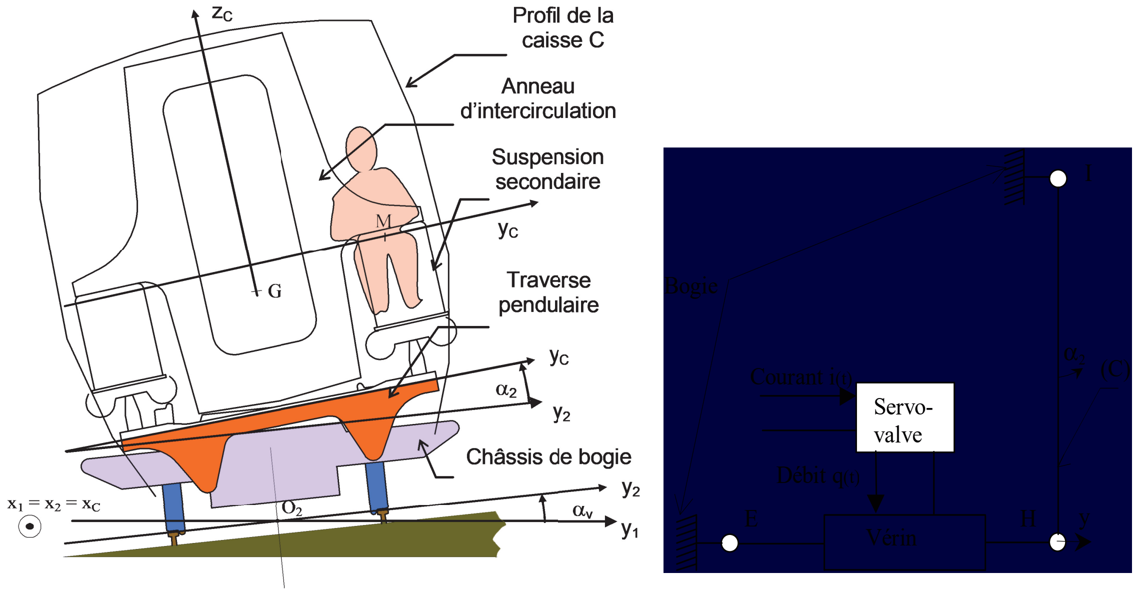
DS2 : systèmes linéaires et asservissement

Merci de répondre aux différentes questions sur votre feuille en séparant correctement les questions et en identifiant les résultats.
Compléter le document réponse pour les questions « graphiques »

Exercice 1 - Système de pendulation
Adapté de Centrale MP 2000 — *Corrigé page 8*

La pendulation

Afin de compenser les effets centrifuges et d'améliorer le confort des passagers, pour les trains à grande vitesse (TGV), il est nécessaire de contrôler l'inclinaison de la caisse de la voiture par rapport à la voie.



(a) Principe de la pendulation (b) Schéma de principe du banc d'essai

Figure 1 – Train pendulaire

Cette inclinaison résulte de la superposition (figure 1a) :

- du devers de voie (inclinaison α_v du bogie par rapport à la voie),
- de la pendulation (inclinaison α_2 de la caisse par rapport au bogie).

L'étude proposée concerne un banc d'essais de pendulation (développé par Gec Alstom) qui permet la maîtrise de l'asservissement en inclinaison de la caisse de la voiture par rapport au bogie.

La consigne de position angulaire à obtenir est calculée à partir d'informations provenant de capteurs (accéléromètres...) implantés sur les différentes voitures du train. La gestion de ces informations n'est pas abordée dans l'étude proposée. Le modèle retenu correspond à l'étude préliminaire du système qui devra être réalisée sur un banc d'essai fixe.

Le système de pendulation active proposé utilise des vérins hydrauliques double effet pilotés par une servo-valve pour incliner la caisse.

