

Devoir 1- Étude et caractérisation d'une suspension

Corrigé page 14

Ce sujet est adapté de plusieurs documents :

- Thèse de Hussein Sleiman
- Le sujet de X-MP 2000 sur la suspension hydractive de la Xantia
- un TP des Mines d'Albi
- un TD de Alain Passeron

**A. Présentation**

Sur un véhicule, la suspension est le système reliant les masses non suspendues (typiquement la roue, les systèmes de freinage, d'entraînement de roue, etc) aux masses suspendues (à savoir le châssis, les passagers et tous les composants du véhicule fixés au châssis). La suspension est un élément essentiel des véhicules de transport terrestre, elle a pour but d'assurer une liaison des roues au sol en toutes circonstances. En absorbant les chocs dus à l'état de la route, elle permet d'augmenter la longévité du moteur et du châssis, en plus d'assurer un confort au conducteur et aux passagers. De plus, elle doit assurer au véhicule une bonne dynamique à la conduite, ceci signifie que son comportement doit être sain en ce qui concerne la liaison au sol et que celui-ci doit réagir conformément aux attentes de son conducteur, notamment dans les phases de virage, freinage et accélération. Ces différentes manœuvres sont à l'origine de plusieurs mouvements verticaux et angulaires du véhicule (Figure 0.2). D'une manière générale, les principaux rôles de la suspension sont définis à travers deux critères : le confort et la tenue de route.

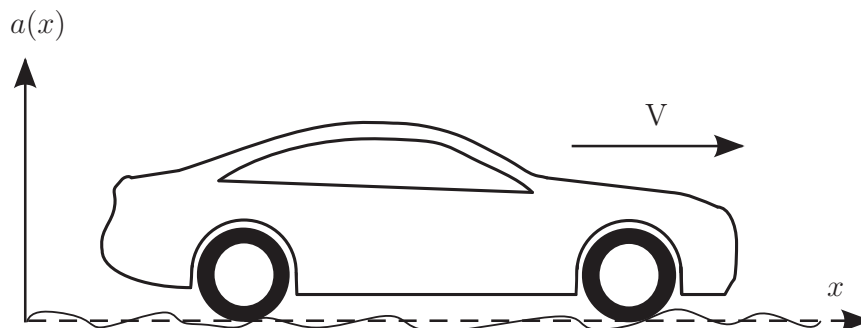


FIGURE 0.1 – Illustration d'un profil de route aléatoire : l'amplitude des vibrations  $a(x)$  dépend de la position  $x(t)$  du véhicule qui se déplace à une vitesse  $V(t)$ .

**Confort :** Le but premier des suspensions automobiles est d'atténuer les perturbations causées par les imperfections de la route et idéalement d'éliminer les vibrations néfastes pour le véhicule et pour les passagers afin d'assurer un meilleur confort et bien-être des passagers dans le véhicule.

**Tenue de route :** Sur un véhicule, la suspension doit assurer la continuité du contact roue/chaussée malgré les défauts de la route. La tenue de route représente la stabilité d'un véhicule, elle est relative à la capacité du véhicule à suivre la trajectoire que le conducteur souhaite lui imposer. Pour obtenir cela, il faut que les efforts moteurs, directionnels ou de freinage soient correctement transmis.

Réaliser une suspension satisfaisante revient donc à isoler la caisse du véhicule en filtrant les sollicitations vibratoires de la route.

Les paramètres caractéristiques d'une suspension automobile sont la raideur et l'amortissement. Pour une masse de caisse donnée, une raideur faible de la suspension permet d'absorber efficacement les irrégularités de la route.

Cependant, pour certaines fréquences, des phénomènes de résonance inconfortables nuisent à la tenue de route et à la stabilité du véhicule.

