

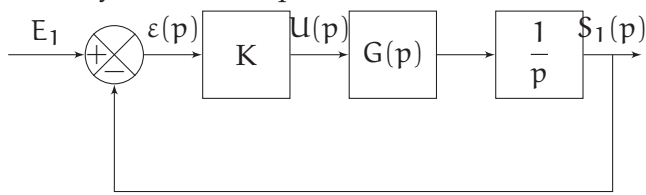
DS - Étude fréquentielle

1.1 MPSI 1 et 2

Exercice 1 - Identification fréquentielle d'un système

Corrigé page 14

Soit un système décrit par le schéma bloc ci-dessous :



Afin de déterminer la fonction $G(p)$, un relevé fréquentiel a été réalisé. On retrouve dans le tableau 1.1.0, pour les différentes pulsations l'amplitude en décibel de $A_{dB}(\omega) = |G(j \cdot \omega)|_{dB}$ et l'argument $\Phi(\omega) = \arg(j \cdot \omega)$.

Pulsation [rad/s]	0.10	0.18	0.32	0.56	1.00	1.78	3.16
Ampl. [dB]	-6.0	-6.0	-5.8	-5.4	-4.2	-1.2	-11.0
Phase [°]	-1.7	-3.1	-5.6	-10.4	-21.8	-68.6	-147.7
Pulsation [rad/s]	5.62	10.00	17.78	31.62	50.30	80.00	
Ampl. [dB]	-23.1	-33.7	-43.9	-54.0	-62.0	-70.1	
Phase [°]	-166.3	-172.9	-176.1	-177.8	-178.6	-179.1	

TABLE 1.1.0 – Relevé fréquentiel de $G(p)$

Q1. Compléter les points absents sur les diagrammes de Bode de $G(j \cdot \omega)$ sur la figur 1.1.1. En déduire l'allure des diagrammes de Bode. Préciser les asymptotes.

On se propose de modéliser $G(p)$ par une fonction de transfert du second ordre, on hésite entre deux formes :

$$- G_1(p) = \frac{G_0}{(1 + T_1 \cdot p)(1 + T_2 \cdot p)}$$

$$- G_2(p) = \frac{G_0}{1 + \frac{2 \cdot m}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Q2. Donner le module et l'argument de $G_1(j \cdot \omega)$ et $G_2(j \cdot \omega)$.

.....

.....

Q3. Rappeler à quelle condition il existe une résonance, préciser la pulsation de résonance et l'amplitude de celle-ci.

.....