Description du banc d'essais

La figure 1b représente le schéma de principe retenu pour l'installation. La charge à déplacer est la caisse de la voiture pendulée qui est modélisée par un solide C mobile en rotation autour de l'axe par rapport au bogie fixé au banc d'essai. La servo-valve est un organe commandé par un courant d'intensité $i(t)$ qui permet d'obtenir un débit volumique d'huile $q(t)$ proportionnel au courant d'alimentation. Ce débit volumique $q(t)$ alimente un vérin double effet qui permet de déplacer la caisse.

Le vérin développe une force $f(t)$ et produit un déplacement de la tige $y(t)$ qui permet la mise en rotation de la caisse (C).

Un capteur de position permet de connaître la position $y(t)$ de la tige du vérin par rapport au corps de vérin. Un correcteur permet d'élaborer une tension de commande $u(t)$ qui, via un convertisseur tension-courant, génère le courant $i(t)$ qui alimente la servo-valve.

Notation des transformées de Laplace

Notation	Désignation	Transformée de Laplace
$u_c(t)$	Tension de consigne	$U_c(p)$
$i(t)$	Courant de commande de la servo-valve	$I(p)$
$q(t)$	Débit volumique sortant de la servo-valve	$Q(p)$
$\delta_p(t) = p_A(t) - p_B(t)$	Pression utile dans le vérin	$\Delta_p(p)$
$y(t)$	Position de la tige du vérin	$Y(p)$
$v(t)$	Vitesse de sortie de la tige du vérin	$V(p)$
$\gamma(t)$	Accélération de sortie de la tige du vérin	$\Gamma(p)$
$\alpha_2(t)$	Position angulaire de la caisse	$A_2(p)$
$f(t)$	Force exercée par le vérin	$F(p)$

Données

Notation	Désignation	Unité
V_0	Volume initial dans la chambre A du vérin	m^3
R	Hauteur de la caisse	m
J	Moment d'inertie de la caisse par rapport à l'axe	$kg \cdot m^2$
S	Section du piston du vérin	m^2
b	Module de compressibilité de l'huile	Pa
μ	Coefficient de couple de rappel	$N \cdot m \cdot rad^{-1}$

A. Modèle de connaissance

Le modèle de connaissance est décrit par les équations ci-dessous.

(a) : Le fluide est considéré comme compressible. Le débit $q(t)$ délivré par la servo-valve et entrant dans le vérin est relié à la pression utile $\delta_p(t)$ existant dans le vérin par l'équation :

$$q(t) = 2 \cdot S \cdot v(t) + \frac{V_0}{b} \cdot \frac{d\,\delta_p(t)}{dt}$$

(b) : L'effort exercé par le vérin sur la caisse est noté $f(t)$ et vaut :

$$f(t) = S \cdot \delta_p(t)$$

(c) : L'étude dynamique de la caisse C permet d'écrire la relation :

$$J \cdot \frac{d^2\,\alpha_2(t)}{dt^2} = f(t) \cdot R - \mu \cdot \alpha_2(t)$$

(d) : Les déplacements sont de faibles amplitudes :

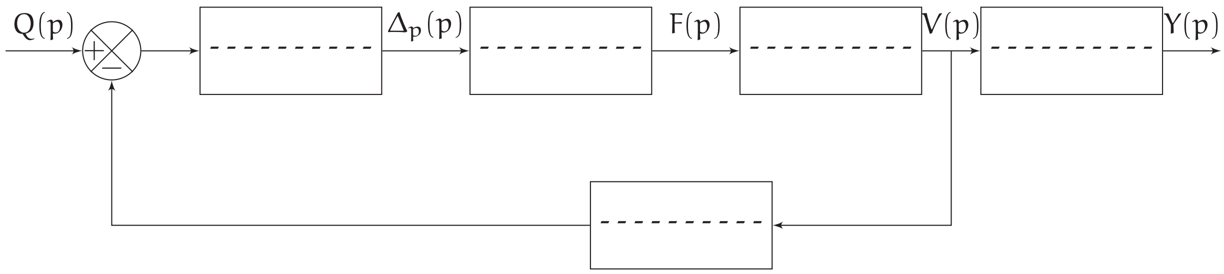
$$y(t) = R \cdot \alpha_2(t)$$

(e) : La vitesse de déplacement de la tige $v(t)$ est donnée par :