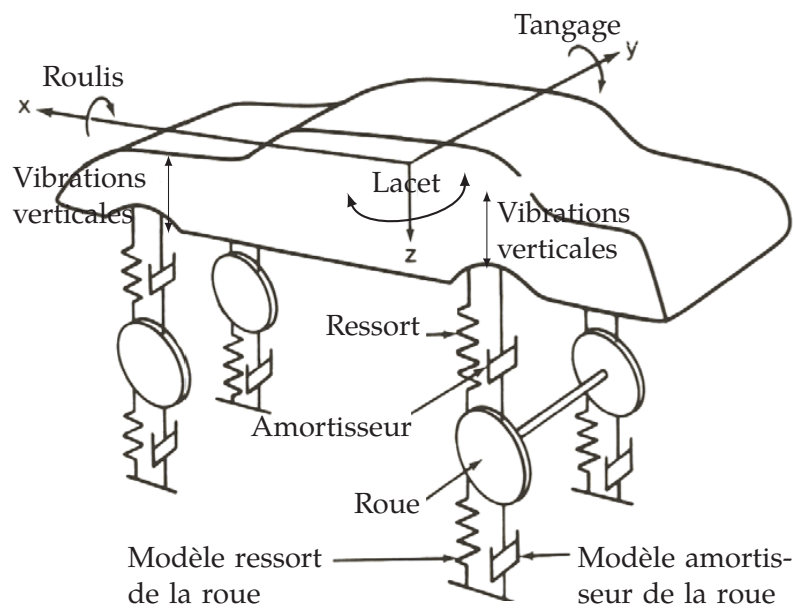


FIGURE 0.2 – Modèle complet d'une suspension à 7 degrés de liberté

### A.1. Confort vibratoire et comportement physiologique humain

Le corps humain est organisé pour tolérer des sollicitations verticales à la fréquence de la marche. La norme AFNOR E 90-400 (Figure 0.3) propose un modèle de tolérance physiologique aux vibrations verticales. Sur ce graphe, on identifie « la zone de mal des transports » ( Zone A ) et « la zone d'inconfort vibratoire » ( Zone B ).

On se propose de préciser le diagramme d'exigence en caractérisant mieux l'exigence id="1.1.1".