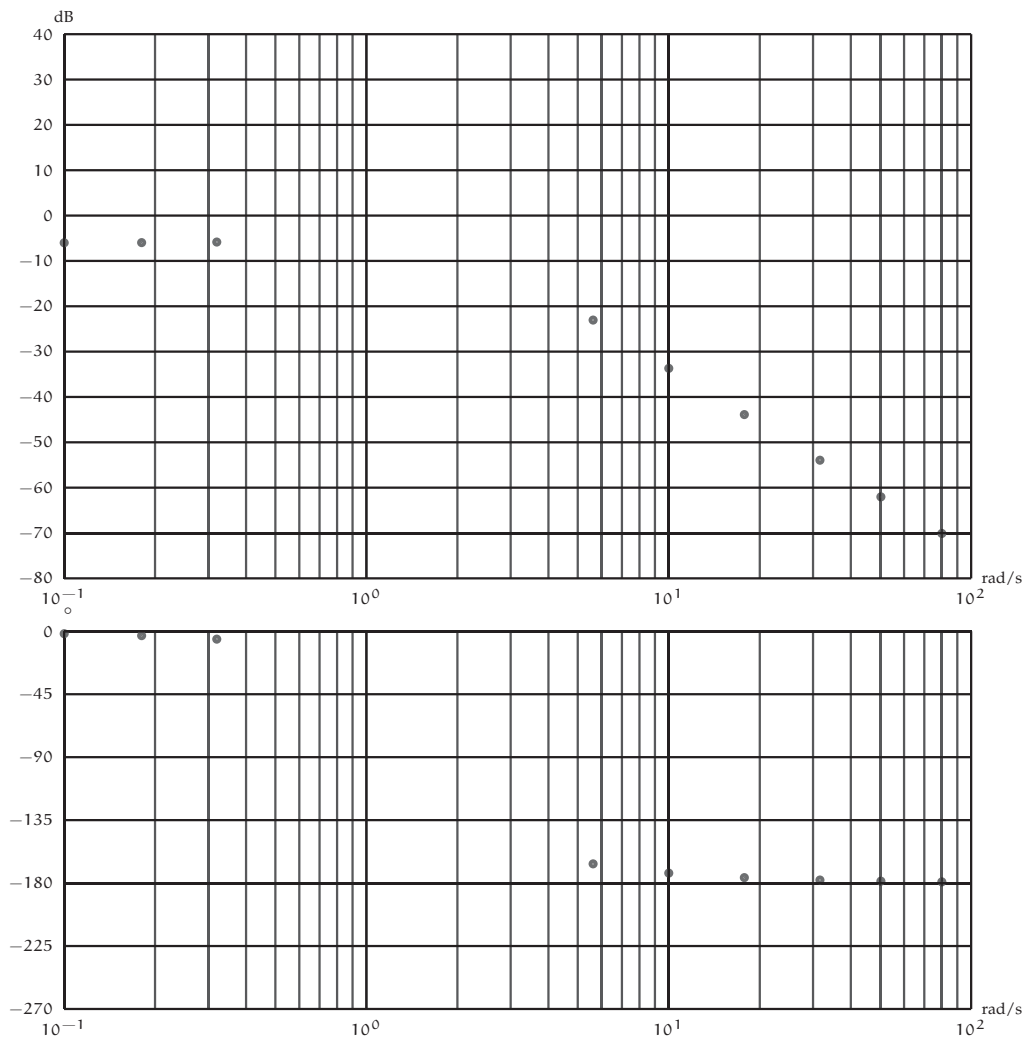


FIGURE 1.1.1 – Diagrammes de Bode de $G(j \cdot \omega)$

Q4. À partir du tracé des diagrammes de Bode de $G(j \cdot \omega)$ (figure 1.1.1), proposer un modèle de fonction de transfert pour $G(p)$, préciser les valeurs des différents paramètres.

.....

Exercice 2 - borne motorisée rétractable

ATS-2010

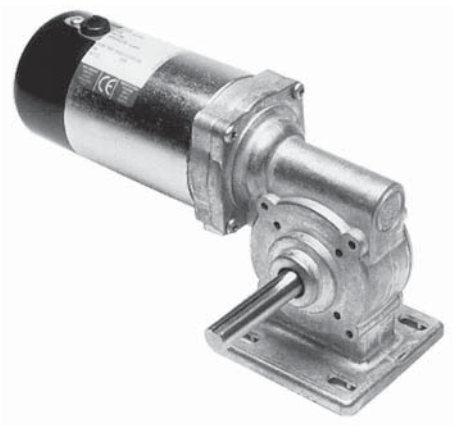
Corrigé page 15

Le dispositif étudié est un système permettant de limiter ou d'interdire la circulation dans des zones à accès réservé. Ce dispositif comporte :

- un caisson intégrant la partie opérative, à savoir une borne motorisée rétractable dans le sol,
- un caisson intégrant la partie commande comportant :
 - une platine électronique de gestion,
 - une batterie d'alimentation électrique du système,
 - des cellules photovoltaïques assurant la charge de la batterie.



(a) Vue d'ensemble



(b) Moto-réducteur

FIGURE 1.1.2 – Borne rétractable

A. Modélisation du moteur

Le système est équipé d'un motoréducteur à courant continu. Celui-ci est l'association d'un moteur à aimants permanents de tension nominale 12V et d'un réducteur de rapport 1/60.

