

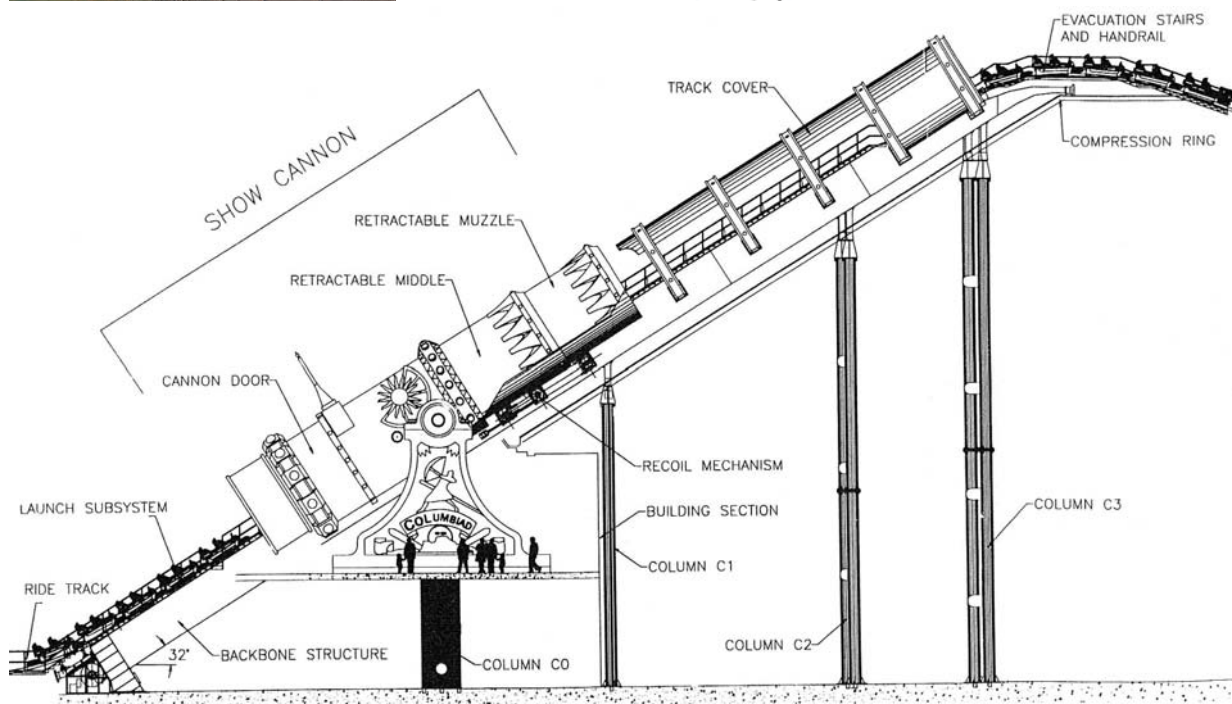
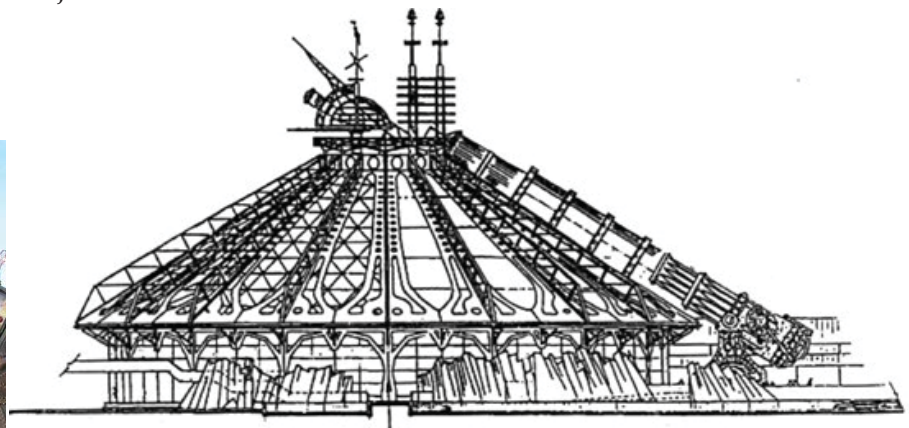
## 0.1 DS-modélisation des systèmes asservis

### Devoir 1 - Space Mountain

Corrigé page 22

#### A. Présentation

Cette attraction est installée au parc EuroDisney. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Les passagers peuvent faire l'expérience d'un voyage évoquant l'histoire du roman de JULES VERNES « de la terre à la lune », grâce à de somptueux décors spatiaux. Les voitures sont sonorisées en synchronisation avec le circuit qui comporte trois renversements complets. Le système de lancement, évoquant un canon, est en fait une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un poussoir vient en contact avec le train afin de le propulser. La motorisation de ce dispositif fait l'objet de ce devoir.



#### A.1. Objectifs

Il s'agit de :

- Modéliser le comportement du système de motorisation de la catapulte
- Quantifier des performances du système
- Conclure quand au respect du cahier des charges de la catapulte

## A.2. Extrait du cahier des charges

	Exigence	Critères	Niveau
id1	Propulser en toute sécurité un train de passagers vers le point d'entrée de la montagne russe	Durée du cycle de lancement Fréquence de lancement Masse propulsée Inclinaison de la voie Maintien en position Vitesse de propulsion accélération	30 secondes maxi 1 toute les 36 s 7 500 kg maxi 34° frein de parking 14 m s <sup>-1</sup> maxi 8 m/s <sup>2</sup> mini ±1 m/s <sup>2</sup>