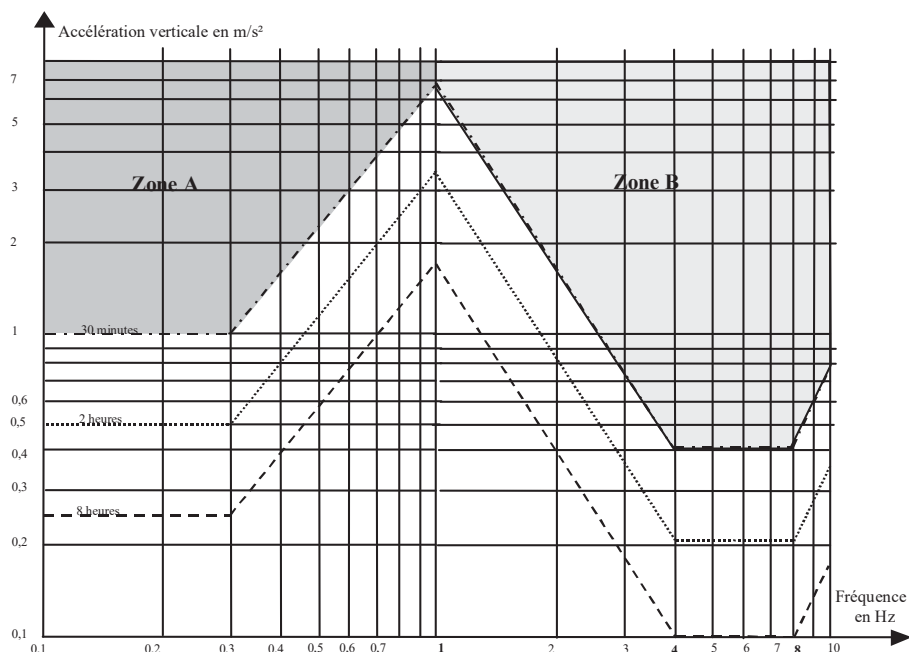


FIGURE 0.3 – Tolérance aux vibrations verticales Norme AFNOR E90-400

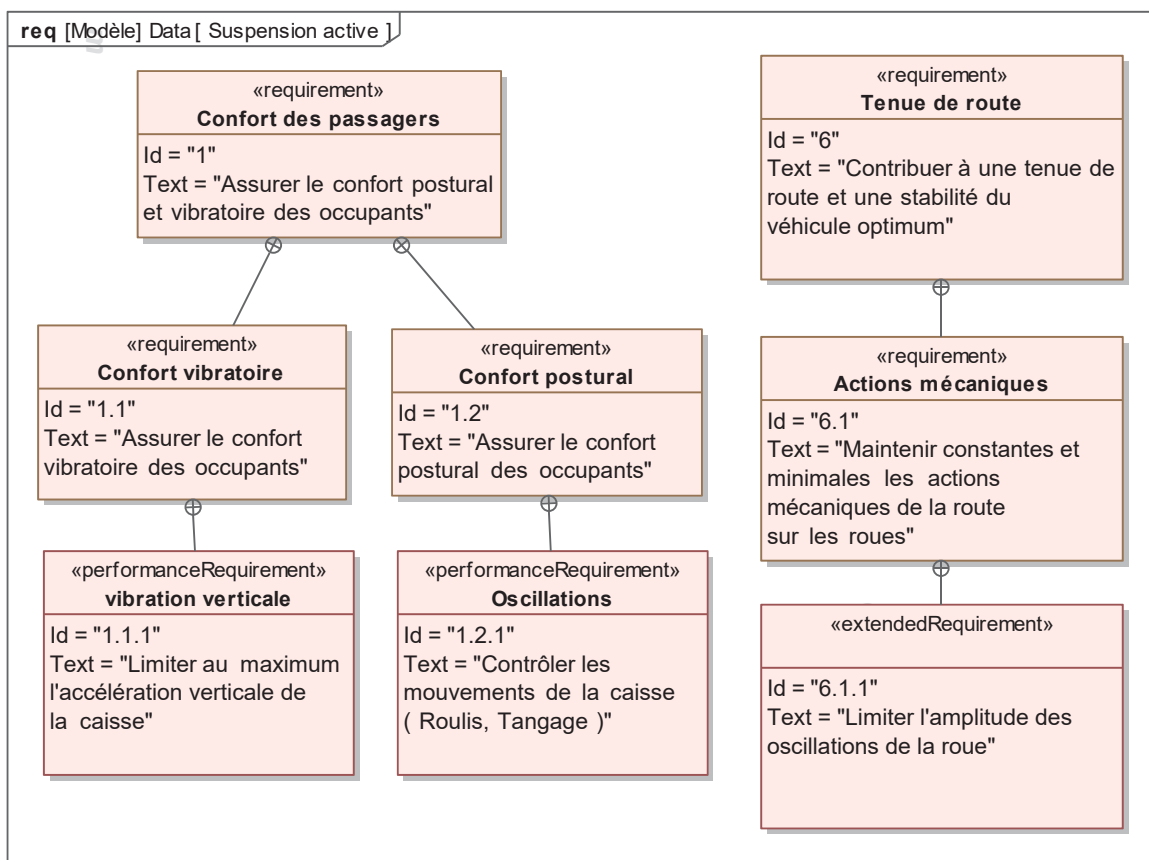


FIGURE 0.4 – Exigences

**Q1.** justifiez que le confort vibratoire vertical des passagers impose une fréquence de caisse de valeur  $f_c = 1 \text{ Hz}$ .

**Q2.** Quelle accélération verticale maximale peut supporter le corps humain, sollicité avec une fréquence comprise entre 4 Hz et 8 Hz pendant 30 minutes, sans être incommodé ?

**Q3.** Justifiez qu'afin de permettre d'assurer le confort vibratoire entre 4 Hz et 8 Hz la suspension doit fortement atténuer l'amplitude des oscillations. Évaluer l'atténuation nécessaire entre 1 Hz et 4 Hz.

### B. Modèle quart de véhicule

Dans cette étude nous allons nous limiter au déplacement vertical. Pour cette étude, une modélisation dite « quart de véhicule » est suffisante.

Il est constitué d'une masse suspendue qui repose, par l'intermédiaire de la suspension, sur la masse non-suspendue (roue) qui repose elle même sur le sol par l'intermédiaire du pneumatique (Figure 0.5a). La masse suspendue représente le quart de la masse de la caisse du véhicule. La suspension proprement dite est représentée par un ressort monté en parallèle avec un amortisseur. La roue est aussi représentée par un ensemble ressort amortisseur en parallèle dont les valeurs de la raideur et du coefficient d'amortissement sont beaucoup plus élevées que ceux de la suspension.

Un autre modèle plus simple ne prend pas en compte les caractéristiques de la roue (Figure 0.5b).

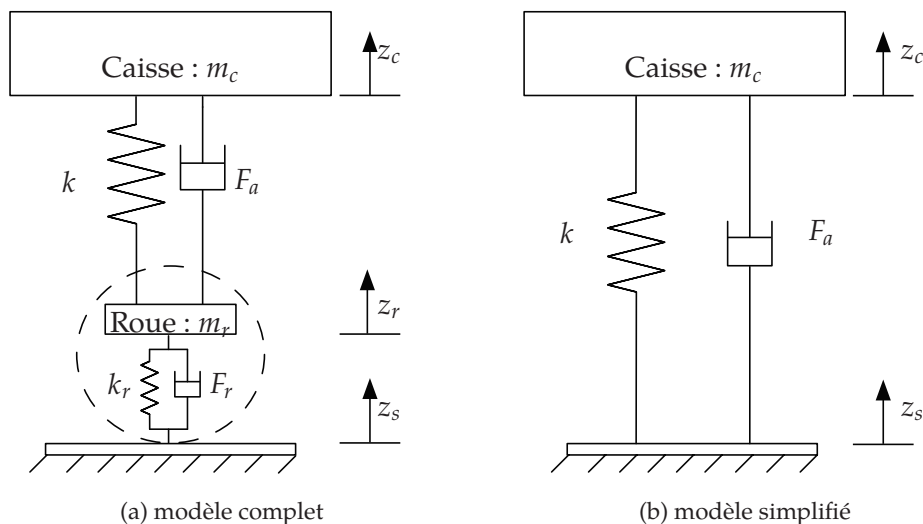


FIGURE 0.5 – Modèles quart de véhicule

Le modèle quart de véhicule complet est décrit par les deux équations suivantes (écrites autour du point d'équilibre au repos).