Les équations de fonctionnement du moteur peuvent s'écrire en utilisant le formalisme de Laplace :

- Équation électrique :

$$U_m(p) = K_m \cdot W_m(p) + R_m \cdot I_m(p) + L_m \cdot p \cdot I_m(p),$$
- Équation mécanique :

$$J \cdot p \cdot W_m(p) = K_m \cdot I_m(p) - F \cdot W_m(p) - C_R(p)$$

avec

- $U_m(p)$: transformée de Laplace de $u_m(t)$ la tension de commande du moteur,
- $I_m(p)$: transformée de Laplace de $i_m(t)$ le courant circulant dans l'induit du moteur,
- $W_m(p)$: transformée de Laplace de $w_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur,
- $C_R(p)$: transformée de Laplace du couple résistant $c_r(t)$ sur l'arbre moteur (charge et frottements secs),
- $F = 57 \times 10^{-6} \text{ N m rad}^{-1} \text{ s}$: coefficient de frottement visqueux,
- $J = 72,5 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$: inertie totale ramenée sur l'arbre moteur
- $R_m = 0,93 \Omega$: résistance de l'induit
- $L_m = 0,9 \text{ mH}$: inductance
- $K_m = 0,046 \text{ V rad}^{-1} \text{ s}$

Q1. On considère dans un premier temps que $C_r(p) = 0$:

Q1a. Déterminer la fonction de transfert $H_u(p) = \frac{W_m(p)}{U_m(p)}$ en fonction de différents paramètres.

Q1b. Faire la l'application numérique.

Q1c. Mettre sous forme canonique, préciser les coefficients caractéristiques.

.....

Q2. On considère maintenant que $U_m(p) = 0$:

Q2a. Déterminer la fonction de transfert $H_c(p) = \frac{W_m(p)}{C_r(p)}$.

Q2b. Faire l'application numérique.

.....

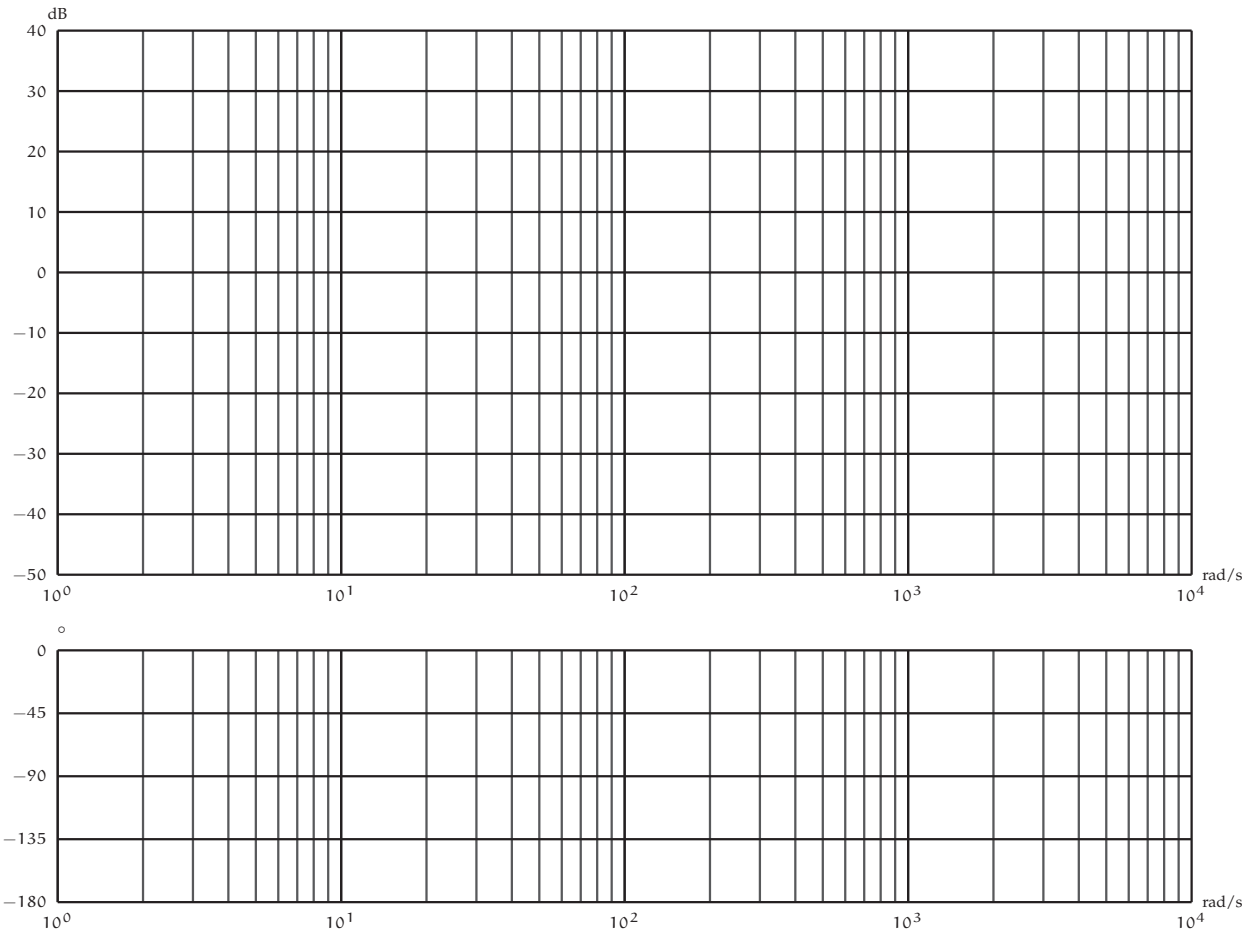
La fonction de transfert $H_u(p)$ s'écrit :