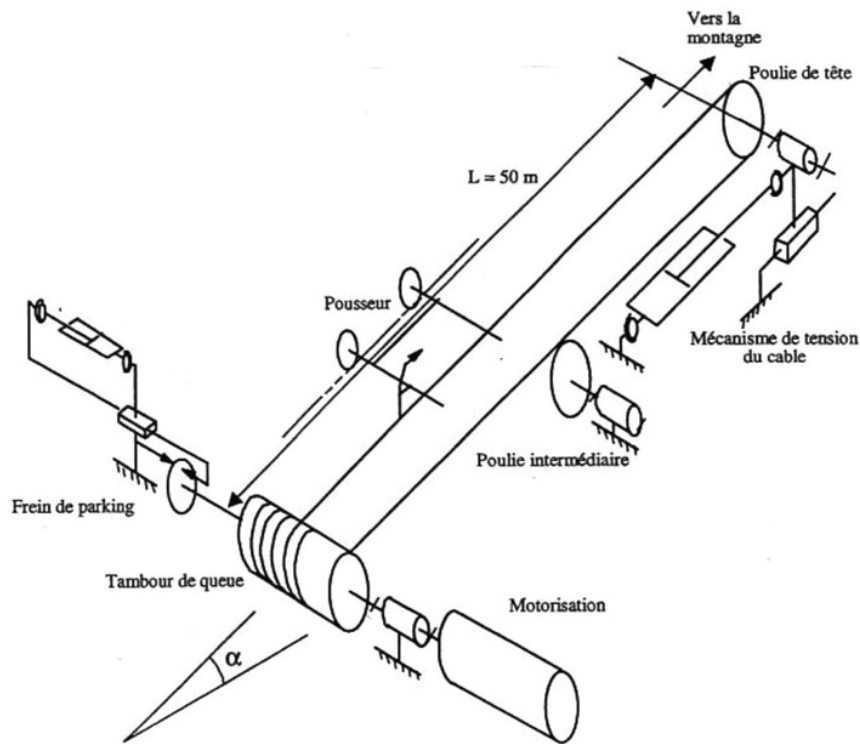


FIGURE 0.1.1 – Schéma du lanceur

## B. Étude préliminaire : Moteur à courant continu

Les équations d'un moteur à courant continu classique sont donnés ci-après :

— Équation électrique

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

— Équation mécanique

$$J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t)$$

— Relations caractéristiques de comportement

$$c_m(t) = K_t \cdot i(t)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

—  $u(t)$  : la tension aux bornes du moteur (en V) (entrée du système)

—  $e(t)$  : force contre-électromotrice (en V)

—  $i(t)$  : intensité (en A)

—  $\omega_m(t)$  : vitesse de rotation du moteur (en rad/s) (sortie du système)

—  $C_m(t)$  : couple moteur (en N.m)

—  $C_r(t)$  : couple résistant (en N.m) (perturbation du système)

—  $J_{eq}$  : inertie en rotation de l'arbre moteur (en kg.m<sup>2</sup>)

—  $R$  : résistance électrique du moteur

—  $L$  : inductance du moteur

—  $K_e$  : constante de la force contre-électromotrice

—  $K_t$  : constante de couple

On rappelle les formes canoniques des systèmes linéaires :

système du premier ordre :  $\frac{K}{1 + T \cdot p}$

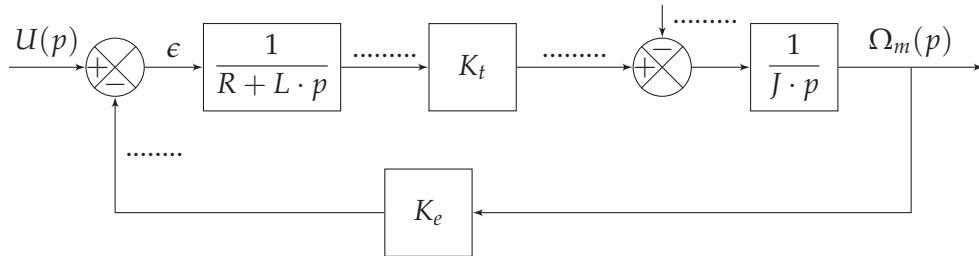
système du second ordre :  $\frac{K}{1 + \frac{2 \cdot \zeta}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$

On se place dans les conditions de Heaviside

**Q1.** Appliquer les transformées de Laplace aux équations précédentes.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Q2.** Compléter le schéma bloc.



**Q3.** Déterminer la fonction de transfert  $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  en la mettant sous la forme canonique (on supposera  $C_r(p)$  nul pour cette question). Préciser l'ordre.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Q4.** Déterminer la fonction de transfert  $G_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$  en la mettant sous la forme canonique (on supposera  $U(p)$  nul pour cette question).

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Q5.** En déduire  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $U(p)$ ,  $C_r(p)$ ,  $H_1(p)$  et  $G_1(p)$ .

.....

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**B.1. Réponse temporelle**

Afin d'identifier le comportement du moteur, on a réalisé un essai temporel à vide ( $c_r(t) = 0$ ), en appliquant, un échelon de tension  $u(t) = U_0 \cdot \mathcal{H}(t)$  avec  $U_0 = 700 \text{ V}$ , le résultat de l'essai est présenté sur la figure 0.1.15 page 24.