$$m_c \cdot \ddot{z}_c = k \cdot (z_r - z_c) + F_a \quad [1]$$

$$m_r \cdot \ddot{z}_r = k \cdot (z_c - z_r) - F_a + k_r \cdot (z_s - z_r) + F_r \quad [2]$$

Les calculs numériques, lorsqu'ils sont demandés seront menées avec les ordres de grandeurs suivant :  $m_c = 250 \text{ kg}$ ,  $m_r = 35 \text{ kg}$ ,  $k = 15\,000 \text{ N m}^{-1}$ ,  $k_r = 175\,000 \text{ N m}^{-1}$ .

On se place dans les conditions de Heaviside. On pose  $Z_c(p)$ ,  $Z_r(p)$  et  $Z_s(p)$  les transformées de Laplace respectivement de  $z_c(t)$ ,  $z_r(t)$  et  $z_s(t)$ .

avec

- $z_c$  : hauteur de la caisse par rapport à la position au repos ;
- $z_r$  : hauteur de la roue ;
- $z_s$  : hauteur du sol ;

- $m_c$  : un quart de la masse de la caisse;
- $m_r$  : la masse d'une roue;
- $k$  : raideur du ressort de l'amortisseur;
- $F_a$  : action d'amortissement avec  $F_a = \mu \cdot (\dot{z}_r - \dot{z}_c)$  et  $\mu$  la viscosité ou « coefficient d'amortissement visqueux »;
- $k_r$  : raideur équivalente du pneu;
- $F_r$  : action équivalente d'amortissement du pneu, dans le cadre de notre étude on considère  $F_r = 0$ .

**Q4.** Écrire les deux équations précédentes dans le domaine de Laplace

**Q5.** Montrer que la fonction de transfert

$H_1(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$  du véhicule caractérisant le mouvement de la caisse par rapport au sol s'écrit :

$$\frac{Z_c(p)}{Z_s(p)} = \frac{a_0 + a_1 \cdot p}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + b_3 \cdot p^3 + b_4 \cdot p^4}.$$

**Q6.** Préciser les différents coefficients, l'ordre, le gain, et la classe.

Compte tenu de la complexité de cette fonction de transfert, nous allons limiter le problème en étudiant le modèle simplifié.

### C. Modèle quart de véhicule simplifié

Ce modèle est aussi appelé « modèle caisse », il permet d'étudier principalement le confort de la suspension.

#### C.1. Fonction de transfert de la suspension simplifiée

L'équation de la dynamique qui décrit ce modèle est la suivante :

$$m_c \cdot \ddot{z}_c = k \cdot (z_s - z_c) + \mu \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_c) \quad [3]$$

**Q7.** Écrire cette fonction dans le domaine de Laplace, donner la fonction de transfert  $H_s(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$

**Q8.** Mettre cette fonction sous la forme

$$H_s(p) = \frac{1 + \frac{2z}{\omega_n} \cdot p}{1 + \frac{2z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}.$$

Préciser les différents paramètres ( $z$  et  $\omega_n$ ) de la forme canonique en fonction de  $m_c$ ,  $k$  et  $\mu$ .

#### C.2. Étude temporelle

**Q9.** Déterminer  $\mu$  afin que le coefficient d'amortissement soit  $z = 0,7$ .

**Q10.** Dans le cas d'un système du second ordre simple de la forme  $G(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$ , quel est