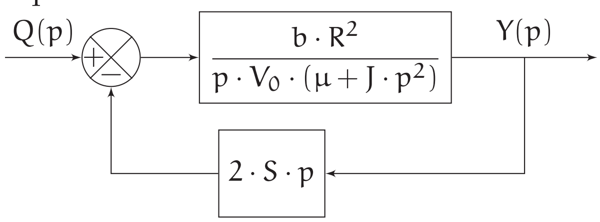
$$v(t) = \frac{d\,y(t)}{dt}$$

Q1. Écrire les 5 équations du modèle de connaissance dans le domaine de Laplace.

Q2. Compléter le schéma-bloc du document réponse.



Pour la suite, on considère que le schéma-blocs est :



Q3. Déterminer la fonction de transfert $H_y(p) = \dfrac{Y(p)}{Q(p)}$.

Q4. Mettre $H_y(p)$ sous la forme $H_y(p) = \dfrac{K_y}{p \cdot \left(1 + \dfrac{p^2}{\omega_1^2}\right)}$. Déterminer K_y et ω_1, préciser les unités.

On applique à l'entrée, un échelon de pression $q(t) = Q_0 \cdot \mathcal{H}(t)$.

Q5. Déterminer $Q(p)$ puis $Y(p)$.

Q6. Montrer que $Y(p)$ s'écrit : $Y(p) = \dfrac{A}{\left(1 + \dfrac{p^2}{\omega_1^2}\right)} + \dfrac{B}{p^2}$

Q7. À partir du tableau des transformées de Laplace :

Q7a. Déterminer $y(t)$.

Q7b. Tracer l'allure de $y(t)$ (on prendra, uniquement pour le tracé, $A = -1$, $B = 1$ et $\omega_1 = 10$).

Q7c. Que peut-on dire de $\lim\limits_{y \to \infty} (y(t))$?

$f(t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$F(p)$
$\delta(t)$	1
$a \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{a}{p}$
$a \cdot t \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{a}{p^2}$
$t^n \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-a \cdot t} \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{1}{p+a}$
$\frac{1 - e^{-a \cdot t}}{a} \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{1}{p \cdot (p+a)}$
$\sin(\omega \cdot t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega \cdot t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$

Asservissement de position

On constate qu'il est nécessaire de stabiliser le système afin de le rendre fonctionnel, on propose donc un asservissement qui comporte une boucle de vitesse et une boucle de position (figure 2).

Les deux boucles sont corrigées par deux correcteurs proportionnels, un pour la boucle interne de vitesse $C_2(p) = K_v$ et l'autre sur la boucle de position $C_1(p) = K_p$. Un filtre dérivateur est placé sur la boucle de retour $(1 + \tau \cdot p)$.

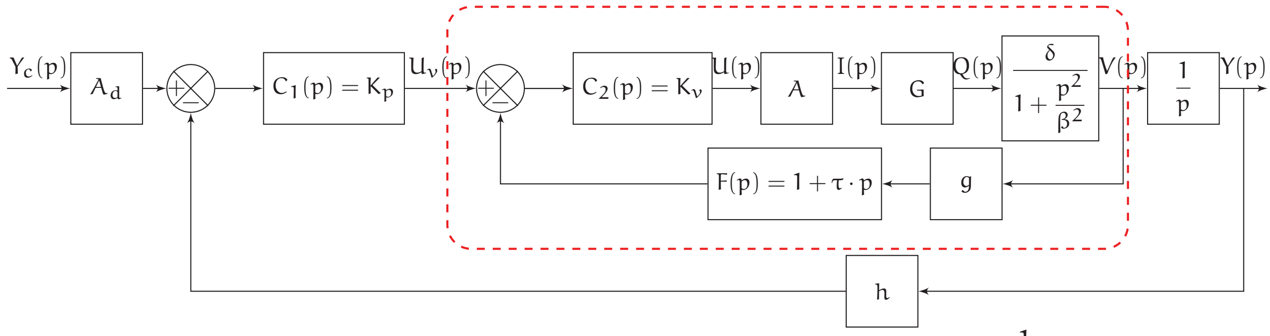
Boucle de vitesse

On s'intéresse à la correction de la boucle de vitesse (encadré sur la figure 2) entre $U_v(p)$ (consigne de vitesse en V) et $V(p)$ (vitesse en $m \cdot s^{-1}$). Le schéma montre que cette correction est réalisée par l'ensemble constitué d'un correcteur proportionnel $C_2(p) = K_v$ et d'un terme $(1 + \tau \cdot p)$ placé en aval du capteur de vitesse.