$$H_u(p) = \frac{21,20}{\left(1 + \frac{p}{33,2}\right)\left(1 + \frac{p}{1001}\right)}$$

Q3. Déterminer le module et l'argument de $H_u(j \cdot \omega)$ puis le module en décibel.

.....

Q4. Tracer les diagrammes de Bode de $H_u(j \cdot \omega)$ réels et asymptotiques.



Compte tenu de la faible valeur de L_m , on se propose de vérifier si un modèle plus simple est possible.

Q5. Donner la forme simplifiée de $H_{us}(p)$ de $H_u(p)$ si L_m est négligeable.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q6. Tracer les diagrammes de Bode réels et asymptotiques de la fonction simplifiée $H_{us}(j \cdot \omega)$ sur les diagrammes de Bode de $H_u(j \cdot \omega)$

Q7. Quel est le domaine de fréquence dans lequel, on peut modéliser $H_u(p)$ par $H_{us}(p)$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

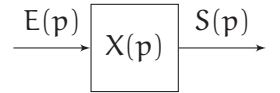
.....

1.2 PCSI

Exercice 3 - Identification fréquentielle Corrigé page 18

A. Identification 1

On se propose d'identifier un système inconnu $X(p)$ à partir d'une étude fréquentielle. À partir du relevé expérimentale, on a tracé les diagrammes de Bode de la figure 1.2.1.



On hésite entre deux modèles :

$$X(p) = X_1(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)} \quad \text{et} \quad X(p) = X_2(p) = \frac{K}{1 + 2 \cdot \xi \cdot \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Q1. Rappeler l'allure des diagrammes de Bode pour $X_1(p)$ et $X_2(p)$. Préciser les éléments caractéristiques.

.....

.....

.....

.....

