

1.1 MPSI-2

Devoir 1- Caractérisation fréquentielle d'une suspension et étude d'une suspension active

Corrigé page 21

Ce sujet est adapté de plusieurs documents :

- Thèse de Hussein Sleiman
- Le sujet de X-MP 2000 sur la suspension hydraactive de la Xantia
- un TP des Mines d'Albi
- un TD de Alain Passeron

A. Présentation

Sur un véhicule, la suspension est le système reliant les masses non suspendues (typiquement la roue, les systèmes de freinage, d'entraînement de roue, etc) aux masses suspendues (à savoir le châssis, les passagers et tous les composants du véhicule fixés au châssis). La suspension est un élément essentiel des véhicules de transport terrestre, elle a pour but d'assurer une liaison des roues au sol en toutes circonstances. En absorbant les chocs dus à l'état de la route, elle permet d'augmenter la longévité du moteur et du châssis, en plus d'assurer un confort au conducteur et aux passagers. De plus, elle doit assurer au véhicule une bonne dynamique à la conduite, ceci signifie que son comportement doit être sain en ce qui concerne la liaison au sol et que celui-ci doit réagir conformément aux attentes de son conducteur, notamment dans les phases de virage, freinage et accélération. Ces différentes manœuvres sont à l'origine de plusieurs mouvements verticaux et angulaires du véhicule (Figure 1). D'une manière générale, les principaux rôles de la suspension sont définis à travers deux critères : le confort et la tenue de route.

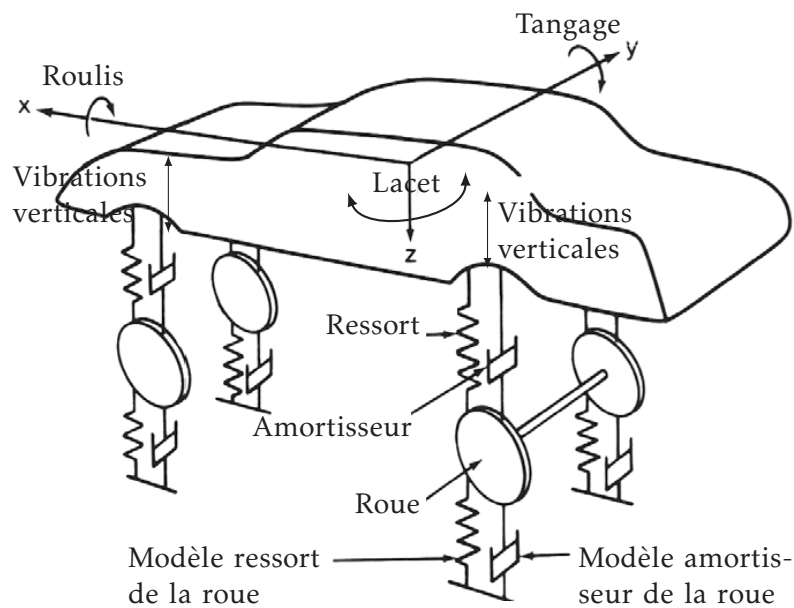


FIGURE 1 – Modèle complet d'une suspension à 7 degrés de liberté

Confort : Le but premier des suspensions automobiles est d'atténuer les perturbations causées par les imperfections de la route et idéalement d'éliminer les vibrations néfastes pour le véhicule et pour les passagers afin d'assurer un meilleur confort et bien-être des passagers dans le véhicule.

Tenue de route : Sur un véhicule, la suspension doit assurer la continuité du contact roue/chaussée malgré les défauts de la route. La tenue de route représente la stabilité d'un véhicule, elle est relative à la capacité du véhicule à suivre la trajectoire que le conducteur souhaite lui imposer. Pour obtenir cela, il faut que les efforts moteurs, directionnels ou de freinage soient correctement transmis.

Réaliser une suspension satisfaisante revient donc à isoler la caisse du véhicule en filtrant les sollicitations vibratoires de la route.

Les paramètres caractéristiques d'une suspension automobile sont la raideur et l'amortissement. Pour une masse de caisse donnée, une raideur faible de la suspension permet d'absorber efficacement les irrégularités de la route.

Cependant, pour certaines fréquences, des phénomènes de résonance inconfortables nuisent à la tenue de route et à la stabilité du véhicule.

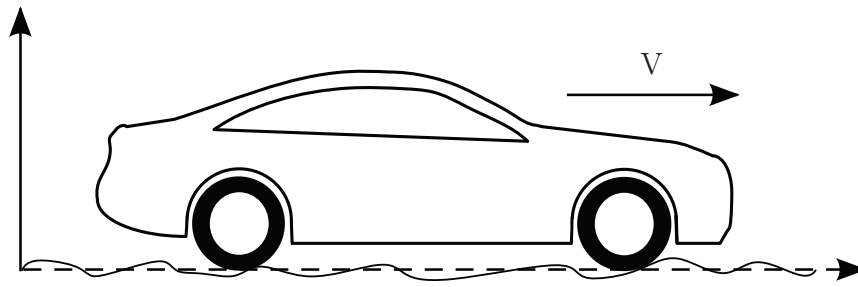


FIGURE 2 – Illustration d'un profil de route aléatoire : l'amplitude des vibrations $a(x)$ dépend de la position $x(t)$ du véhicule qui se déplace à une vitesse $V(t)$.

A.1. Confort vibratoire et comportement physiologique humain

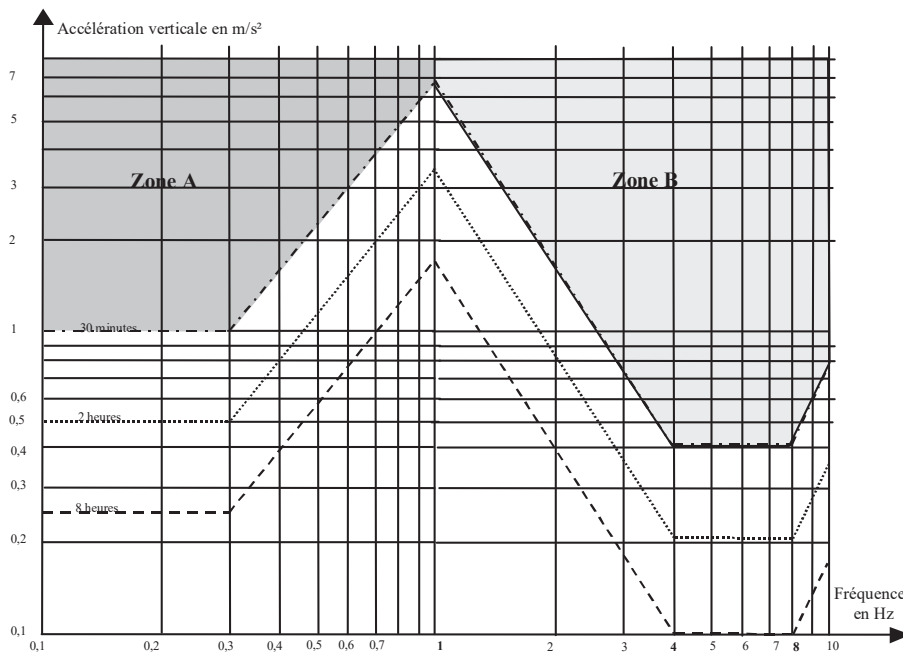


FIGURE 3 – Tolérance aux vibrations verticales Norme AFNOR E90-400

Le corps humain est organisé pour tolérer des sollicitations verticales à la fréquence de la marche. La norme AFNOR E 90-400 (Figure 3) propose un modèle de tolérance physiologique aux vibrations verticales. Sur ce graphe, on identifie « la zone de mal des transports » (Zone A) et « la zone d'inconfort vibratoire » (Zone B).

On se propose de préciser le diagramme d'exigence en caractérisant mieux l'exigence id="1.1.1".

