesse constante dans le sens de la fermeture (α varie de 0° à 90°), le principe fondamentale de la statique peut donc être utilisé.

On isole le vantail (1).

Q16. Énoncer le PFS.

Q17. Quelle équation doit-on écrire pour obtenir une relation entre l'action de l'eau et l'action du vérin sur le vantail, justifier.

Q18. Déterminer la relation donnant F en fonction de la vitesse de rotation ω_1 du vantail, en déduire p_v en fonction de ω_1 .

1.2 MPSI1-PCSI

Exercice 2- Détermination de la courroie d'un lanceur
Mines AADN 1998

Corrigé page 9

Lorsque l'on désire imprimer un très grand nombre d'exemplaires d'un même ouvrage (journal à grand tirage, annuaire téléphonique, ...) on utilise généralement des machines à impression rotative. Ces machines sont alimentées en papier de façon continue, grâce à de gros rouleaux de papier situés en amont. Afin d'améliorer la productivité, il est nécessaire de remplacer le rouleau de papier vide par un plein, sans pour cela immobiliser la machine.

Le sujet proposé est un changeur automatique de rouleaux, utilisé pour alimenter une rotative des usines d'impression Berger Levrault.

Le rôle de ce dispositif automatisé, est d'accélérer le nouveau rouleau plein en rotation, d'engager la feuille de ce rouleau dans la machine et d'inverser les positions des deux rouleaux, afin d'amener le rouleau vide dans la zone de déchargement.

Ce système automatisé comprend trois modules :