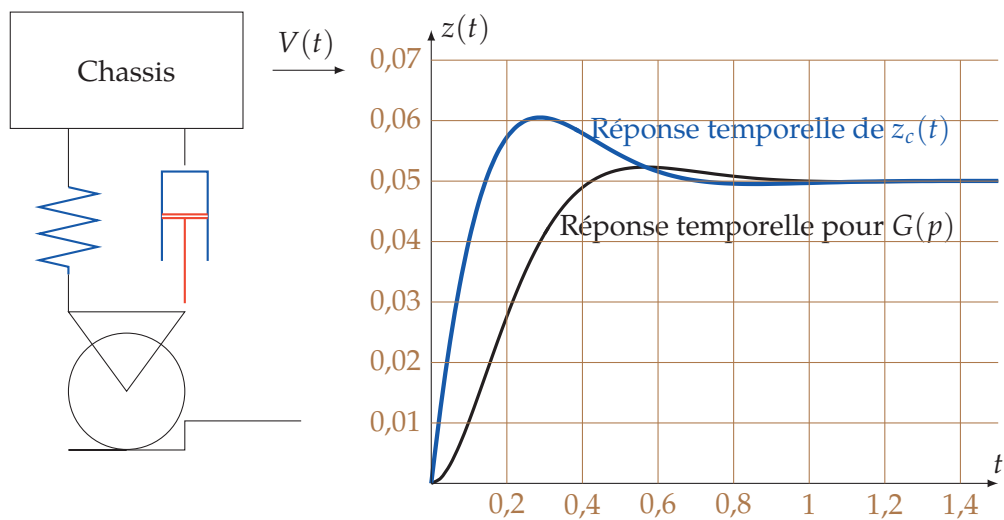
l'intérêt de choisir cette valeur pour  $z$ . Rappelez l'amplitude relative du premier dépassement  $D_{1\%}$  et l'instant du premier maximum  $T_{pm}$  en fonction de  $z$  et  $\omega_n$ .

La figure 0.10 représente l'évolution de la réponse temporelle de la suspension lors du franchissement d'une « marche » de 5 cm.

On retrouve sur cette figure à la fois la l'évolution de la hauteur de caisse  $z_c(t)$  et la réponse du second ordre simple  $G(p)$  à ce même échelon.

**Q11.** Déterminer graphiquement (sur la figure du document réponse page 9) le temps de réponse à 5% de la réponse temporelle de la suspension et l'amplitude du premier dépassement et l'erreur indicielle.

**Q12.** Comparer avec la réponse du système du second ordre simple.



(b) Réponse temporelle au passage d'une « marche » de 5 cm

FIGURE 0.6 – Franchissement d'une « marche »

### C.3. Étude fréquentielle

Pour la suite, nous allons choisir  $\mu = 3000 \text{ N s m}^{-1}$ , les autres paramètres étant inchangés :  $m_c = 250 \text{ kg}$ ,  $k = 15000 \text{ N m}^{-1}$ . Ce qui donne pour la fonction de transfert :

$$H_s(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)} = \frac{1 + 0,2 \cdot p}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$$

On suppose que le véhicule avance avec une vitesse  $V$  constante dans la direction  $\vec{x}$  horizontale sur un sol ondulé (figure 0.7) modélisé par l'équation :

$$z_s(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x(t)\right) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

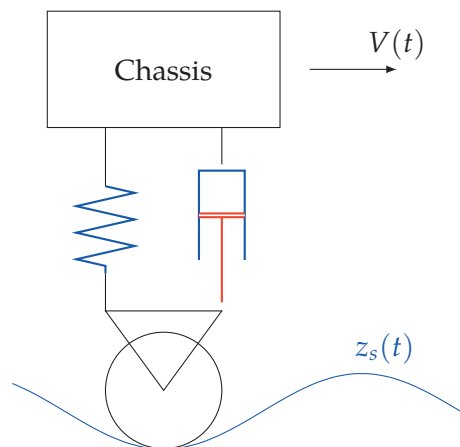


FIGURE 0.7 – déplacement sur chaussée ondulée

où  $\lambda$  désigne la distance entre deux maxima

**Q13.** Déterminer la pulsation  $\omega$  en fonction de la vitesse du véhicule  $V$  et de  $\lambda$ .

Les diagrammes de Bode de  $H_s(p)$  sont représentés sur la figure page 10 de la feuille réponse.

**Q14.** Tracer sur cette figure les diagrammes de Bode et les asymptotes de  $H_2(p) = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$ .

**Q15.** Tracer (avec une autre couleur) sur cette figure les diagrammes de Bode et les asymptotes de  $N(p) = 1 + 0,2 \cdot p$ .

**Q16.** En déduire les asymptotes de la fonction de transfert  $H_s(p)$ . Préciser les différentes caractéristiques des asymptotes et les points caractéristiques de ces diagrammes.

**Q17.**

**Q17a.** Que peut-on dire si la vibration verticale à une fréquence voisine de 1 Hz ?

**Q17b.** Que peut-on dire du déplacement vertical du châssis, si les suspensions sont sollicitées avec une fréquence comprise entre 4 Hz et 8 Hz ?

### C.4. Effets de l'usure et du chargement

On se propose maintenant d'étudier l'évolution du comportement dans deux cas particuliers

- la voiture est chargée;
- l'amortisseur est usé.