Q1. Compléter le tableau des exigences

id	désignation	texte et critère
1.1.1.1	mal des transports	l'amplitude de l'accélération verticale pour les fréquences inférieures a doit être
1.1.1.2	inconfort vibratoire	l'amplitude de l'accélération verticale pour les fréquences
1.1.1.3	fréquence propre	la fréquence propre du véhicule doit être comprise entre

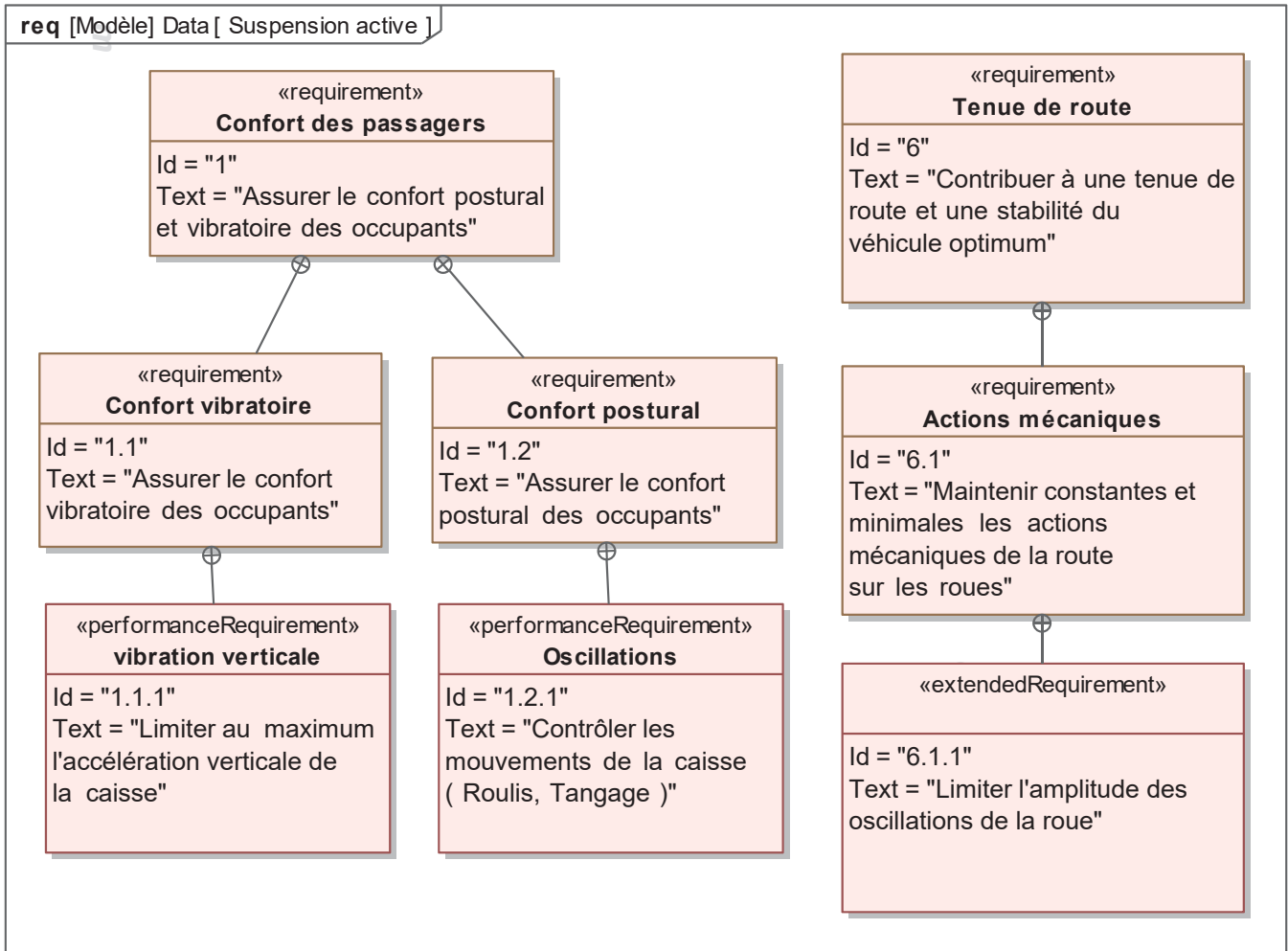


FIGURE 4 – Exigences

Le confort vibratoire vertical des passagers impose une fréquence de caisse de valeur $f_c = 1 \text{ Hz}$. Pour une charge donnée, la valeur de la raideur de la suspension est ainsi déterminée. On recherche une valeur de l'amortissement qui permette d'assurer le confort vibratoire entre 4 Hz et 8 Hz en limitant la résonance autour de la fréquence de caisse sans dégrader sa tenue.

B. Modèle quart de véhicule

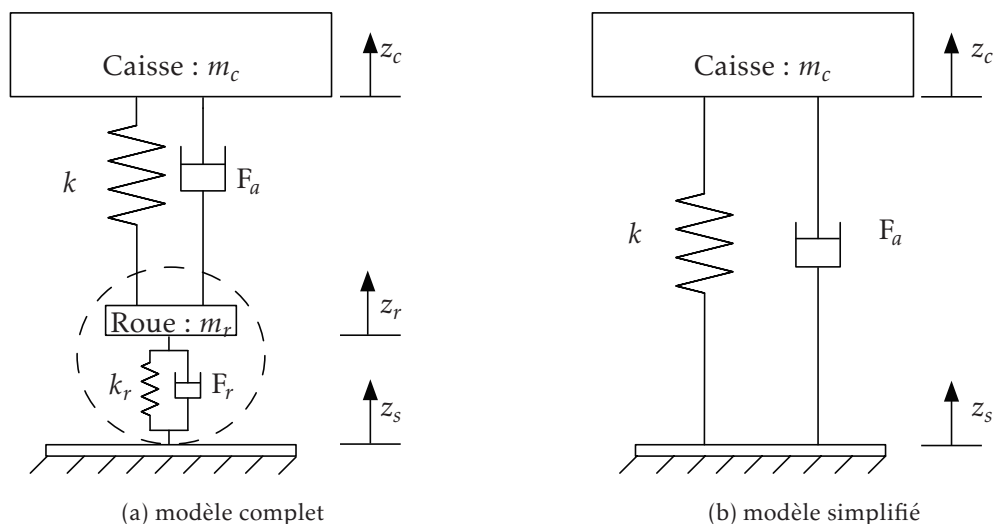


FIGURE 5 – Modèles quart de véhicule

Compte tenu de la complexité de cette fonction de transfert, nous allons limiter le problème en étudiant le modèle simplifié.

C. Modèle quart de véhicule simplifié

Ce modèle est aussi appelé « modèle caisse », il permet d'étudier principalement le confort de la suspension.

C.1. Fonction de transfert de la suspension simplifiée

L'équation de la dynamique qui décrit ce modèle est la suivante :

$$m_c \cdot \ddot{z}_c = k \cdot (z_s - z_c) + \mu \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_c) \quad [3]$$

Q5. Écrire cette fonction dans le domaine de Laplace, donner la fonction de transfert $H_s(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$

Q6. Mettre cette fonction sous la forme

$$H_s(p) = \frac{1 + \frac{2z}{\omega_n} \cdot p}{1 + \frac{2z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Préciser les différents paramètres de la forme canonique en fonction de m_c , k et μ .

C.2. Étude temporelle au franchissement d'une marche

La figure 7 représente l'évolution de la réponse temporelle de la suspension lors du franchissement d'une « marche » de 5 cm.

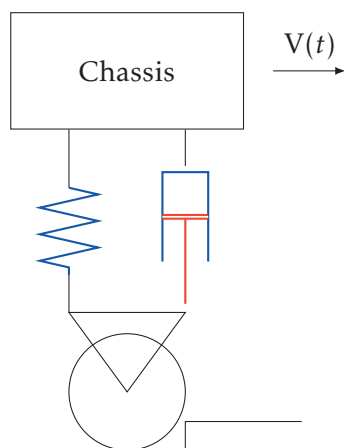


FIGURE 6 – Franchissement d'une « marche »

On trouve sur cette figure l'évolution de la hauteur de caisse $z_c(t)$ pour $z = 0,7$.

Q7. Déterminer μ afin que le coefficient d'amortissement soit $z = 0,7$.

Q8. Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5% de la réponse temporelle de la suspension et l'amplitude relative du premier dépassement.