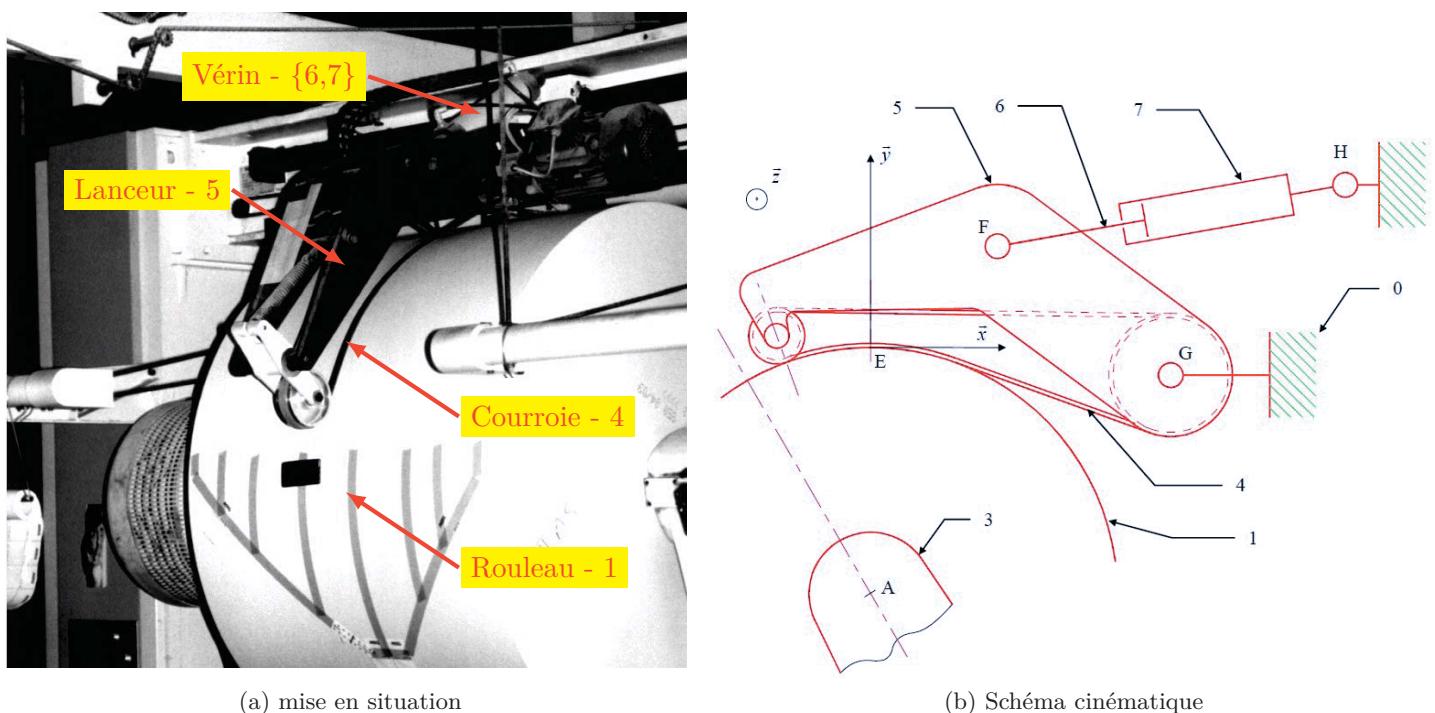


Figure 5 – Mécanisme de lancement

- un lanceur, constitué d'un moteur, d'un vérin et d'une courroie, ayant pour rôle d'accélérer le rouleau plein en rotation (voir figure 5).
- un bras escamotable, constitué d'un rouleau presseur, d'un vérin et d'une lame, ayant pour fonction d'engager la feuille provenant du rouleau plein dans la machine et de découper celle du rouleau vide,
- un levier motorisé, supportant les deux rouleaux, qui a pour rôle d'inverser leurs positions, afin de permettre le déchargement du rouleau vide.

Dans cette étude nous nous limiterons à l'étude du lanceur

Exigence de lancement : Le mécanisme de lancement doit être capable de mettre en mouvement le rouleau de papier et de l'amener à sa vitesse de rotation de synchronisme

Une étude dynamique montre que le couple résistant au démarrage du rouleau (1), appliqué sur l'axe (A, \vec{z}_0) vaut : $C_r = -176 \text{ Nm} : \{A_{0 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{C}_r = C_r \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_A$.

Les moteurs, qui entraînent le rouleau, n'ont pas un couple moteur suffisant pour lancer celui-ci. On utilise donc un lanceur, qui a pour fonction d'accélérer le rouleau en rotation, d'une vitesse initiale nulle à sa vitesse de fonctionnement normal puis les moteurs prennent le relais.

La courroie 4 du lanceur est plaquée sur le rouleau 1 par le vérin {6,7}. La courroie 4 est entraînée par une poulie motrice et entraîne à son tour le rouleau par adhérence.

La surface de contact entre la courroie 4 et le rouleau 1 est modélisée par une bande de largeur L et de limite angulaire $\left[\frac{-\beta}{2}, \frac{+\beta}{2}\right]$ avec $\beta = 30^\circ$. On fait l'hypothèse d'une répartition de pression p uniforme entre la courroie et le rouleau de papier.

Données (figure 7) :

- la liaison en A entre 1 et 3 est une liaison pivot d'axe (A, \vec{z})
- la liaison en G entre 5 et 0 est une liaison pivot d'axe (G, \vec{z}) ,
- les liaisons en F et H sont deux liaisons sphériques respectivement de centre F entre (6) et (5) et H entre (7) et (0).
- La liaison entre la tige du vérin (6) et le corps (7) est modélisée par une liaison pivot glissant d'axe (H, \vec{x}_7) avec $\vec{x}_7 = \frac{\vec{HF}}{\|\vec{HF}\|}$, $\vec{HF} = \lambda \cdot \vec{x}_7$.

- le repère $(G, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z})$ est associé au basculeur (5) avec $\vec{x}_5 = \frac{\vec{GF}}{\|\vec{GF}\|}$, $\vec{GF} = x_F \cdot \vec{x}_5$ ($x_F = 520 \text{ mm}$), $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_5)$.
- le repère $(H, \vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z})$ est associé au corps du vérin (7), $\vec{HF} = \lambda \cdot \vec{x}_7$, $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_7)$ et $\vec{GH} = x_H \cdot \vec{x}_0 + y_H \cdot \vec{y}_0$ ($x_H = 430 \text{ mm}$ et $y_H = 470 \text{ mm}$).
- $\vec{AG} = x_{ag} \cdot \vec{x}_0 + y_{ag} \cdot \vec{y}_0$ avec $x_{ag} = 730 \text{ mm}$ et $y_{ag} = 530 \text{ mm}$.

Dans toute cette partie, nous faisons les hypothèses suivantes :

- les liaisons sont parfaites (sans frottement), à l'exception du contact entre la courroie et le rouleau.
- le poids des pièces est négligé,
- le solide (3) et le bâti (0) sont immobile l'un par rapport à l'autre.