**Q6.** Déterminer le temps de réponse à  $T_{5\%}$  et la valeur finale.

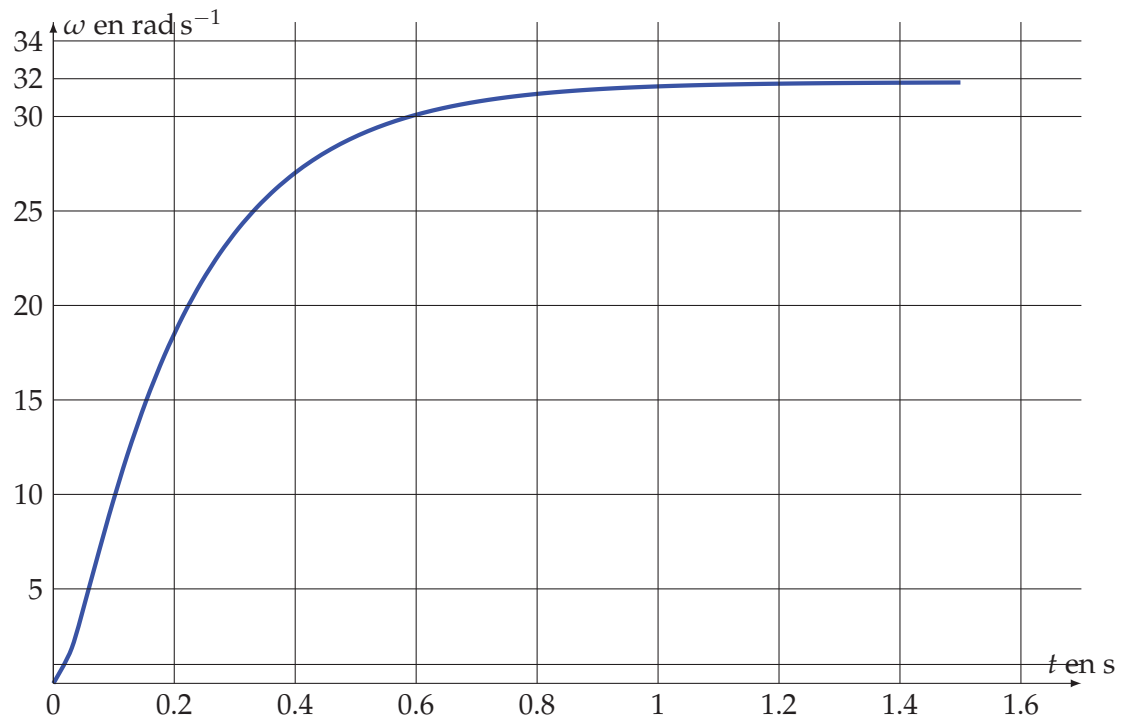


FIGURE 0.1.2 – Réponse temporelle du moteur seul

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Compte tenu de la réponse temporelle obtenue expérimentalement, on propose de modéliser le comportement du moteur par un système du premier ordre, soit décrit par l'équation différentielle suivante :

$$T_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m \cdot u(t) \text{ ce qui nous permet d'écrire la fonction de transfert simplifiée :}$$

$$H_{simp}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{1 + T_m \cdot p}$$

**Q7.** Justifier ce choix.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q8.** Déterminer  $\Omega_m(p)$  pour  $u(t) = U_0 \cdot \mathcal{H}(t)$  puis déterminer  $\omega(t)$ , la réponse temporelle. Tracer l'allure de la réponse temporelle sur le graphe précédent.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q9.** Déterminer  $\omega_m(t)$  pour les valeurs particulières suivantes de  $t = T_m, t = 3 \cdot T_m$ . Déterminer la tangente en  $t = 0$  de  $\omega_m(t)$ . Préciser les points particuliers.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q10.** À partir de la réponse temporelle, déterminer les termes du modèle simplifié  $K_m$  et  $T_m$  (préciser les tracés nécessaires sur la courbe de la figure 0.1.15).

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q11.** Le modèle du premier ordre est-il pertinent ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

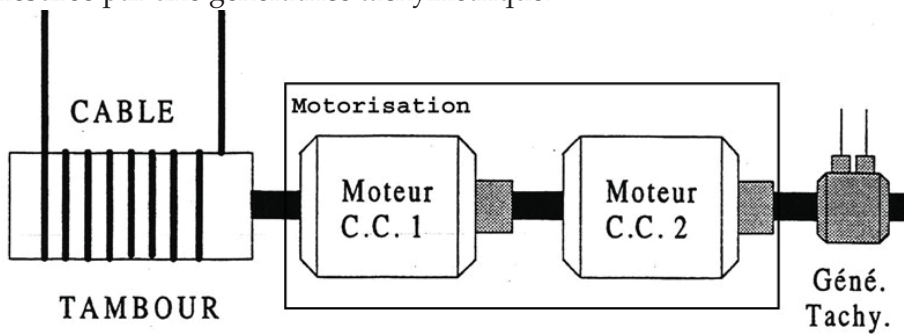
.....  
 .....  
 .....  
 .....

**C. Étude de l’asservissement de la motorisation de la catapulte**

**C.1. Présentation de la motorisation de la catapulte**

L’entraînement du tambour est obtenu par l’association de deux moteurs montés en tandem selon le schéma ci-dessous.

$M_1$  et  $M_2$  sont des moteurs à courant continu à excitation séparée. Pour chacun des moteurs, on utilisera le modèle classique, linéaire et continu du moteur à courant continu introduit partie précédente. La vitesse est mesurée par une génératrice tachymétrique.



On note :

- $u_1$  et  $u_2$  les tensions respectives des moteurs  $M_1$  et  $M_2$ ;  $i_1$  et  $i_2$  les courants respectifs;
- $C_{m1}$  et  $C_{m2}$  les couples moteurs
- $e_1$  et  $e_2$  les forces contre-électromotrices (fcm);  $K_{e1}$  et  $K_{e2}$  les constantes des fcm et  $K_{t1}$  et  $K_{t2}$  les constantes de couple;
- $R_1, R_2$  les résistances et  $L_1, L_2$  les inductances des moteurs  $M_1$  et  $M_2$ ;
- $J_{eq}$  l’inertie équivalente de l’ensemble de la transmission ramenée à l’arbre moteur  $J_{eq} = 3\,600\text{ kgm}^2$
- $C_R$  le couple résistant  $C_R = 22\,200\text{ Nm}$

**C.2. Modélisation de la motorisation**

La motorisation complète peut donc être décrite par le schéma bloc de la figure 0.1.3.

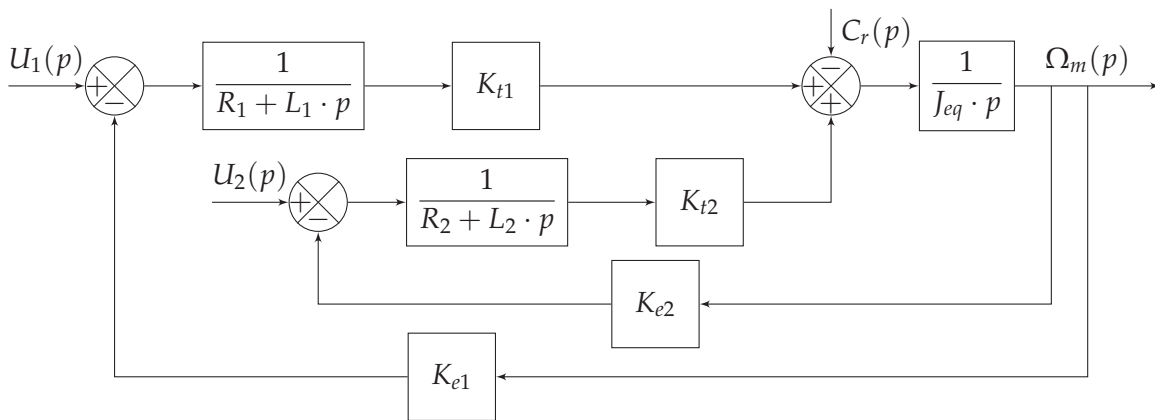


FIGURE 0.1.3 – Modèle complet de la motorisation du Space Mountain

**Q12.** Montrer, par la méthode de votre choix, que  $\Omega_m(p)$  peut s’écrire sous la forme :

$$\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot U_1(p) + H_2(p) \cdot U_2(p) - H_3(p) \cdot C_r(p)$$