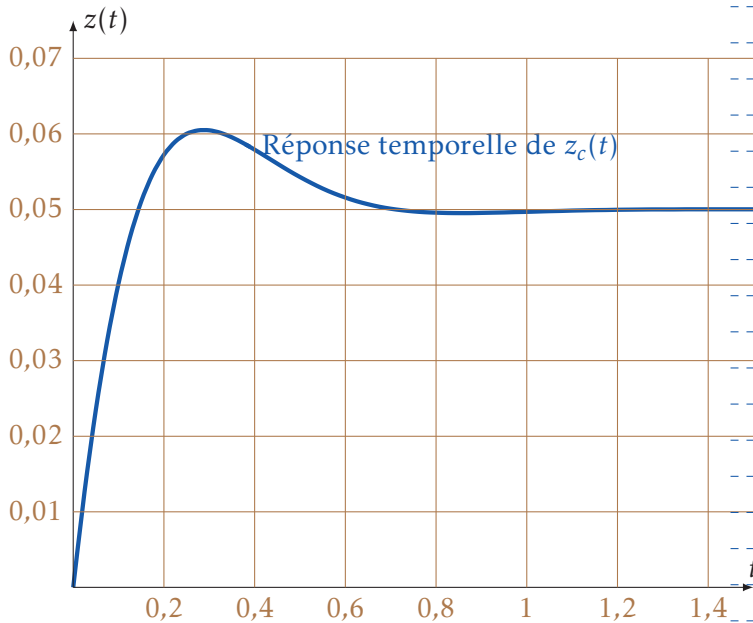


FIGURE 7 – Réponse temporelle au passage d'une « marche » de 5 cm

C.3. Étude fréquentielle

Pour la suite, nous allons choisir : $\mu = 3000 \text{ N s m}^{-1}$, les autres paramètres étant inchangés : $m_c = 250 \text{ kg}$, $k = 15000 \text{ N m}^{-1}$. Ce qui donne pour la fonction de transfert :

$$H_s(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)} = \frac{1 + 0,2 \cdot p}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$$

On suppose que le véhicule avance avec une vitesse V constante dans la direction \vec{x} horizontale sur un sol ondulé (figure 8) modélisé par l'équation :

$$z_s(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot V \cdot t\right) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

où λ désigne la distance entre deux maxima

Les diagrammes de Bode de $H_s(p)$ sont représentés sur la figure 9.

Q9. Étude de $H_2(p) = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$:

Q9a. Déterminer le module puis le module en dB et l'argument de la fonction complexe $H(j \cdot \omega)$;

Q9b. Rappeler les équations des asymptotes;

Q10. Diagrammes de Bode de $H_2(p)$

Q10a. Tracer sur cette figure les diagrammes de Bode (module et argument) et les asymptotes de $H_2(p)$;

Q10b. Préciser sur le diagramme, les points particuliers et les caractéristiques importantes.

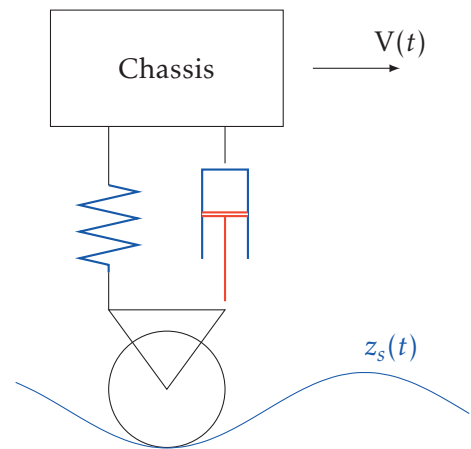
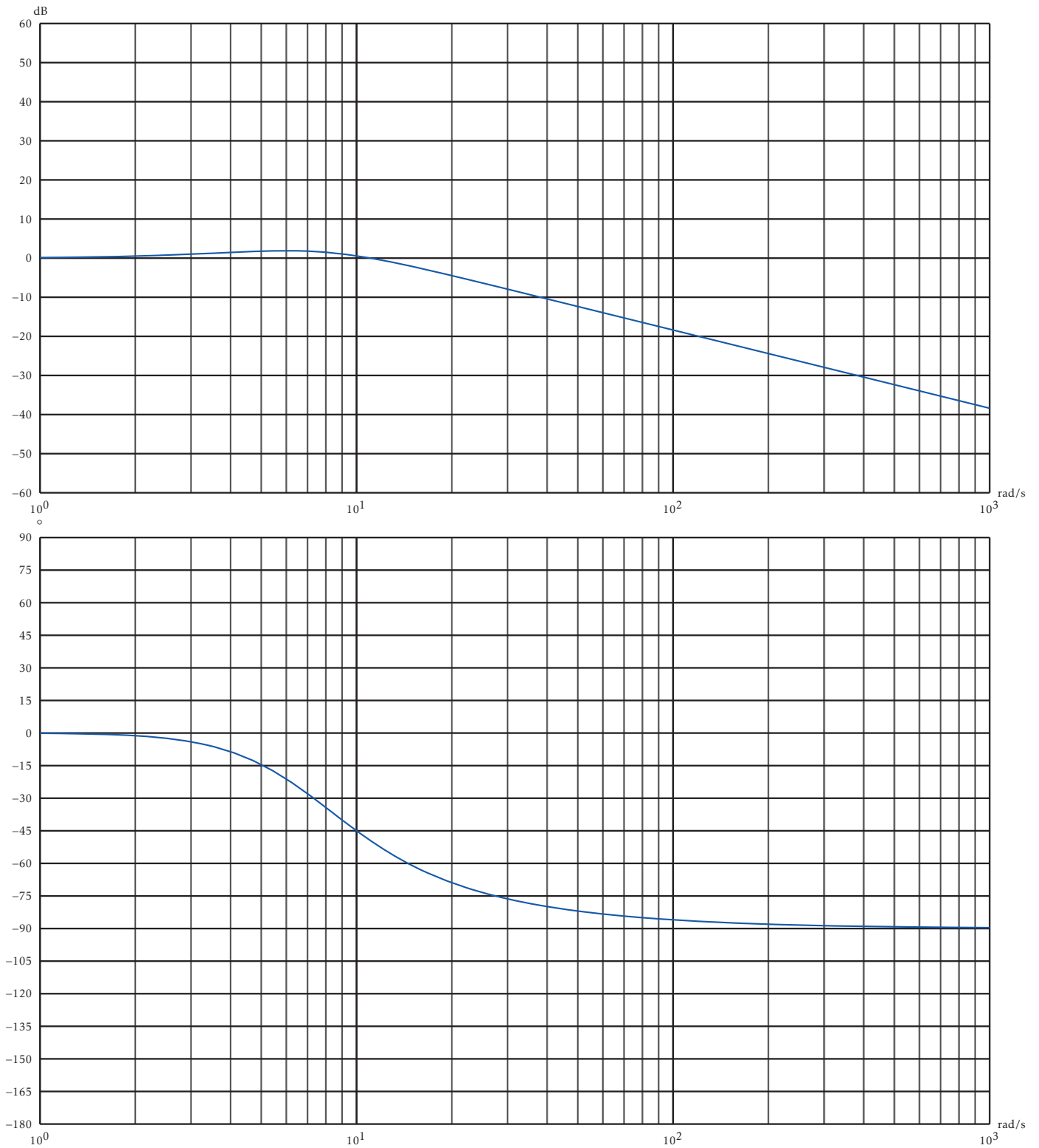


FIGURE 8 – déplacement sur chaussée ondulée

FIGURE 9 – Diagrammes de Bode de $H_s(p)$

Q11. Étude de $N(p) = 1 + 0,2 \cdot p$:

Q11a. Déterminer le module puis le module en dB et l'argument de la fonction complexe $N(j \cdot \omega)$;

Q11b. Rappeler les équations des asymptotes;

Q11c. Tracer (avec une autre couleur) sur cette figure les diagrammes de Bode et les asymptotes de $N(p)$;

Q11d. Préciser sur le diagramme, les points particuliers et les caractéristiques importantes. .

Q12. En déduire les asymptotes de la fonction de transfert $H_s(p)$. Préciser les différentes caractéristiques des asymptotes et les points caractéristiques de ces diagrammes.

On sait que pour une sollicitation de sinusoïdale de la forme de la suspension $z_s(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$, la réponse temporelle du châssis en régime permanent s'écrit :

$$z_c(t) = A \cdot |H_s(j \cdot \omega)| \cdot \cos(\omega \cdot t + \arg(H(j \cdot \omega)))$$

Q13. Déterminer $\ddot{z}_c(t)$.