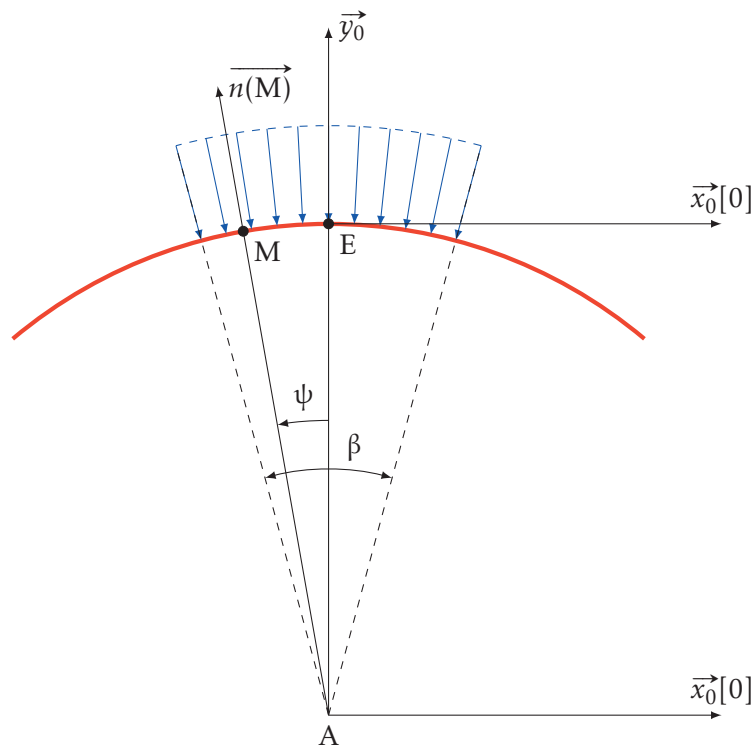


Figure 6 – Modèle local de répartition de l'effort de pression

A. Mise en pression

Le rouleau est arrêté, le lanceur est mis en place, on note $\vec{F}_{4 \rightarrow 1}$, la résultante de l'action mécanique de 4 sur 1.

La figure 6 précise la modélisation locale de l'action mécanique entre la courroie et le rouleau.

On pose $d\vec{F}_{4 \rightarrow 1} = -p \cdot R_{maxi} \cdot d\psi \cdot dz \cdot \vec{n}(M)$ l'action élémentaire au point M.

Q1. Justifier la forme de $d\vec{F}_{4 \rightarrow 1}$ et chacun des termes. Déterminer $\vec{n}(M)$ en fonction de ψ et des vecteurs de la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

- Q2. À partir de la figure 6, déterminer l'expression de la résultante de l'action mécanique de 4 sur 1, $\vec{F}_{4 \rightarrow 1}$, en fonction de p , β , L et R_{Maxi} (rayon du rouleau au démarrage).
- Q3. Vérifier que le moment en A de l'action mécanique de 4 sur 1 est nul : $\vec{M}_{A,4 \rightarrow 1} = \vec{0}$.
- Q4. Donner le torseur de l'action mécanique de 4 sur 1 $\{\mathcal{T}_{4 \rightarrow 1}\}$ en A puis en E.
- Q5. En prenant $\beta = 30^\circ$, $\|\vec{F}_{4 \rightarrow 1}\| = F_{maxi} = 500 \text{ N}$ et $R_{Maxi} = 0,6 \text{ m}$, calculer la largeur L de la courroie pour que la pression de contact p ne dépasse pas 1 daNcm^{-2} .

B. Détermination des caractéristiques du vérin

- Q6. Tracer le graphe de structure du mécanisme du lanceur (on associera dans un même ensemble la courroie (4) et le basculeur (5) $S_{45} = \{4, 5\}$).
- Q7. Placer sur ce graphe les différentes actions mécaniques.
- Q8. Justifier que le mécanisme peut être étudié comme un mécanisme plan. En déduire les différents torseurs d'actions mécaniques transmissibles par les liaisons dans le cadre de l'hypothèse plane.