avec  $H_1(p) = \frac{K_{t1} \cdot (R_2 + L_2 \cdot p)}{D(p)}$ ;  $H_2(p) = \frac{K_{t2} \cdot (R_1 + L_1 \cdot p)}{D(p)}$ ;  $H_3(p) = \frac{(R_1 + L_1 \cdot p) \cdot (R_2 + L_2 \cdot p)}{D(p)}$ .  
et où  $D(p) = J_{eq} \cdot (R_1 + L_1 \cdot p) \cdot (R_2 + L_2 \cdot p) + K_{t1} \cdot K_{e1} \cdot (R_2 + L_2 \cdot p) + K_{t2} \cdot K_{e2} \cdot (R_1 + L_1 \cdot p)$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

On suppose dans la suite du sujet que les deux moteurs sont strictement identiques et commandés par une même tension commune  $U = U_1 = U_2$ . On repartira des expressions fournies ci-dessus.

On donne :  $K_{e1} = K_{e2} = 22 \text{ V rad}^{-1} \text{ s}$ ,  $K_{t1} = K_{t2} = 22 \text{ Nm}$ ,  $R_1 = R_2 = 0,03 \text{ }\Omega$ ,  $L_1 = L_2 = 7,2 \times 10^{-4} \text{ H}$ ,  
 $U_{1max} = U_{2max} = 700 \text{ V}$ ,  $J_{eq} = 3600 \text{ kgm}^2$ .

**Q13.** Montrer que la relation de transfert se simplifie.

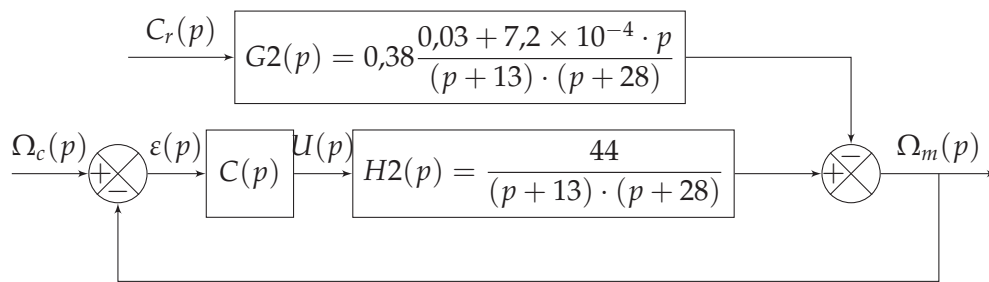
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q14.** En comparant cette fonction de transfert avec celle trouvée à la question Q5 (fonction de transfert d'un moteur à courant continu seul), montrer que cette motorisation est équivalente à un monteun unique dont on précisera les paramètres  $K_{Eq}$ ,  $K_{teq}$ ,  $R_{eq}$ ,  $L_{eq}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**D. Asservissement de vitesse**

Pour la suite, compte tenu des valeurs numériques, on admet que que l'asservissement de vitesse se met sous la forme suivante. On considère que la génératrice tachymétrique a un gain unitaire.



**Q15.** Déterminer  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $\Omega_c(p)$ ,  $C_r(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $G_2(p)$  et  $C(p)$  (ne pas développer).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Pour la suite, on considère que  $c_r(t) = 0$ .

On choisit pour le correcteur, la fonction  $C(p) = K_p \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$ , avec  $T_i = \frac{1}{13}$ .

**Q16.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $B_o(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\varepsilon(p)}$  en fonction de  $K_p$ , montrer

que l'on peut la mettre sous la forme  $B_o(p) = \frac{K_o}{p \cdot (p + a)}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Q17.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $B_F(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ . Préciser l'ordre de la fonction de transfert.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Q18.** Déterminer  $K_p$  afin que  $B_F(p) = \frac{K_F}{(p + b)^2}$ . Quel est l'intérêt de ce choix?

.....

.....

.....

.....

.....



.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

On applique une consigne  $\omega_c(t) = \Omega_0 \cdot \mathcal{H}(t)$  avec  $\Omega_0 = 30 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Q19.** Déterminer  $\Omega_c(p)$ , montrer que  $\Omega_m(p) = \frac{K_F \cdot \Omega_0}{p \cdot (p + b)^2}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Q20.** Justifier que l'on peut écrire  $\Omega_m(p) = \frac{A}{(p + b)^2} + \frac{B}{(p + b)} + \frac{C}{p}$ , en déduire  $\omega_m(t)$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Q21.** Tracer l'allure de la réponse temporelle, pour  $\Omega_0 = 30 \text{ rad s}^{-1}$ . On calculera quelques valeurs simples ( $t = k \cdot \frac{1}{b}$ , avec  $k \in [1, 3, 5]$ ). Déterminer le temps de réponse à 5%. Conclure.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....





**A. Mise en situation**

Pour déplacer un hélicoptère dans le plan horizontal le pilote agit sur un manche dit de « Pas cyclique ». Ce manche permet l'inclinaison du plateau fixe du rotor (1) sur lequel tourne avec le rotor l'autre plateau mobile (2). L'inclinaison variable sur une rotation du plateau mobile permet une variation cyclique de l'incidence des pales et donc du pas d'hélice.

Cette variation cyclique de l'inclinaison des pales permet une portance des pales différenciée entre les pales se situant à l'avant de l'appareil et celles se situant à l'arrière (ou entre gauche et droite). Ainsi l'hélicoptère peut de déplacer vers l'avant ou l'arrière (ou vers la gauche ou la droite).

**A.1. Présentation du système**

Notre étude se limite à l'actionneur de pas cyclique (3) qui assure l'inclinaison du plateau fixe. Il s'agit d'un système d'asservissement en position à entrée mécanique. Le pilote agit sur le manche de commande du pas cyclique (figure 0.1.5), l'inclinaison du levier est transmise à la servo-commande de pas cyclique, grâce à la tringlerie.