Q8. Pour la boucle de vitesse,

a : préciser la chaîne directe $(C_D(p))$,

b : la chaîne de retour $(C_R(p))$,



$$h = 50\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1},\ \delta = 28{,}1\,\mathrm{m}^{-2},\ \beta = 77\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1},\ g = 10\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1},\ A\cdot G = \frac{1}{300}\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{s}^{-1}\cdot\mathrm{V}^{-1}.$$

FIGURE 2 – Asservissement de vitesse et position

c : la fonction de transfert en boucle ouverte ($B_O(p)$).

Q9. Déterminer enfin la fonction de transfert : $H_v(p) = \dfrac{V(p)}{U_v(p)}$ (ne pas utiliser les valeurs numériques).

Compte tenu des valeurs numériques et quelques arrondis, on obtient :

$$H_v(p) = \frac{0{,}1\cdot K_v}{1+K_v}\,\frac{1}{1+\dfrac{K_v\cdot\tau}{1+K_v}\cdot p+\dfrac{p^2}{(1+K_v)\cdot\beta^2}}$$

Le comportement de la boucle de vitesse va dépendre du couple (K_v, τ).

Le couple de valeurs choisi est tel que la fonction de transfert $H_v(p)$ devient :

$$H_v(p) = \frac{23250}{(p+488)^2}$$

La réponse temporelle pour un échelon d'amplitude $u_v(t) = 10\,\mathrm{V}$ est représenté sur la figure 3.

Q10. Préciser le temps de réponse, la valeur finale, le gain de la fonction de transfert et le dépassement relatif s'il existe (répondre sur le document réponse).

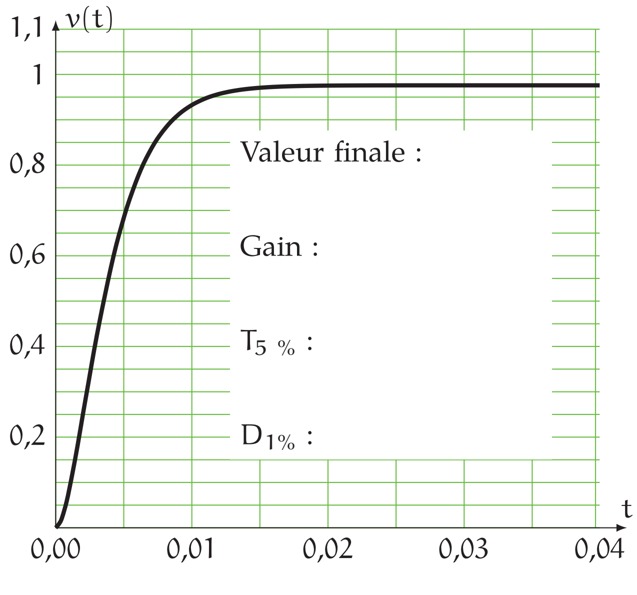


FIGURE 3 – Réponse temporelle de la boucle de vitesse pour une consigne de $u_v(t) = 10\,\mathrm{V}$

Boucle de position

On considère maintenant l'asservissement complet de position.

Le schéma-blocs de l'asservissement est représenté sur la figure 4.