Q14. Déterminer graphiquement le module et l'argument de la réponse temporelle pour les fréquences suivantes : $f = 1$ Hz puis 2 Hz, 4 Hz et 8 Hz?

Q15. En déduire pour ces valeurs, les conditions que doivent respecter λ , V et A dans le cadre de la norme AFNOR décrite par la figure 3.

D. Modèle de suspension active simplifiée

Les suspensions classiques, telle celle que nous venons de traiter, sont des suspensions passives, le comportement ne dépend que des caractéristiques des composants et supporte mal des variations de paramètres. Une des solutions pour améliorer le comportement de la suspension et de la rendre moins sensible à l'évolution des paramètres est de la rendre « active ».

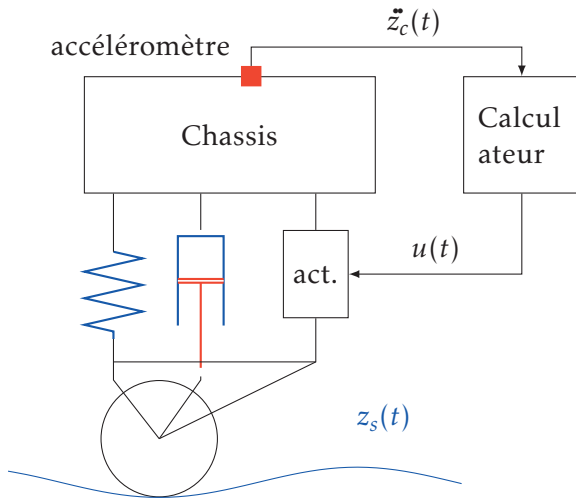


FIGURE 10 – Suspension active

Pour réaliser cette suspension active, on ajoute un accéléromètre sur la caisse qui mesure l'accélération verticale de la caisse et un actionneur. Le calculateur génère la loi de commande $u(t)$ qui pilote l'actionneur qui agit en parallèle au ressort et à l'amortisseur. Le fonctionnement peut être alors décrit par le schéma bloc de la figure 11.

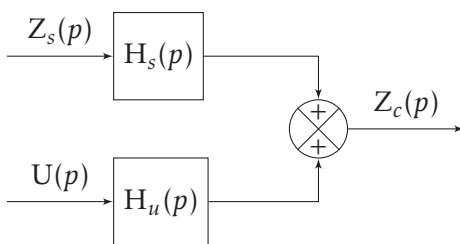


FIGURE 11 – Modèle de commande

Cette suspension utilise un actionneur pneumatique qui exerce une action mécanique, proportionnelle à la vitesse et à l'accélération du châssis, qui s'oppose à l'accélération.

La loi de commande du calculateur peut être modélisée par le schéma bloc de la figure 12. On note $A_z(p)$ la transformée de Laplace de l'accélération du châssis

$\ddot{z}_c(t)$ et $U(p)$ la transformée de Laplace de $u(t)$. Avec

$$H_s(p) = \frac{1 + 0,2 \cdot p}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$$

$$H_u(p) = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$$

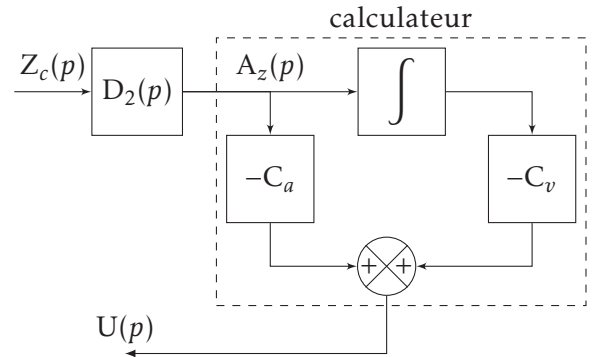


FIGURE 12 – Schéma bloc du calculateur

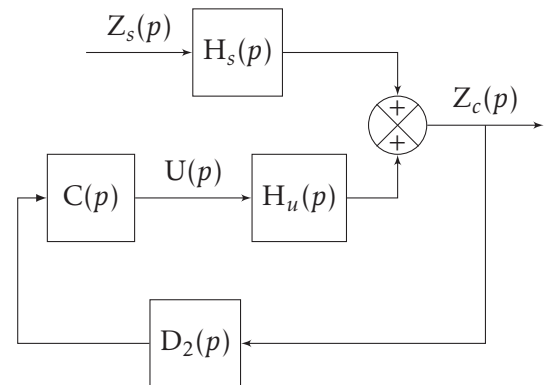


FIGURE 13 – Modèle de commande

Q16. justifier que la fonction de transfert $D_2(p)$ qui permet de passer de $Z_c(p)$ à $A_z(p)$ est p^2 .

Le schéma bloc de la figure 13 décrit le fonctionnement de la suspension active.

Q17. Déterminer la fonction de transfert $C(p) = \frac{U(p)}{Z_c(p)}$ du calculateur

Q18. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de la suspension active : $H_a(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$

Q19. Mettre $H_a(p)$ sous forme canonique, on notera z_a le coefficient d'amortissement et ω_{na} la pulsation propre du système corrigé.

Q20. Justifier que C_a et C_v permettent de régler z_a et ω_{na} . Déterminer C_a et C_v afin que : $z_a = 1$ et $\omega_{na} = 5 \text{ rads}^{-1}$.

Q21. Déterminer $H_a(p)$ sous sa forme la plus simple.

Q22. Tracer alors l'allure de la réponse temporelle correspondant au franchissement d'une marche de 5 cm sur la figure 7.

Q23. Conclure.

1.2 MPSI-1

Devoir 2- CableCam de Hymatom - (Asservissement-corrrection P)

adapté du sujet E3A 2008

Corrigé page 24

Présentation

La société Hymatom conçoit et fabrique des systèmes de vidéo surveillance. Le système câblecam (figure 14) est composé d'un chariot mobile sur quatre roues posé sur deux câbles porteurs d'une longueur de 100 m. Ces câbles servent également à alimenter la caméra et ses moteurs d'orientations qui sont liés au chariot. Un câble tracteur dont les deux extrémités sont attachées au chariot est actionné par un moteur à courant continu fixé au bâti. Deux contrepoids via un moufle (voir l'agrandissement sur la figure 14) maintiennent les câbles porteurs en tension.