Le tiroir du distributeur (figure 0.1.8) reçoit la consigne  $Z_e$ . Celle-ci provient de la tringlerie de commande. Ce tiroir coulisse dans le corps du distributeur et met en communication chacune des deux conduites a et b avec la pression d'alimentation  $p_1$  ou la pression de retour  $p_0$ .

Les deux chambres  $C_a$  et  $C_b$  sont alimentées avec deux pressions différentes, ce qui a pour conséquence de déplacer le corps et générer la sortie  $Z_s$ . La figure est représentée dans la position médiane, dans cette position, les deux chambres sont fermées, et l'ensemble est immobile.

**A.2. Cahier des charges**

**exigence 1** : le système doit être précis pour une entrée en échelon,

**exigence 2** : le système doit avoir un temps de réponse à 5% inférieur à 0,01 s,

**exigence 3** : le système ne doit pas présenter de dépassement relatif supérieur à 5%.

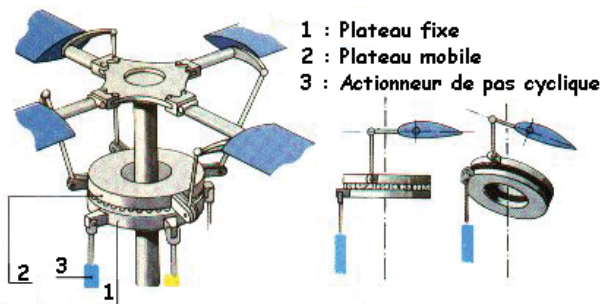


FIGURE 0.1.4 – Présentation des constituants

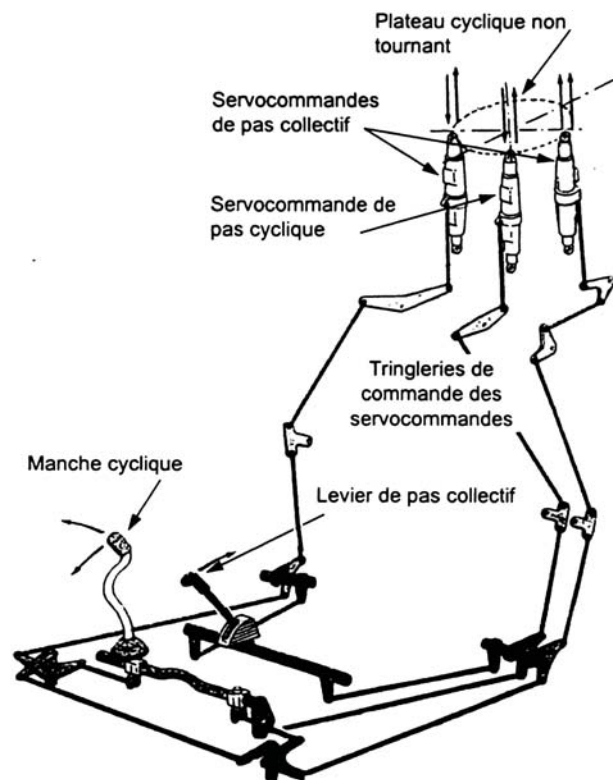


FIGURE 0.1.5 – Tringlerie de commande

**B. Étude du comportement**

### B.1. Modélisation

On montre, à partir d'une étude dynamique en appliquant la deuxième loi de Newton au corps du vérin et par une étude des débits dans le vérin et le distributeur (figure 0.1.8), les deux équations suivantes :

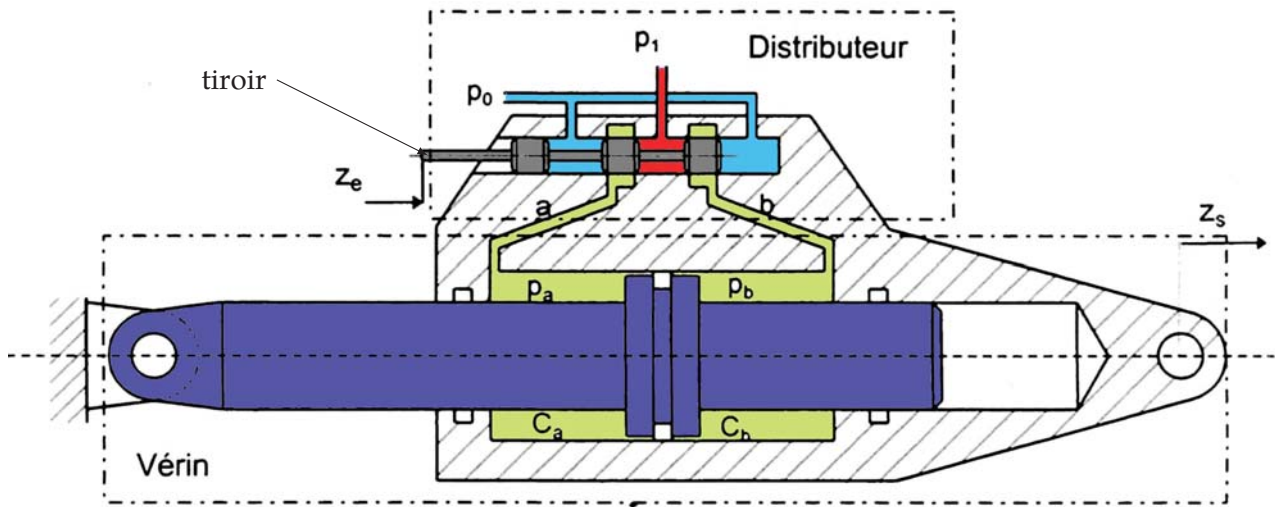


FIGURE 0.1.6 – Servo commande du rotor

Équation de débit :

$$K_d \cdot (z_e(t) - z_s(t)) = S \frac{dz_s(t)}{dt} + \frac{V_t}{2 \cdot B} \cdot \frac{d(p_a(t) - p_b(t))}{dt}$$

Équation de dynamique :

$$(p_a(t) - p_b(t)) \cdot S = r_c \cdot z_s(t) + f \cdot \frac{dz_s(t)}{dt} + m \cdot \frac{d^2 z_s(t)}{dt^2}$$

avec :