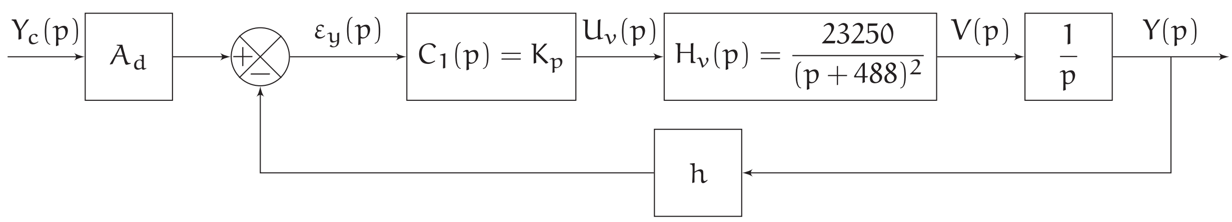
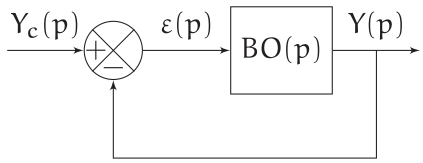


FIGURE 4 – Asservissement de position

Q11. Justifier que $A_d = 50\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

Q12. Modifier le schéma-blocs pour le mettre sous la forme suivante :



Q13. Déterminer $BO(p)$. Préciser l'ordre, la classe et le gain de $BO(p)$.

Q14. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_p(p) = \dfrac{Y(p)}{Y_c(p)}$ en fonction de K_p et des valeurs numériques.

Q15. Préciser l'ordre, la classe et le gain de $H_p(p)$.

Afin d'éviter des oscillations qui pourraient être désagréable pour les passagers le réglage du correcteur de position est $K_p = 0{,}9$.

La fonction de transfert devient (avec quelques arrondis !) :

$$H_p(p) = \frac{1}{\left(\frac{p}{532}+1\right)\cdot\left(\frac{p}{439}+1\right)\cdot\left(\frac{p}{4{,}5}+1\right)}$$

Q16. Justifiez que la réponse temporelle ne sera pas oscillante pour une consigne en échelon..

On sollicite avec un échelon unitaire $y(t) = Y_0 \cdot \mathcal{H}(t)$ avec $Y_0 = 0{,}1$ m.

Q17. Justifier sans calculer que $Y(p)$ s'écrit

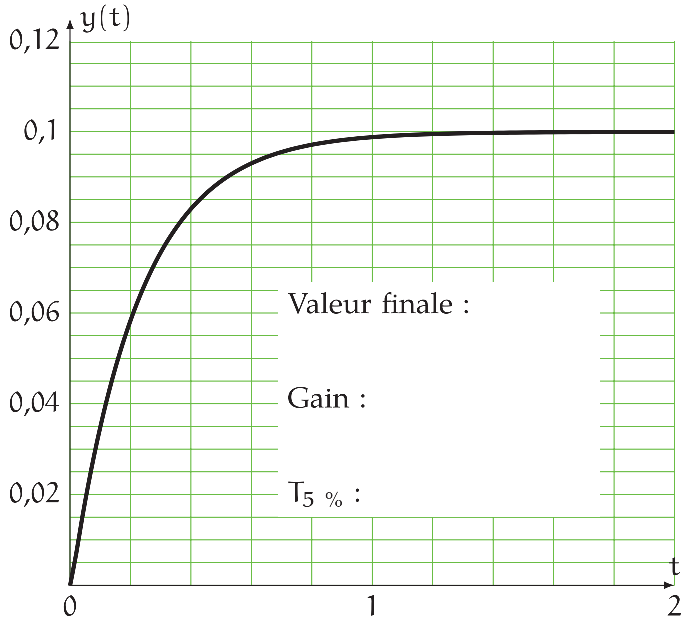


Figure 5 – Réponse temporelle pour une consigne $y(t) = Y_0 \cdot \mathcal{H}(t)$ avec $Y_0 = 0{,}1$ m.

$$Y(p) = \left(\frac{A}{\frac{p}{532}+1} + \frac{B}{\frac{p}{439}+1} + \frac{C}{\frac{p}{4{,}5}+1} + \frac{D}{p}\right) Y_0$$

Q18. À partir du théorème de la valeur finale déterminer le terme D.

Q19. Déterminer la tangente à l'origine.