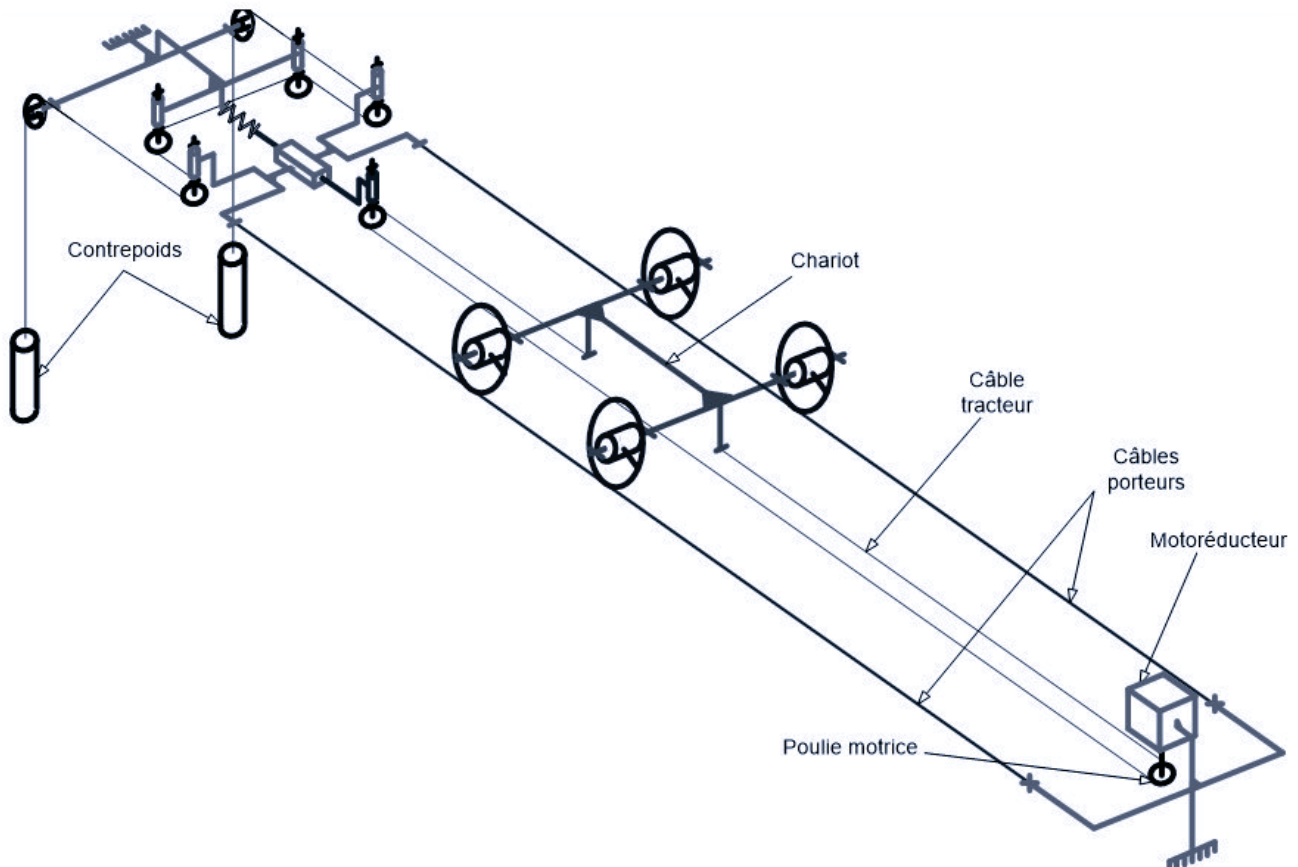


FIGURE 14 – Schéma du système câblecam

Le chariot transporte une caméra (figure 15), dont les axes, l'un vertical et l'autre horizontal peuvent être pilotés à distance par le télé-surveilleur ou le logiciel de télésurveillance. De plus, le chariot embarque le système de communication sans fil.



FIGURE 15 – Camera mobile du système câblecam

Un prototype a été réalisé et testé, ce qui a permis d'améliorer certaines parties et de contrôler que le cahier des charges fonctionnel pouvait être respecté; lors de ces tests des mouvements parasites ont été observés.

Un phénomène de pompage (déplacement vertical), des oscillations de tangage (avant/arrière) et de roulis (tribord/bâbord) surviennent dès que l'on met le chariot en mouvement. Ces mouvements limitent l'utilisation de la caméra dans ses grossissements les plus forts. En effet, le zoom de la caméra peut réduire l'angle de champ (ou angle de vue) jusqu'à $1,8^\circ$. Par ailleurs, le stabilisateur d'image incorporé ne permet de corriger des tremblements que sur un tiers de la largeur ou de la hauteur des images.

L'étude qui est proposée dans ce sujet porte sur le comportement du chariot lors d'un déplacement et plus précisément sur les limites de stabilité.

Les deux diagrammes (figures 16 et 17 précisent les exigences.

Le logiciel peut piloter la caméra en la déplaçant et en l'orientant sur les zones à couvrir, par exemple, les allées transversales d'un grand entrepôt. Des événements inhabituels peuvent être détectés et analysés par le logiciel. Un objet mobile peut être suivi dans les zones surveillées. Tout ceci nécessite que les images acquises et leur transmission soient de bonne qualité. Donc, les déplacements de la caméra doivent être suffisamment stables.

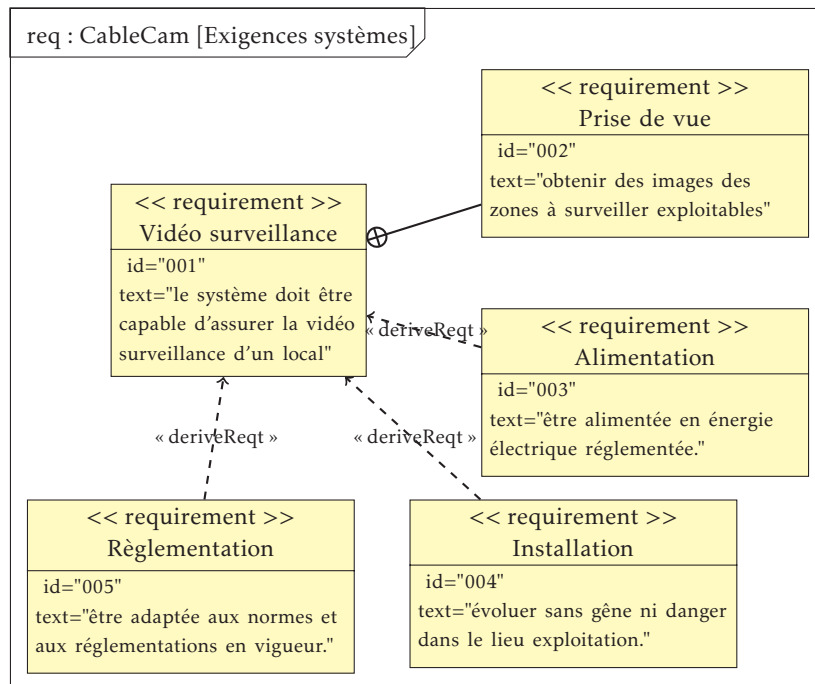


FIGURE 16 – Diagramme d'exigences fonctionnelles de la caméra CableCam

A. Commander le déplacement

Objectif de l'étude : Vérifier le respect de la précision imposée par le Cahier des Charges Fonctionnel (CdCF) en positionnement et en vitesse sans tenir compte des mouvements parasites.

Le schéma bloc physique de la commande du déplacement du chariot est présenté figure 22 sur le document réponse DR-1 :

Le comportement linéarisé du motoréducteur autour de son point d'équilibre est modélisé par les quatre équations suivantes :

— Équation mécanique :

$$c_s(t) + c_r(t) = J_{eq} \cdot \frac{d^2 \theta_s(t)}{dt^2}$$

— Équation de couplage tension – vitesse :

$$e(t) = k_e \cdot \omega_s(t)$$

— Équation électrique :

$$u(t) = R \cdot i(t) + e(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

— Équation de couplage couple – intensité :

$$c_s(t) = k_t \cdot i(t)$$

On note :