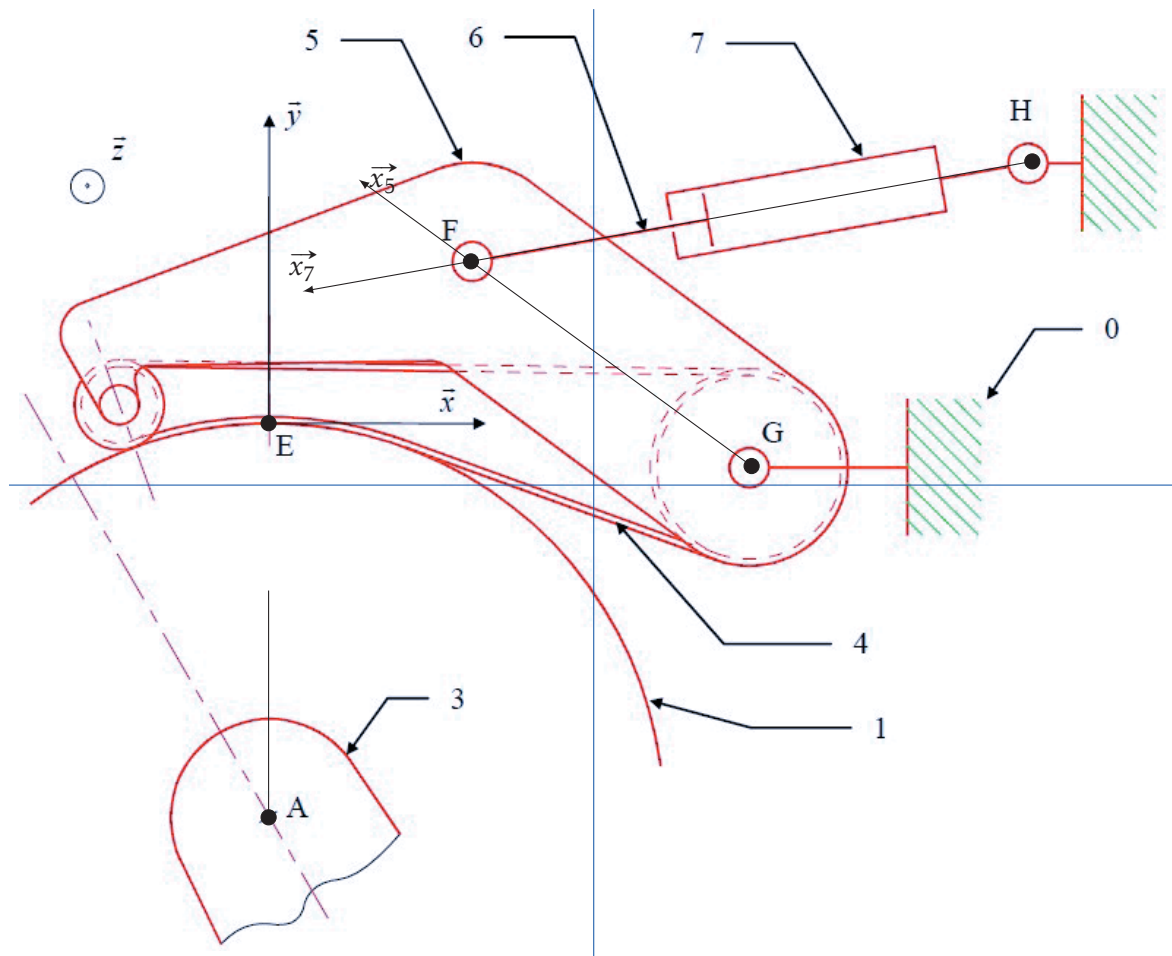


Figure 7 – Schéma cinématique et paramétrage

- Q9. Justifiez sans calculs que, $\vec{F}_{6 \rightarrow 5}$, l'action mécanique en F de la tige du vérin (6) sur le basculeur (5) est portée par la droite (H, \vec{x}_7) : $\vec{F}_{6 \rightarrow 5} = F_{65} \cdot \vec{x}_7$.
- Q10. Déterminer F_{65} en fonction de la pression p_H et de la section du vérin S_U .
- Q11. En isolant l'ensemble $\{4, 5\}$, déterminer F_{65} en fonction de F_{maxi} et des données géométriques.
 Dans la position du schéma de la figure 7, on a les valeurs numériques suivantes :
 — $\lambda = \lambda_0 = 860 \text{ mm}$;
 — $\alpha = \alpha_0 = 140^\circ$
 — $\theta = \theta_0 = -175^\circ$
- Q12. Sachant que la pression d'huile dans le vérin est $p_H = 6 \text{ bar}$, calculer la section utile S_U du vérin.