### C.5. Amortisseur usé

Avec le temps, l'amortisseur perd ses caractéristiques, ainsi la viscosité peut diminuer d'un tiers  $\mu = 2000 \text{ N s m}^{-1}$ . Les autres paramètres étant inchangés :  $m_c = 250 \text{ kg}$ ,  $k = 15000 \text{ N m}^{-1}$ .

**Q18.** Déterminer les différents paramètres de la fonction de transfert  $H_s(p)$ . Comment va évoluer le comportement de la suspension au franchissement d'une marche ?

### C.6. Voiture chargée

Quatre voyageurs et leurs bagages prennent place dans la voiture soit une masse de 500 kg répartie uniformément sur les 4 roues, soit  $m_c = 325 \text{ kg}$  et  $k = 15000 \text{ N m}^{-1}$ .

**Q19.** Déterminer les différents paramètres de la fonction de transfert  $H_s(p)$ . Comment va évoluer le comportement de la suspension au franchissement d'une marche ?

**Q20.** Conclure sur l'influence des paramètres.

## D. Modèle de suspension active simplifiée

Les suspensions classiques, telle celle que nous venons de traiter, sont des suspensions passives, le comportement ne dépend que des caractéristiques des composants et supporte mal des variations de paramètres. Une des solutions pour améliorer le comportement de la suspension et de la rendre moins sensible à l'évolution des paramètres est de la rendre « active ».

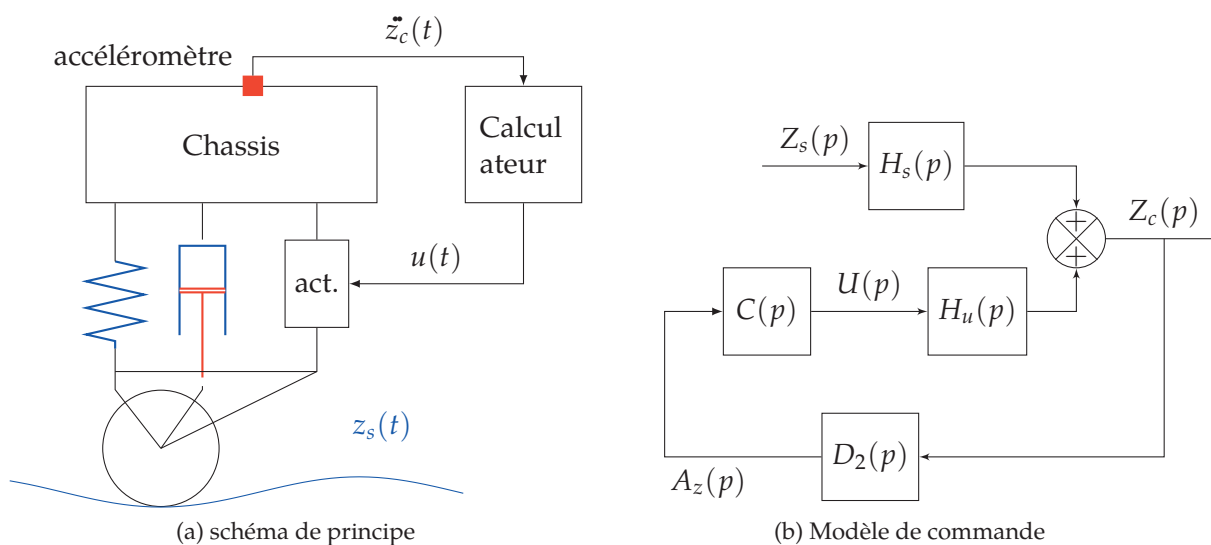


FIGURE 0.8 – Suspension active

Pour réaliser cette suspension active, on ajoute un accéléromètre sur la caisse qui mesure l'accélération verticale de la caisse et un actionneur pneumatique qui exerce une action mécanique, proportionnelle à la vitesse et à l'accélération du châssis, qui s'oppose à l'accélération. Le calculateur génère la loi de commande  $u(t)$  qui pilote l'actionneur qui agit en parallèle au ressort et à l'amortisseur.

Le schéma bloc de la figure 0.8b décrit le fonctionnement de la suspension active.

**Q21.** Déterminer la fonction de transfert du système corrigé  $H_a(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$  en fonction de  $H_s(p)$ ,  $H_u(p)$ ,  $C(p)$  et  $D_2(p)$ .

On donne :

$$H_s(p) = \frac{1 + 0,2 \cdot p}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$$

$$H_u(p) = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$$

On note  $A_z(p)$  la transformée de Laplace de l'accélération du châssis  $\ddot{z}_c(t)$  et  $U(p)$  la transformée de Laplace de  $u(t)$

La loi de commande du calculateur peut être modélisée par le schéma bloc de la figure 0.9.