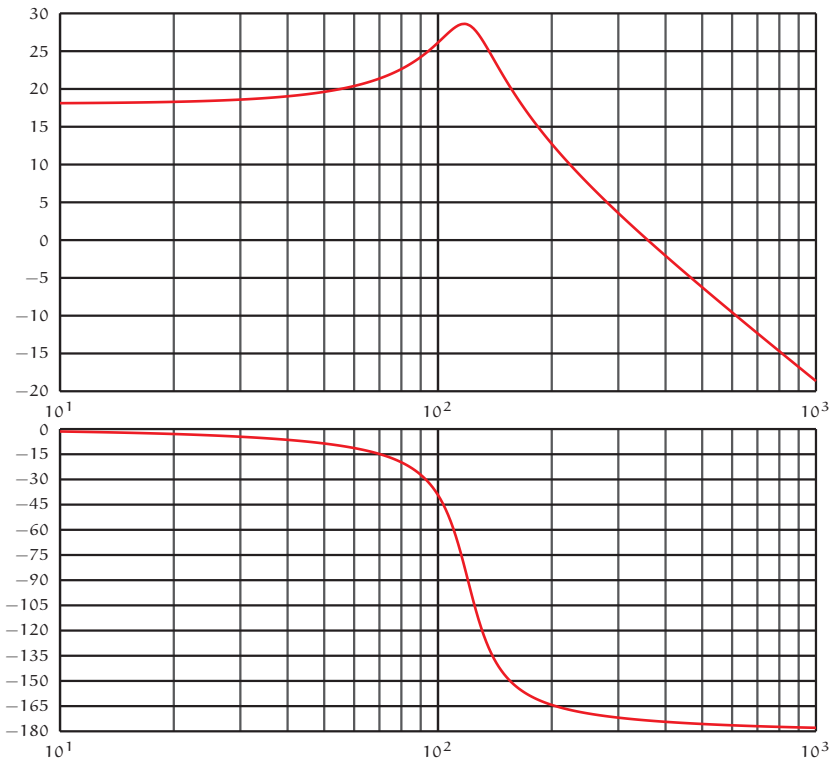
.....

.....

.....

.....

Q2. En déduire le modèle pour $X(p)$, Préciser les différents coefficients caractéristiques.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

FIGURE 1.2.1 – système 1

B. Identification 2

On propose pour le système de la figure 1.2.2 le modèle suivant : $H_2(p) = \frac{K}{p \cdot (1 + 10 \cdot p)(1 + 0,0125 \cdot p)}$.

Q3. Déterminer le module de la fonction de transfert $A_2(\omega) = |H_2(j \cdot \omega)|$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q4. Déterminer l'argument de fonction de transfert $\Phi_2(\omega) = \arg (H_2(j \cdot \omega))$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q5. Justifier et déterminer K. Tracer les asymptotes de $H_2(p)$, préciser les éléments particuliers du diagramme.