Q20. Déterminer le terme C

Q21. Déterminer $y(t)$ (sans préciser les valeurs de A et B)..

La réponse temporelle pour une entrée en échelon est tracée sur la figure 5.

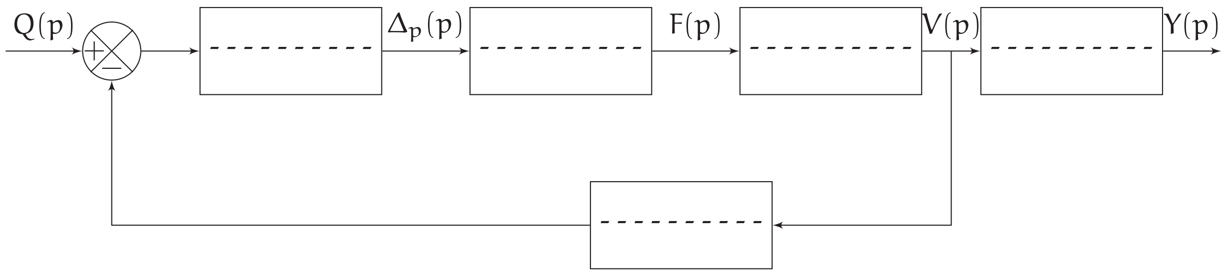
Q22. À partir de la réponse temporelle, préciser, l'erreur indicielle, le temps de réponse et le gain (répondre sur le document réponse).

Q23. Justifier que la fonction de transfert en boucle fermée obtenue peut être simplifiée par $H_{ps}(p) = \dfrac{1}{\frac{p}{4{,}5}+1}$ (répondre sur le document réponse).

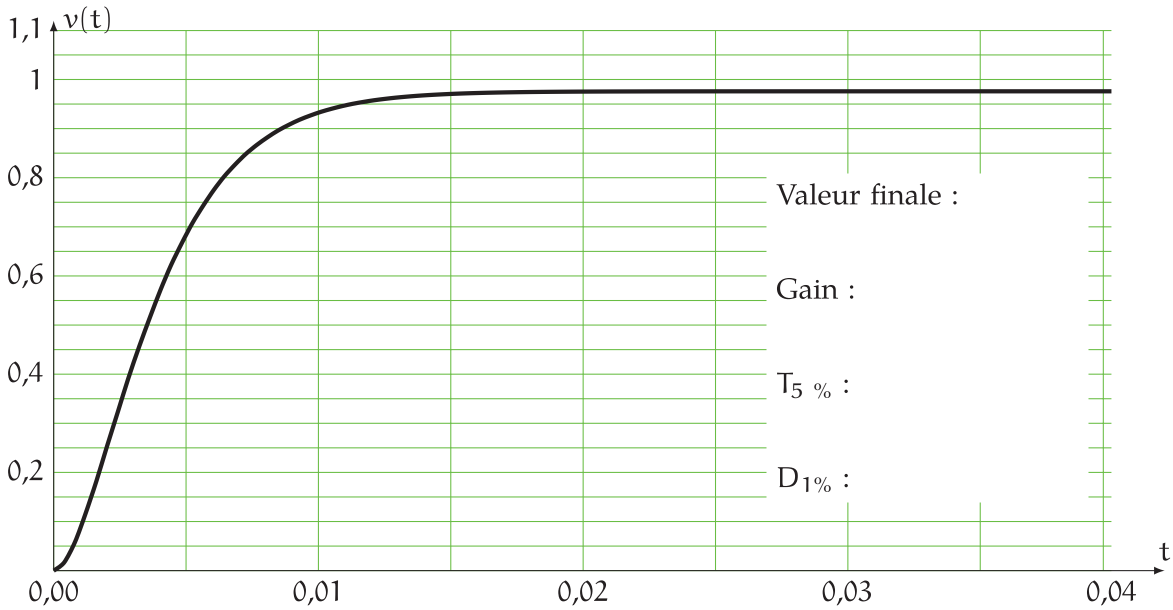
Classe :
Nom :
Prénom :

Document réponse

Q2



Q10



Q22 et Q23