C. Démarrage

On se place maintenant, à l'instant du démarrage, à la limite du glissement, on considère que le rouleau 1 est en équilibre statique (le mouvement n'a pas débuté). La courroie doit entraîner le rouleau dans le sens trigonométrique.

On note $f = \tan \varphi = \tan 30^\circ$, le coefficient de frottement entre la courroie et le rouleau.

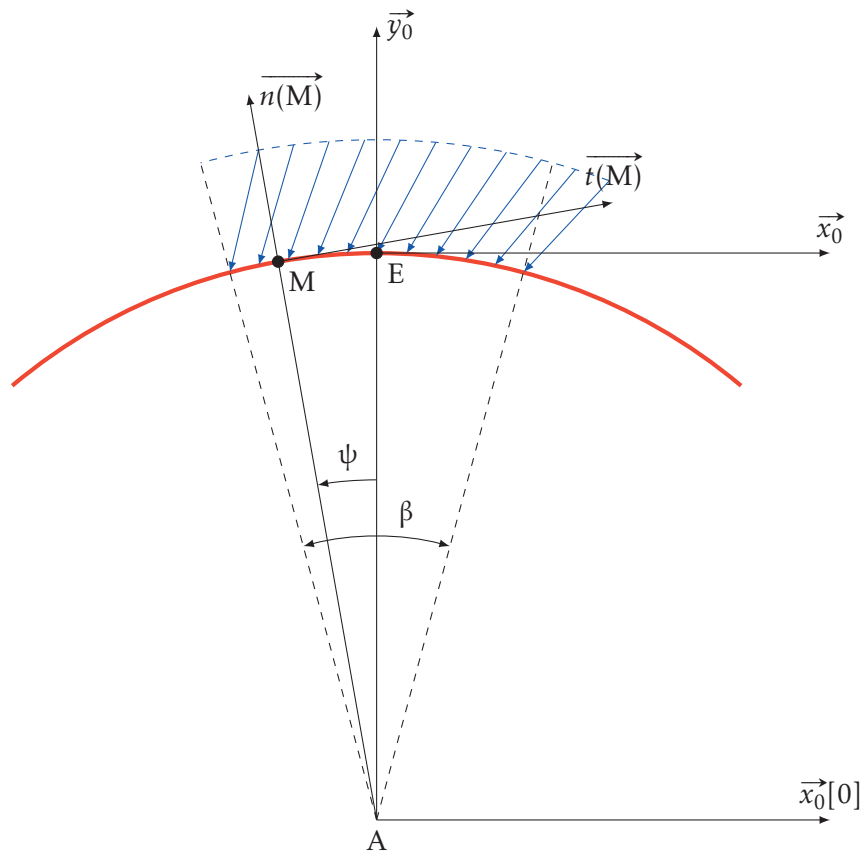


Figure 8 – Modèle local de répartition de l'effort de pression

Q13. Justifier la représentation des actions mécaniques locales entre la courroie et le rouleau de la figure 8. Rappeler la relation entre les composantes tangentielle et normale.

Q14. Préciser l'action élémentaire $d\vec{F}_{4 \rightarrow 1}^M = d\vec{N}_{4 \rightarrow 1}^M + d\vec{T}_{4 \rightarrow 1}^M$ entre la courroie et le rouleau au point M sachant que la composante normale est inchangée.

Q15. Déterminer les composantes, $\vec{F}_{4 \rightarrow 1} = F_x \cdot \vec{x}_0 + F_y \cdot \vec{y}_0$ de la résultante de l'action de la courroie sur le tambour, en fonction de p , β , L , R_{Maxi} et f .

Q16. Déterminer $M_{A,4 \rightarrow 1}$, le moment de l'action mécanique de la courroie (4) sur le rouleau (1) en fonction de F_y . En déduire le torseur de l'action mécanique de la courroie (4) sur le rouleau (1) puis le torseur de (1) sur (4).

Q17. Sachant, qu'à l'instant du démarrage, le rouleau est en équilibre sous l'action de l'action mécanique transmise par la liaison pivot avec (3), de l'action de la courroie et du couple résistant, déterminer F_y et F_x en fonction de C_r .

Q18. Comparer F_y et F_{maxi} , le vérin déterminé précédemment permet d'assurer le démarrage ?