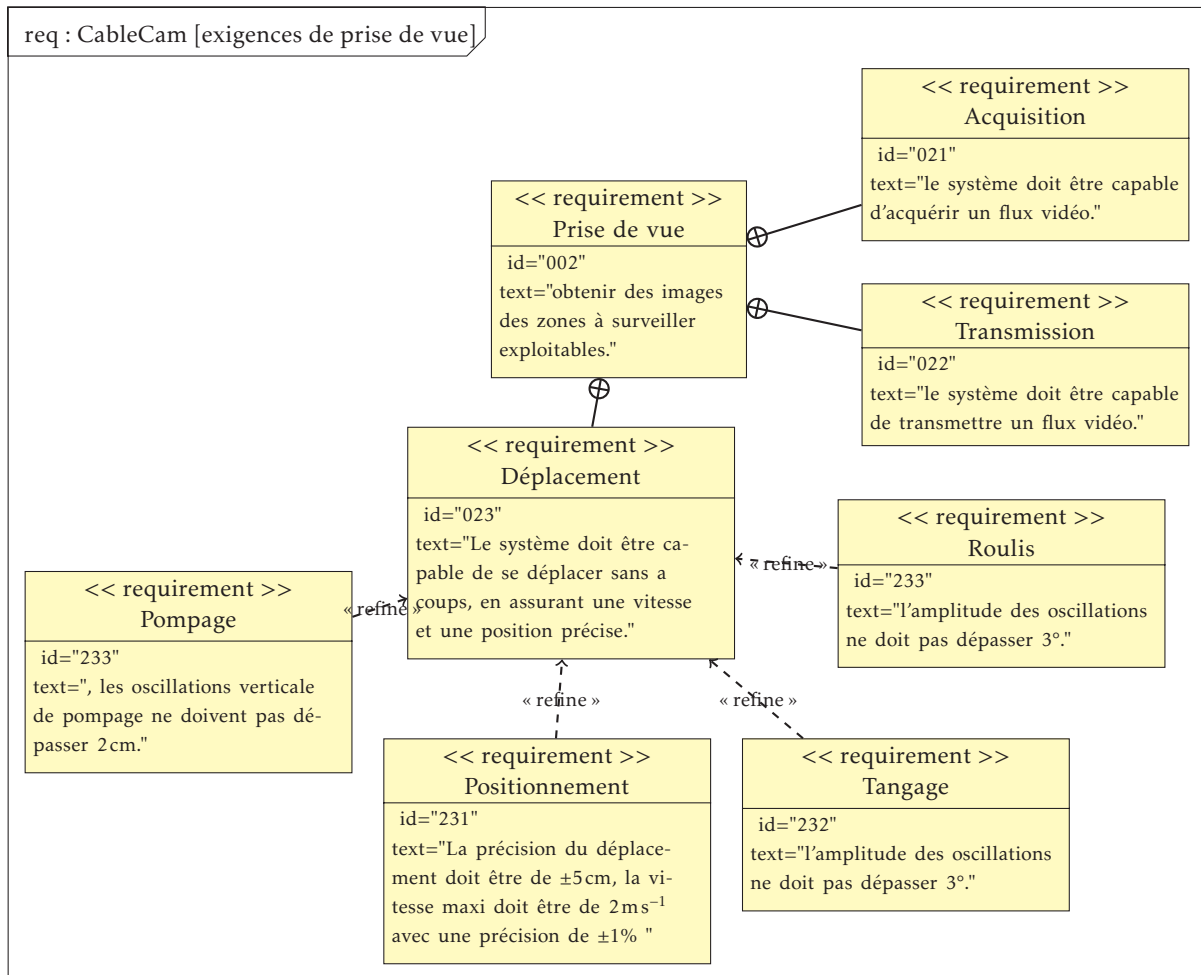


FIGURE 17 – Diagramme d'exigences techniques de la prise de vue

- $x_c(t)$: consigne de position à atteindre
- $x_s(t)$: position réelle du chariot
- $u(t)$: tension d'alimentation du moteur
- $c_s(t)$: couple en sortie du motoréducteur
- $c_r(t)$: couple résistant appliqué à l'arbre de sortie du motoréducteur en N.m.
- $i(t)$: intensité dans l'induit du moteur en A.
- $e(t)$: force contre électromotrice du bobinage du moteur en V.
- $\theta_s(t)$: position angulaire de l'arbre de sortie du motoréducteur
- $\omega_s(t) = \frac{d\theta_s(t)}{dt}$: vitesse de rotation de l'arbre de sortie du motoréducteur
- $H_C(p)$: transmittance du correcteur

Données :

- $M = 4,3 \text{ kg}$: masse du chariot.
- $L = 0,04 \text{ mH}$: inductance de l'induit.
- $R = 0,103 \Omega$: résistance de l'induit.
- $J_{eq} = 2,5 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$: moment d'inertie équivalente de l'ensemble mobile rapportée à l'arbre de sortie du motoréducteur.
- $k_t = 0,41 \text{ Nm A}^{-1}$: constante de couple.
- $k_e = 0,41 \text{ V srad}^{-1}$: constante de force contre électromotrice.
- $G = 400 \text{ V m}^{-1}$: gain de l'amplificateur .
- $R_m = 50 \text{ mm}$: rayon de la poulie motrice.
- $r = 7$: Rapport de réduction cinématique du réducteur (entrée/sortie).
- $L_T = 200 \text{ m}$: longueur totale du câble tracteur.
- $U_{max} = 24 \text{ V}$: tension maximale d'alimentation du moteur.
- $I_n = 7,8 \text{ A}$: courant nominal de l'induit

Les transmittances des différents blocs seront déterminées dans la suite du sujet pour pouvoir étudier le comportement global du système.

Remarque : Pour toute l'étude, les variables temporelles seront écrites en minuscule et les variables dans le domaine de Laplace en majuscule.

A.1. Modélisation du motoréducteur

Dans cette partie du problème, le couple résistant $c_r(t)$ est négligé car les câbles porteurs sont supposés horizontaux et les frottements sont négligés.

Q1. Exprimer les quatre équations relatives au motoréducteur dans le domaine de Laplace en considérant que les conditions de Heaviside (conditions initiales nulles) sont respectées.

Q2. Donner la forme littérale de la fonction de transfert $\frac{\Theta_s(p)}{\Omega_s(p)}$.

Q3. Donner la forme littérale de la fonction de transfert $\frac{\Omega_s(p)}{C_s(p)}$.

Q4. Donner la forme littérale de la fonction de transfert du motoréducteur $\frac{\Omega_s(p)}{U(p)}$.

Q5. En s'aidant du schéma de la figure 14, justifier la fonction de transfert $\frac{X_s(p)}{\Theta_s(p)}$.

Q6. Compléter les blocs modélisant le système sur le schéma du document réponse DR-1. Indiquer TOUTES les grandeurs (avant et après chaque bloc)

A.2. Étude de la réponse temporelle

Hypothèses complémentaires :

— La transmittance du correcteur $H_C(p)$ est égale à 1 pour cette partie et jusqu'à la question Q13 comprise.

Q7. Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_O(p) = \frac{X_s(p)}{\varepsilon(p)}$ du système sous la forme canonique.

Q8. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $H_F(p) = \frac{X_s(p)}{X_c(p)}$ du système sous la forme canonique.

Préciser l'ordre et la classe de la fonction de transfert.

— Modèle simplifié

Pour la suite on admettra que le système peut se mettre sous la forme de la figure 18, établi en supposant que l'influence de l'inductance par rapport aux autres grandeurs caractéristiques sur la réponse du système étant faible, elle sera négligée dans la suite du sujet ($L = 0$) et la transmittance du correcteur $H_C(p)$ est égale à 1.

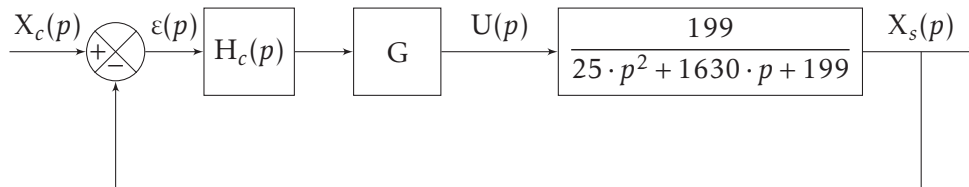


FIGURE 18 – Modèle simplifié

Q9. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système simplifié $H_{F_s}(p) = \frac{X_s(p)}{X_c(p)}$. Mettre sous forme canonique Déterminer, le coefficient d'amortissement z , la pulsation propre non amortie ω_0 et le gain statique du système K . Faire les applications numériques (sans oublier les unités).

Q10. En vous aidant des abaques fournies en annexe, tracer sur le document réponse DR-2 l'allure de la réponse temporelle de ce système en faisant apparaître le signal de consigne pour une commande en échelon $x_c(t) = X_{C0} \cdot \mathcal{H}(t)$ avec $X_{C0} = 2m$ et $\mathcal{H}(t)$ fonction de Heaviside. Indiquer sur le graphe l'amplitude du premier dépassement D_1 et le temps de réponse à 5%. (Vous indiquerez toutes les informations nécessaires au tracé de cette courbe).

Q11. Déterminer l'erreur indicielle du système. Dire si le comportement est compatible avec son utilisation. Justifier et énoncer le(s) théorème(s) utilisé(s).

— Tension d'alimentation

On se propose de vérifier que la tension appliquée au moteur ne dépasse pas la tension limite.

Q12.

Q12a. Déterminer, $U(p)$ en fonction de $\varepsilon(p)$.

Q12b. Préciser à quel instant, la tension de commande du moteur risque d'être maximale

Q12c. Déterminer la valeur maximale de la tension appliquée aux bornes du motoréducteur pour cette commande.

Q12d. Vérifier si cette valeur est compatible avec les capacités physiques du motoréducteur. Justifier succinctement.

A.3. Correction du système

Q13. Tracer les diagrammes de Bode et les asymptotes de la fonction de transfert en boucle ouverte du système simplifié $H_{Os}(p) = \frac{X_s(p)}{\varepsilon(p)}$ sur le document réponse DR-3.

Afin de limiter les oscillations, on installe un correcteur $H_c(p) = \frac{1 + a \cdot \tau \cdot p}{1 + \tau \cdot p}$ avec $a = 2,9$ et $\tau = 0,01$ s.