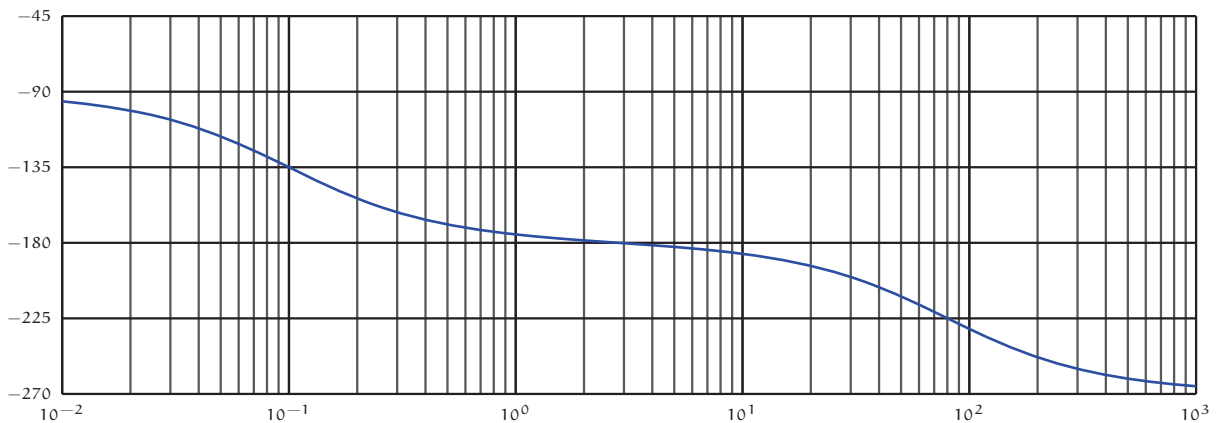
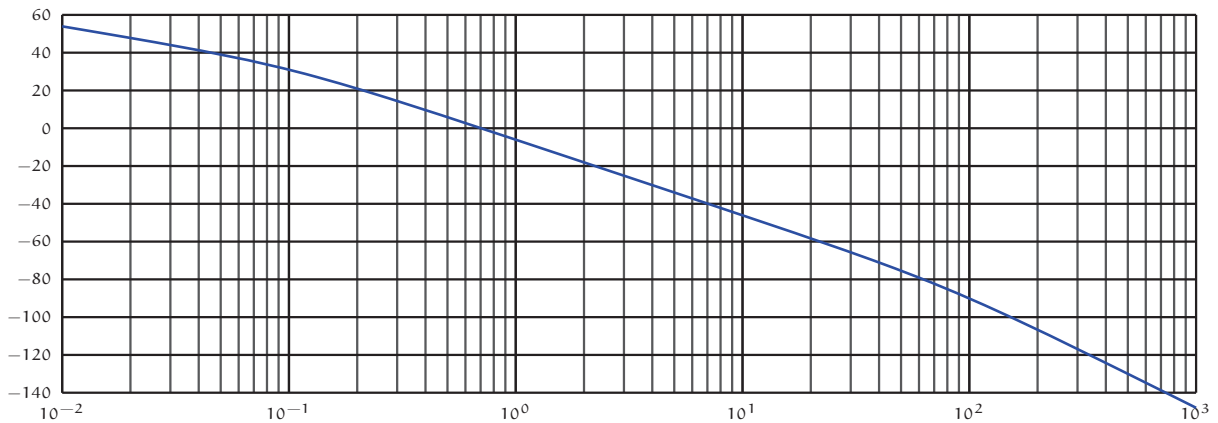


FIGURE 1.2.2 – système 2

A. Principe

La société Stago est un laboratoire pharmaceutique de l'industrie du Diagnostic In Vitro (DIV) entièrement dédiée à l'exploration de l'hémostase et de la thrombose. L'hémostase est le processus physiologique qui permet d'interrompre le saignement pour éviter l'hémorragie. L'objet de cette étude, le STA Compact, est un automate de laboratoire destiné à l'analyse de l'hémostase qui permet de réaliser, entre autre, des tests de chronométrie afin de mesurer un temps de coagulation.