**Q22.** Rappeler la relation entre la position  $z_c(t)$  et l'accélération verticale  $a_c(t)$ , en déduire la fonction de transfert  $D_2(p)$  qui permet de passer u déplacement vertical  $z_c(t)$  à l'accélération verticale

de la caisse  $a_z(t)$  en déduire  $D_2(p) = \frac{A_z(p)}{Z_c(p)}$ .

**Q23.** Déterminer la fonction de transfert  $C(p) = \frac{U(p)}{A_z(p)}$  du calculateur.

**Q24.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de la suspension active :  $H_a(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$

**Q25.** Mettre  $H_a(p)$  sous forme canonique, on notera  $z_a$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_{na}$  la pulsation propre su système corrigé.

**Q26.** Justifier que  $C_a$  et  $C_v$  permettent de régler  $z_a$  et  $\omega_{na}$ . Déterminer  $C_a$  et  $C_v$  afin que  $z_a = 1$  et  $\omega_{na} = 5 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Q27.** Déterminer  $H_a(p)$  sous sa forme la plus simple.

**Q28.** Tracer alors l'allure de la réponse temporelle correspondant au franchissement d'une marche de 5 cm.

**Q29.** Conclure.

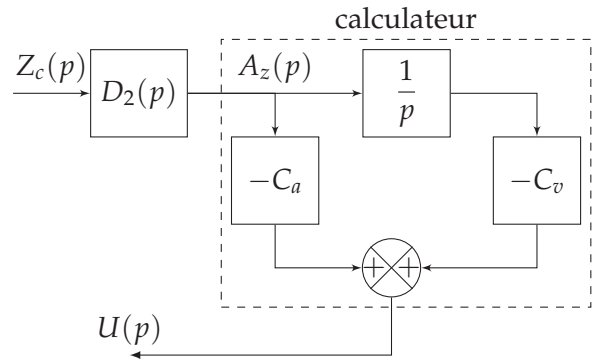


FIGURE 0.9 – Schéma bloc du calculateur



## E. Documents réponses

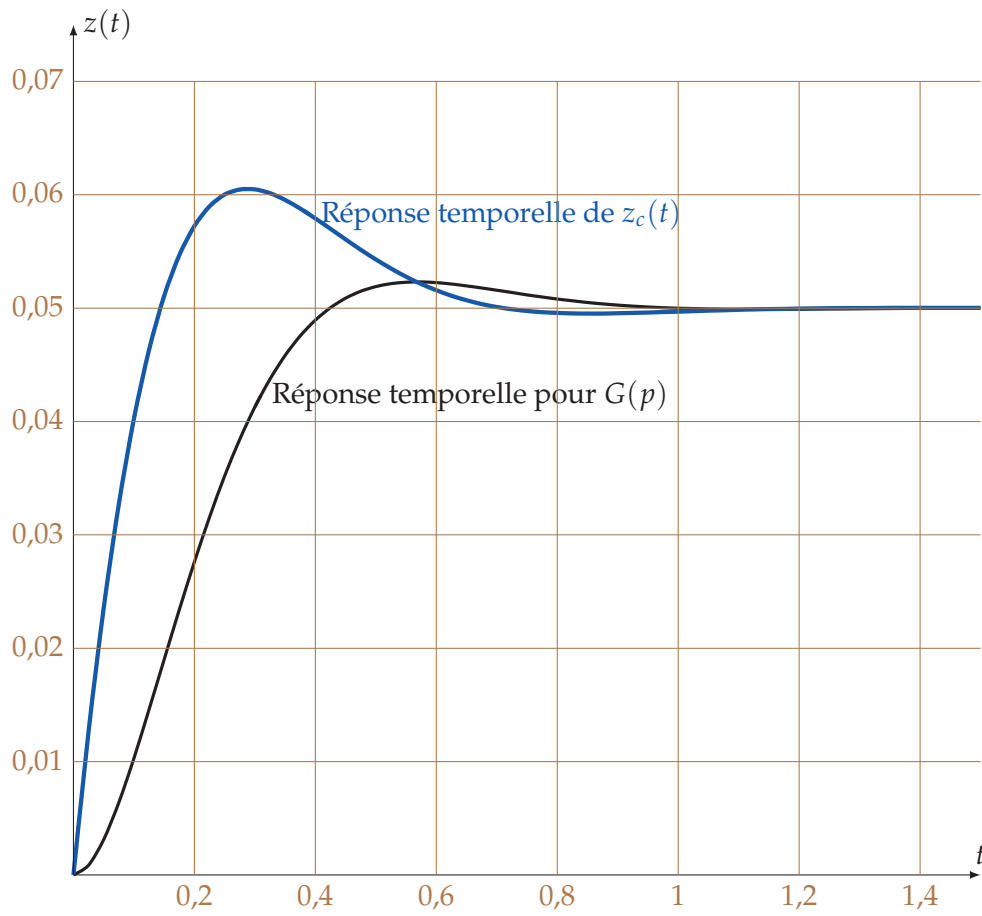


FIGURE 0.10 – Réponse temporelle au passage d'une « marche » de 5 cm

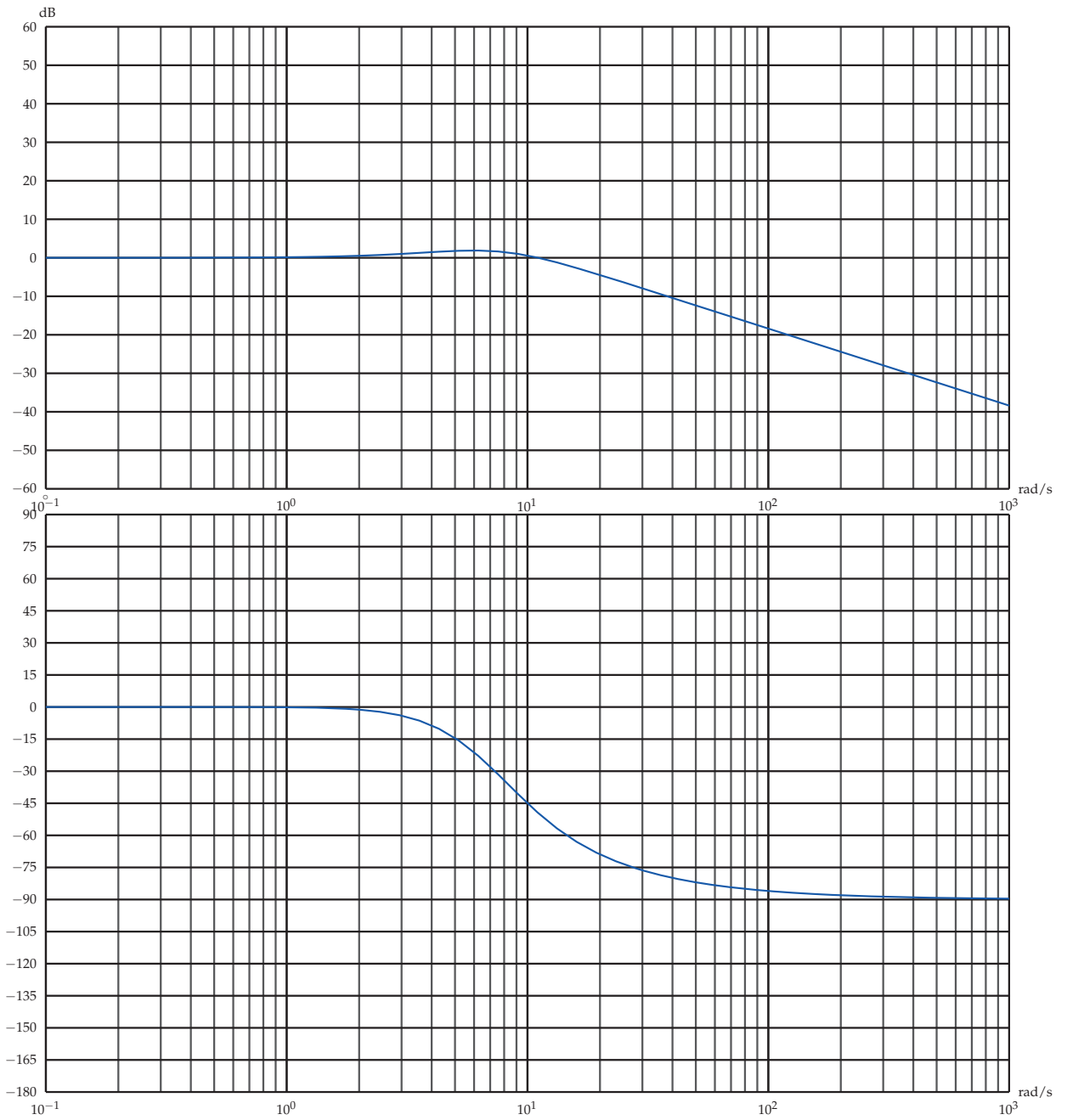


FIGURE 0.11 – Diagrammes de Bode de  $H_s(p)$