- $z_e(t)$  la consigne d'entrée;
- $z_s(t)$  la réponse en sortie;
- $p_1$  la pression d'alimentation;
- $p_0$  la pression de retour;
- $p_a(t)$  et  $p_b(t)$  les pressions dans les chambres  $C_a$  et  $C_b$ ;
- $v_a(t)$  et  $v_b(t)$  : volume des chambres  $C_a$  et  $C_b$ ;
- $r_c, f$  et  $m$  les raideurs, coefficient de frottement visqueux et masse de l'ensemble vérin plus charge;
- $K_d$  le gain du distributeur;
- $B$  le module de compressibilité de l'huile;
- $S$  la section (surface) utile du vérin.

et les deux relations suivantes :

- $\delta_p(t) = p_a(t) - p_b(t)$  : différence des pressions entre les deux chambres;
- $v_t(t) = \frac{v_a(t) + v_b(t)}{2}$  : volume moyen des chambres.

En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

**Remarque** : : pour une fonction scalaire  $f$  de la variable temporelle  $t$ , on notera  $F$  sa transformée de Laplace, dont la variable complexe sera notée  $p$ .

Q1. Écrire l'image de la première équation par la transformation de Laplace.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q2. Écrire l'image de la seconde équation par la transformation de Laplace, en déduire  $\frac{Z_s(p)}{\Delta_p(p)}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q3. Compléter le schéma bloc du document (figure 0.1.7).

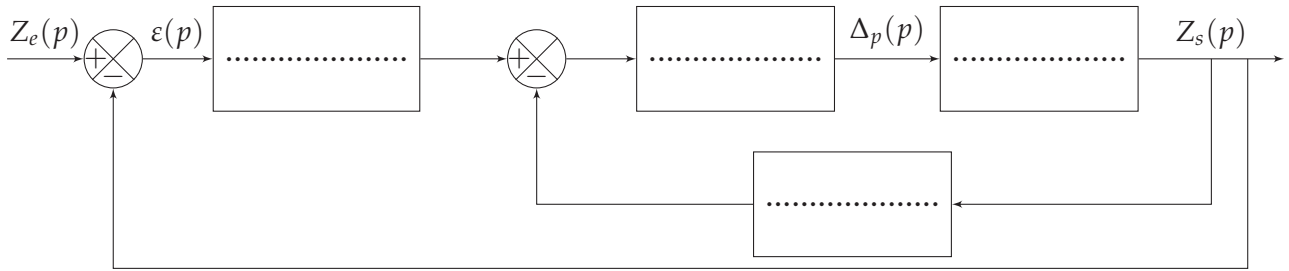


FIGURE 0.1.7 – Schéma bloc à compléter

Q4. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte,  $H_{bo}(p) = \frac{Z_s(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{Z_s(p)}{Z_e(p) - Z_s(p)}$ , puis compléter la chaîne fonctionnelle représentée ci-dessous

.....

.....

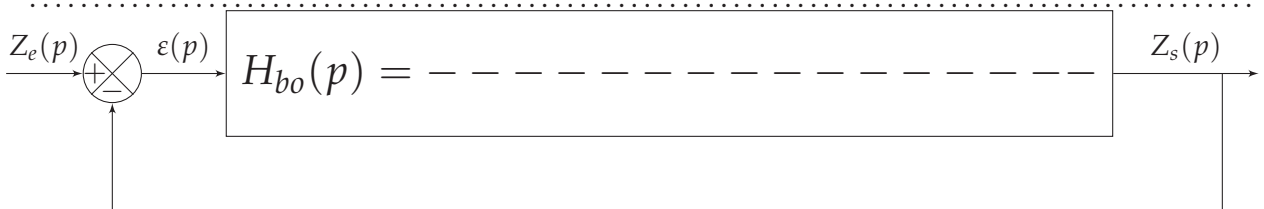
.....

.....

.....

.....

.....



Q5. En posant  $r_h = \frac{2 \cdot B \cdot S^2}{V_t}$  et  $\omega = \frac{K_d}{S}$ , exprimer  $H_{bo}(p)$  en fonction de  $r_c, r_h, f, m$  et  $\omega$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

0.1 DS-modélisation des systèmes asservis

Valeurs numériques :  $r_c = r_h = 2 \times 10^7 \text{ N m}^{-1}$ ,  $f = 10^5 \text{ N s m}^{-1}$ ,  $m = 250 \text{ kg}$ ,  $\omega = 200 \text{ rad s}^{-1}$ .

En considérant, que  $\frac{m}{r_h}$  est négligeable devant 1 dans le domaine de fréquence d'utilisation du rotor.

**Q6.** Montrer que 
$$H_{bo}(p) = \frac{200}{p \cdot \left(2 + \frac{1}{200} \cdot p\right)}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Q7.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{bf}(p) = \frac{Z_s(p)}{Z_e(p)}$ . Mettre sous forme canonique, déterminer numériquement, le gain, la pulsation propre et le coefficient d'amortissement.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

On soumet le système a une entrée en échelon,  $z_e(t) = Z_0 \cdot \mathcal{H}(t)$  avec  $\mathcal{H}(t)$ , la fonction de Heaviside.

**Q8.** Donner la transformée de Laplace de  $z_e(t)$ , puis montrer que  $Z_s(p) = Z_0 \cdot \frac{200^2}{p \cdot (p + 200)^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Q9.** Montrer que  $Z_s(p)$  peut s'écrire  $Z_s(p) = Z_0 \cdot \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{p + 200} + \frac{C}{(p + 200)^2}\right)$ , en déduire, à partir du tableau des transformées inverses,  $z_s(t)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

La figure 0.1.8 présente la réponse temporelle normalisée du rapport  $\frac{z_s(t)}{Z_0}$  pour un échelon d'amplitude  $Z_0$ .

**Q10.** Déterminer le temps de réponse à 5%, le dépassement s'il existe et l'erreur. Répondre sur le document. Le système respecte-t-il le cahier des charges.