Q14. Déterminer le module et l'argument de la fonction de transfert complexe $H_c(j \cdot \omega)$

Q15. Montrer que l'argument possède un maximum, déterminer ce maximum.

Q16. Les diagrammes de Bode du correcteur sont déjà tracés sur le document réponse DR-3, tracer les asymptotes de ce correcteur.

Q17. En déduire les diagrammes de Bode de la FTBO corrigée.

La réponse temporelle à un échelon de 2m est représenté sur la figure 24 du document réponse DR-4

Q18. Déterminer le temps de réponse à 5%. Que peut-on dire du système corrigé vis à vis du cahier des charges ?

A.4. Loi de commande en vitesse

Malgré le réglage du correcteur, le moteur est toujours saturé, afin d'éviter tout risque de saturation, on décide d'implanter une loi de commande en vitesse de type trapézoïdal (figure 27).

Le démarrage s'effectuera plus progressivement et on restera dans des grandeurs de commande tolérables. De plus, les mouvements parasites du chariot lors des phases de démarrage et d'arrêt seront atténués.

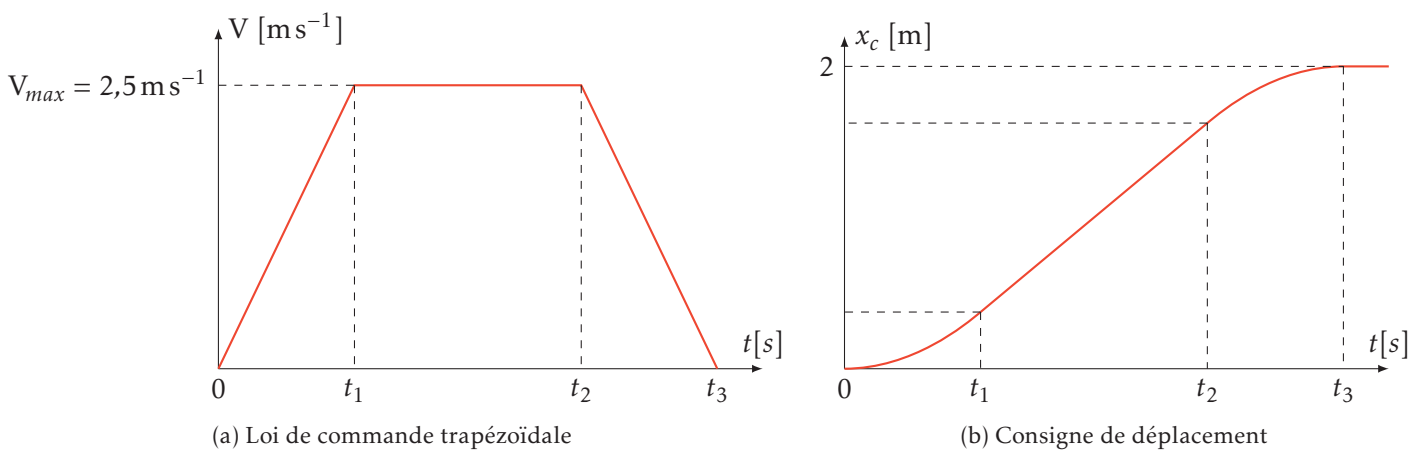


FIGURE 19 – Loi de commande trapézoïdale

La phase 1 démarre à $t = 0$ et se finit à $t = t_1$, puis la phase 2 démarre à t_1 et se finit à t_2 , puis la phase 3 démarre à t_2 et se termine à t_3 avec $t_3 - t_2 = t_1$.

Le pilotage effectif du système est toujours réalisé en terme de position qui est le seul paramètre d'entrée. La conversion en position à partir de la vitesse est effectuée par le micro-contrôleur de gestion.

Q19. Déterminer l'équation temporelle de des trois phases de $x_c(t)$ (figure 27b) en fonction de V_{max} , t_3 et t_1 .

Q20. Tracer l'allure de du déplacement réel du chariot jusqu'à son arrêt, en fonction du temps.

Q21. Indiquer sur la courbe précédente (position) l'endroit où l'erreur est maximale. Justifier succinctement.

B. Annexes

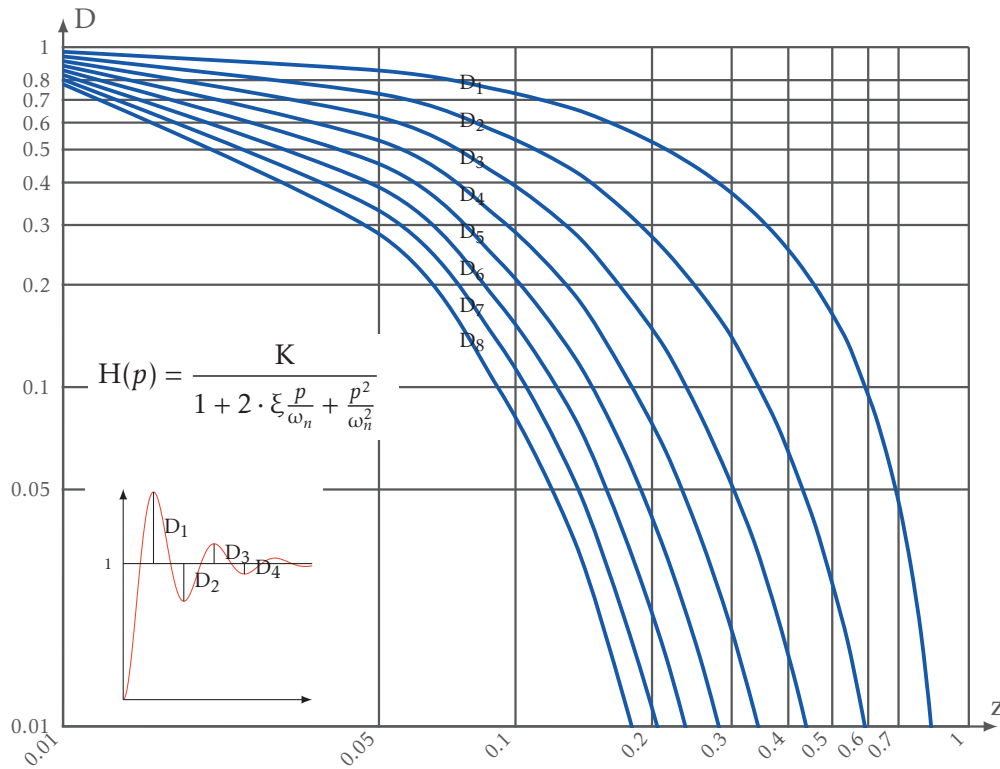


FIGURE 20 – Abaque des dépassements relatifs d'un second ordre en fonction du coefficient d'amortissement ξ

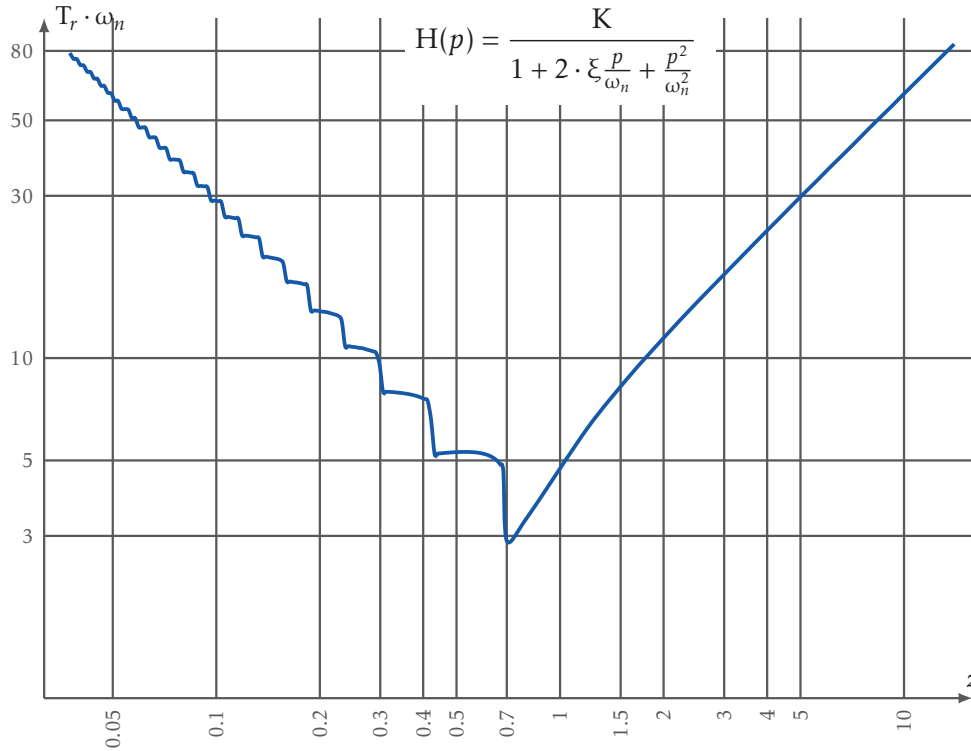


FIGURE 21 – Abaque du temps de réponse réduit $T_r \cdot \omega_n$ d'un système du second ordre en fonction du coefficient d'amortissement ξ