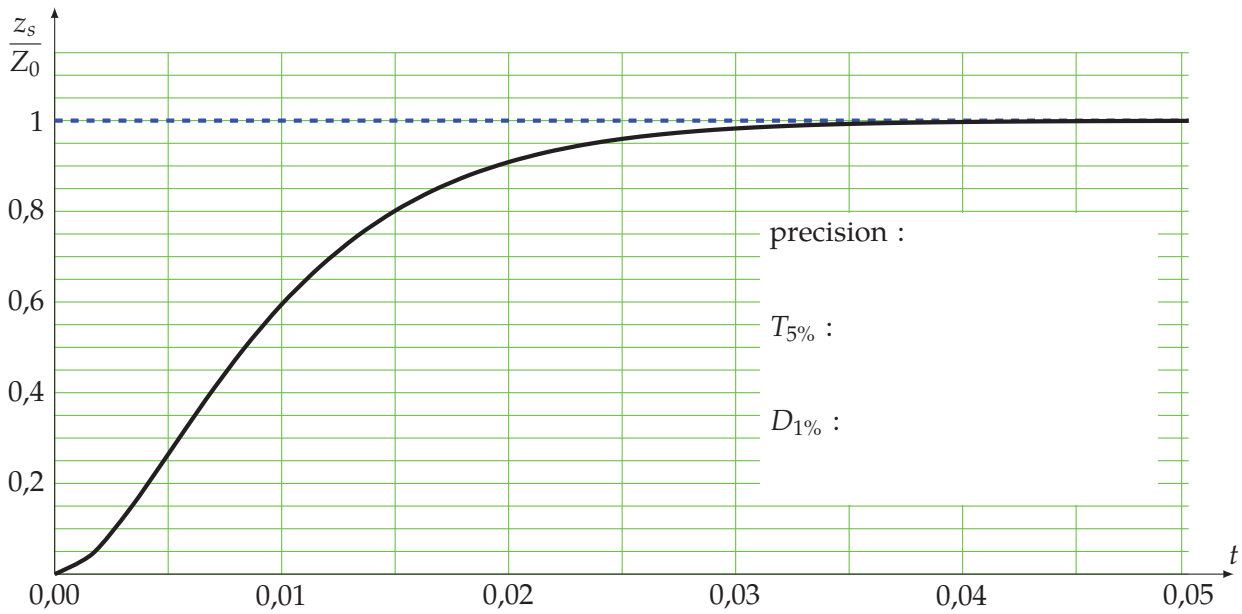
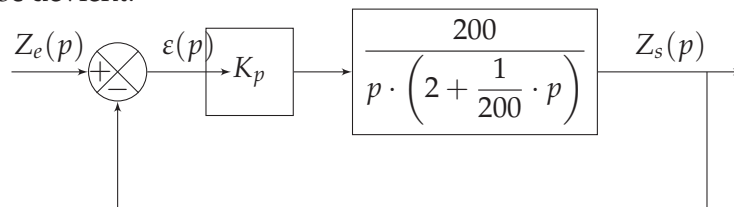


FIGURE 0.1.8 – Réponse temporelle à un échelon  $z_e(t) = Z_0\mathcal{H}(t)$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**B.2. Correction proportionnelle**

Afin d'améliorer le comportement, on modifie le système asservi en augmentant le gain de la boucle ouverte, le schéma bloc devient.



**Q11.** Déterminer la nouvelle fonction de transfert en boucle fermée  $H_{bf}(p) = \frac{Z_s(p)}{Z_e(p)}$  en fonction de  $K_p$ . Mettre sous forme canonique

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Q12.** Préciser les différents coefficients de la fonction de transfert en fonction de  $K_p$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....





**Q15.** Tracer l'allure de la réponse temporelle normalisée ( $\frac{z_s(t)}{Z_0}$  en ordonnée). Préciser sur cette figure, l'amplitude du 1<sup>er</sup> dépassement, l'instant du premier dépassement et le temps de réponse à 5%

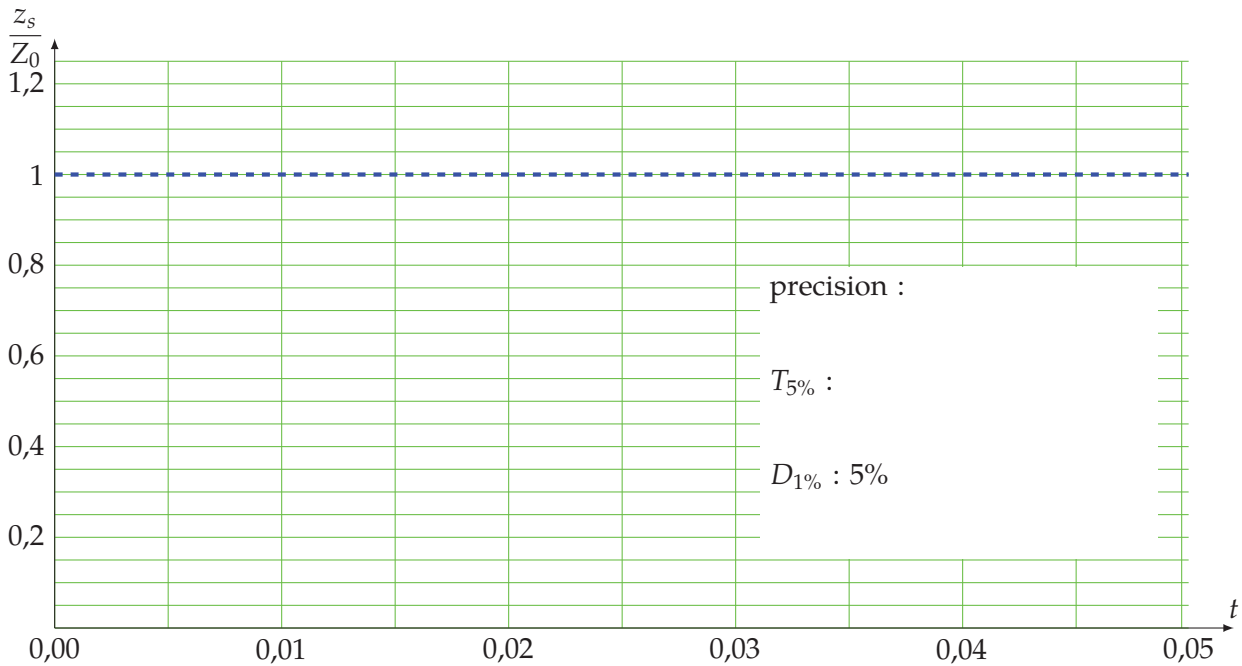


FIGURE 0.1.10 – Réponse temporelle corrigée à tracer

**Q16.** Conclure sur le cahier des charges.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**B.3. Correction par retour de pression**

La servocommande est munie d'un dispositif de correction dit « à retour de pression » (figure 0.1.20).