C. Documents réponses

DR-1. Schéma blocs

DR2

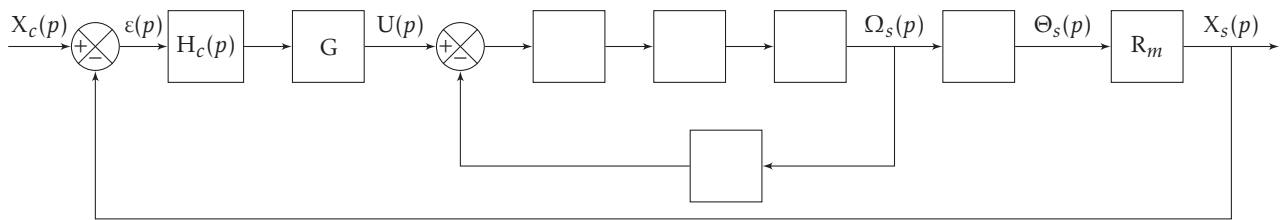


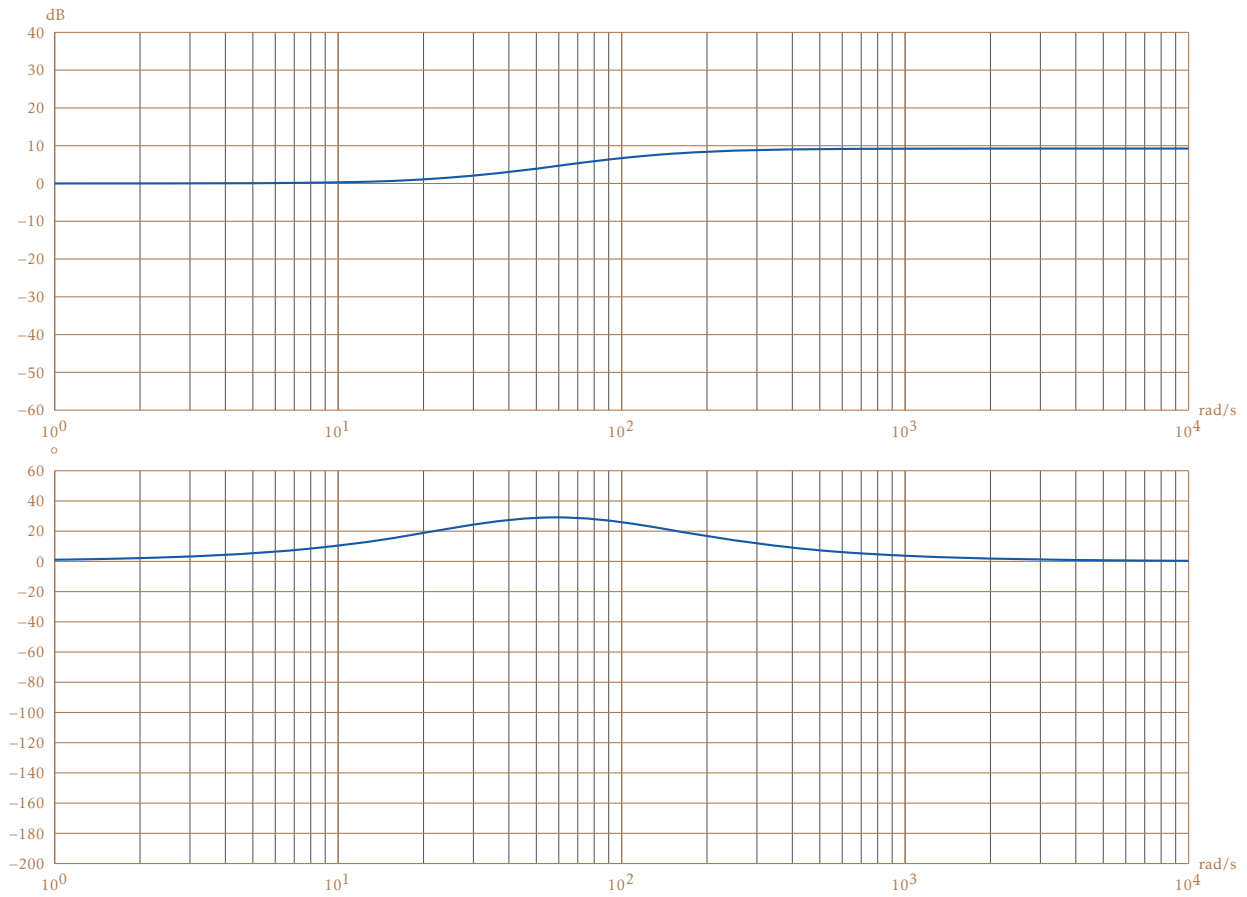
FIGURE 22 – Schéma bloc du déplacement

DR-2. Réponse temporelle



FIGURE 23 – Graphe temporel à compléter

DR-3. Diagrammes de Bode



DR-4. Réponse temporelle du système corrigé

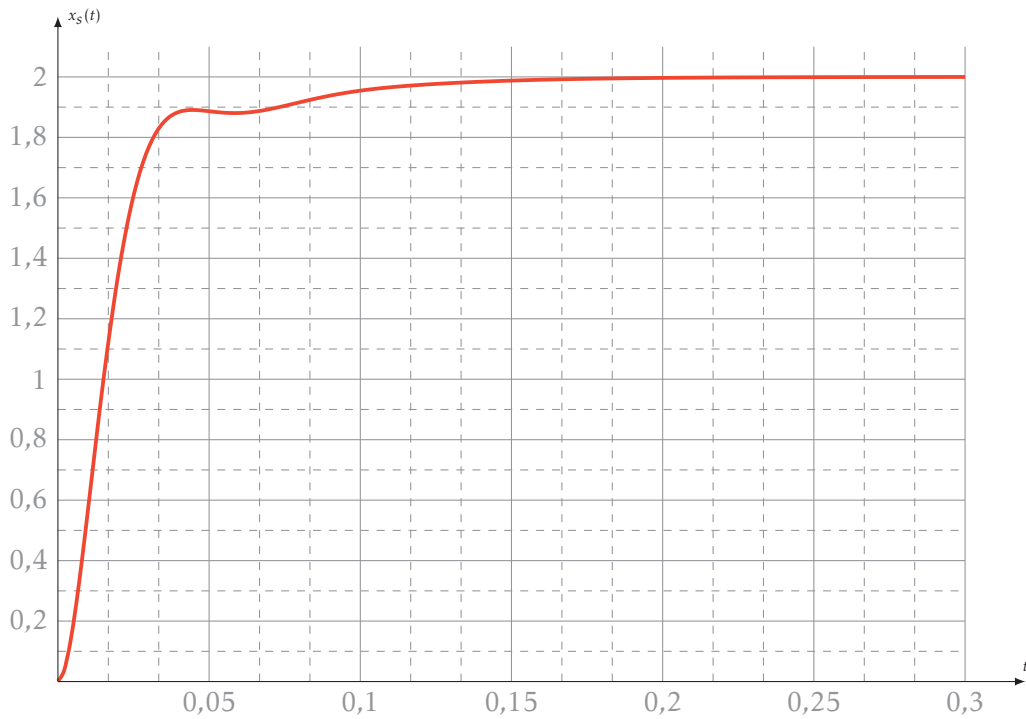


FIGURE 24 – Réponse temporelle du système corrigé