Ce dispositif est constitué d'une canalisation de petite section qui relie les deux chambres du vérin. Il permet de « compenser » le débit d'huile introduit par le distributeur au cours d'un dépassement de position (oscillation).

La fonction de transfert en boucle ouverte du système devient :

$$H_{bo}(p) = \frac{2 \times 10^5}{(400 + p) \cdot (500 + p) + p}$$

On se propose d'étudier l'effet du retour de pression sur le comportement de la servo commande.

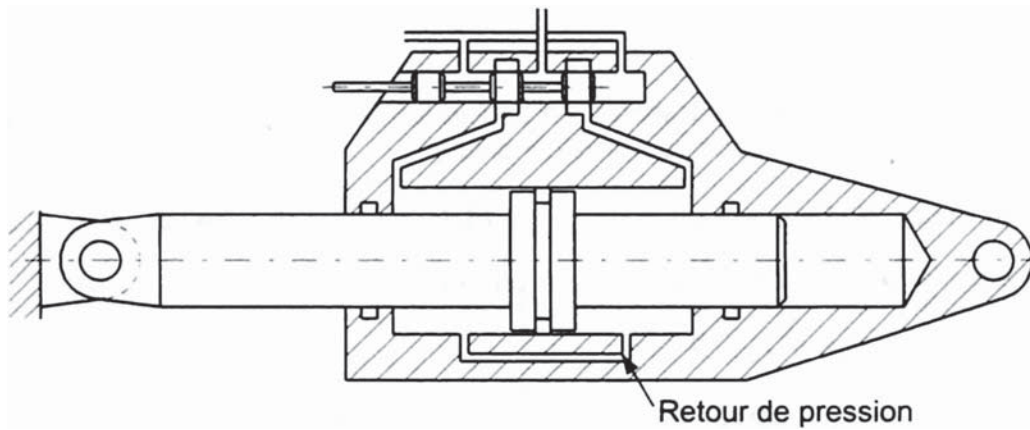


FIGURE 0.1.11 – Servo commande du rotor, avec retour de pression

**Q17.** Déterminer la valeur finale de  $z_s(t)$  pour une entrée en échelon  $z_e(t) = Z_0 \cdot \mathcal{H}(t)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Q18.** En déduire l'erreur indicielle  $\varepsilon_i$  correspondante.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

La réponse temporelle est présentée sur la figure 0.1.21 du document réponse. L'échelle des ordonnées n'est pas précisée sur la figure.

**Q19.** Préciser sur la figure, l'échelle des ordonnées, évaluer le temps de réponse et le dépassement relatif.

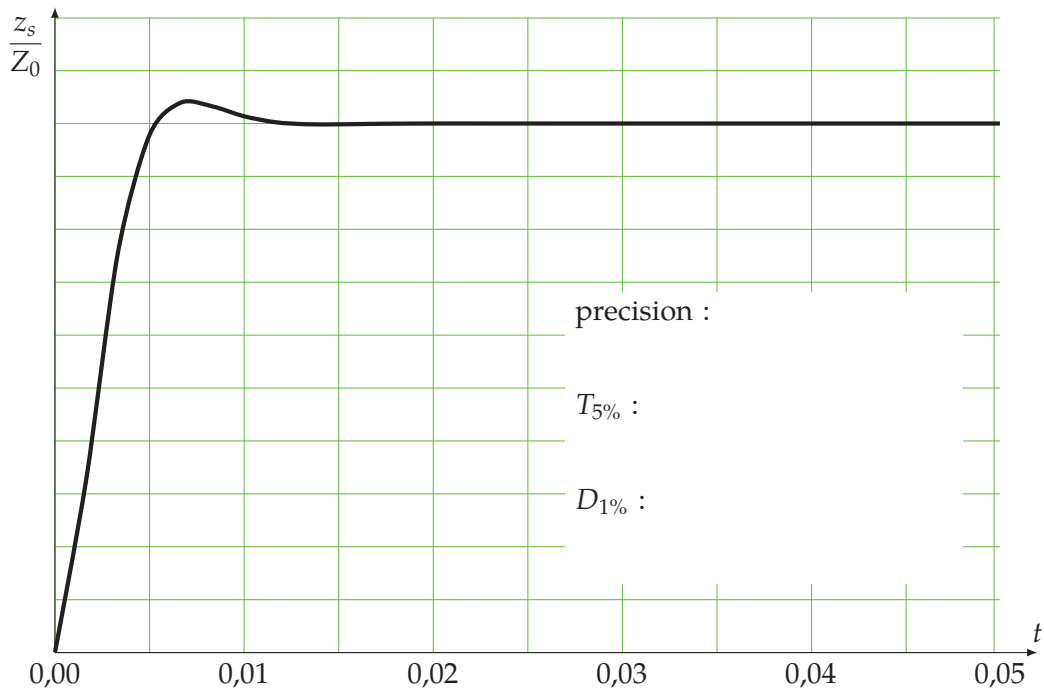


FIGURE 0.1.12 – Réponse temporelle à un échelon avec prise en compte du retour de pression  $z_c(t) = Z_0 \mathcal{H}(t)$

**Q20.** Conclure sur les corrections proposées pour répondre au cahier des charges

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Transformées de Laplace

$f(t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$F(p)$
$\delta(t)$	1
$a \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{a}{p}$
$a \cdot \mathcal{H}(t - \tau)$	$\frac{a}{p} \cdot e^{-\tau \cdot p}$
$a \cdot t \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{a}{p^2}$

$f(t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$F(p)$
$e^{-a \cdot t} \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{1}{p + a}$
$\frac{1 - e^{-a \cdot t}}{a} \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{1}{p \cdot (p + a)}$
$(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{1}{p(1 + \tau \cdot p)}$
$e^{-a \cdot t} \cdot t^n \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{n!}{(p + a)^{n+1}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....