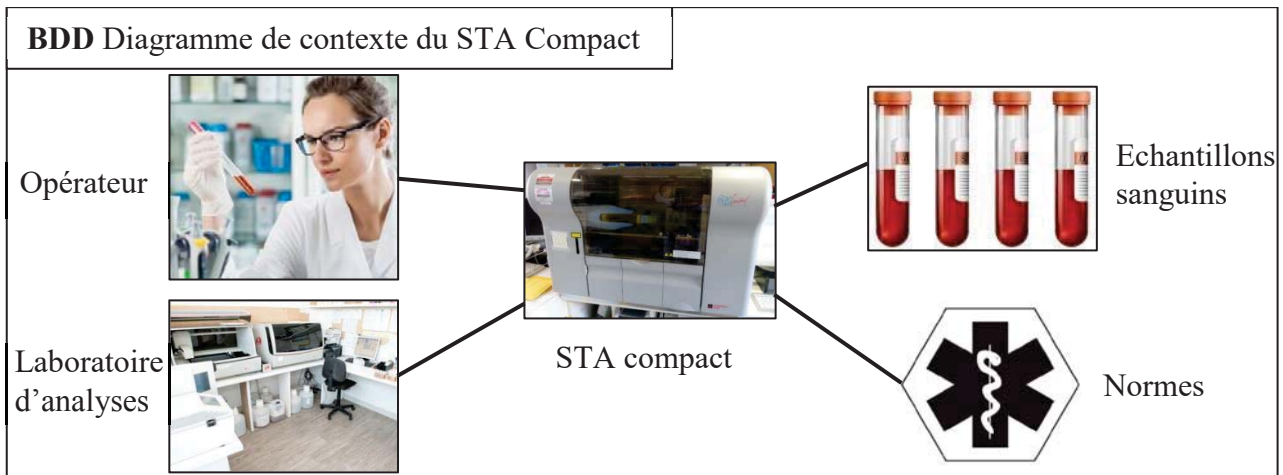


FIGURE 1.2.3 – Diagramme de contexte

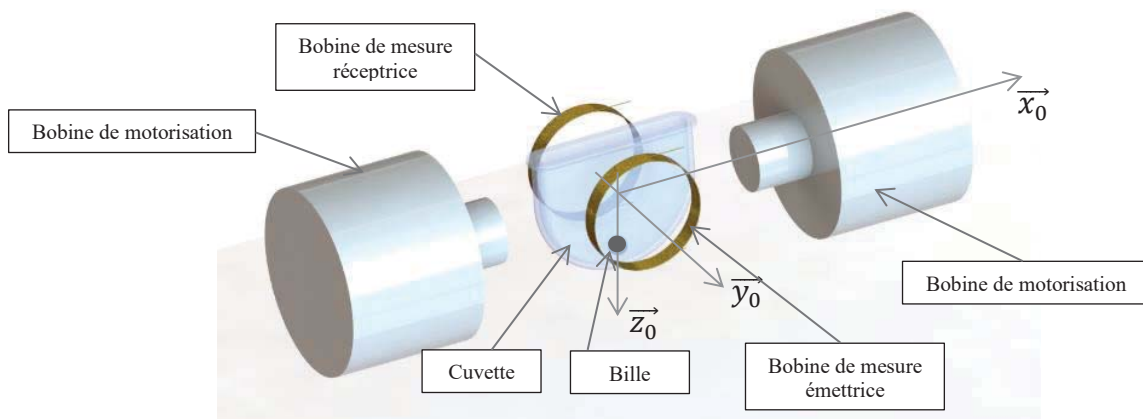


FIGURE 1.2.4 – Ensemble cuvette + bille avec bobines motrices et bobines de mesure

Un dispositif (cf. Figure 1.2.4) permet de réaliser un test de chronométrie dont le principe est le suivant :

- une dose de réactif est mélangée à une dose de plasma sanguin précédemment étuvée dans une cuvette contenant une bille ;
- l'ensemble est chauffé alors que la bille est mise en oscillation dans le mélange par un champ magnétique variable induit par deux bobines de motorisation placées de part et d'autre de la tête de mesure ;
- on mesure l'amplitude de l'oscillation par deux autres bobines, l'une émettrice, l'autre réceptrice. Cette amplitude diminue sensiblement lors d'une variation de viscosité du mélange sang-réactif ;
- le temps écoulé jusqu'à la diminution des oscillations donne le temps de coagulation.

B. Modélisation

Le schéma de calcul est donné ci-contre (Figure 1.2.5). Hypothèses et données :

- la bille de masse m , de centre de masse G , de rayon $r = 1 \text{ mm}$, roule sans glisser sur un rail circulaire de rayon R dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$;
- la position de la bille sur le rail est repérée par $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$;
- On note $f_v = 6 \cdot \pi \eta \cdot r$ le coefficient de frottement visqueux du sang sur la bille où η est le coefficient de viscosité du sang (exprimé en Pa s) ;
- On note $F(t) = F_0 \cdot \sin(b_{\text{ob}} \cdot t)$ l'action résultante des bobines de motorisation sur la bille.

Une étude dynamique a permis de déterminer l'équation différentielle non linéaire régissant la position de la bille :

$$\frac{7}{5} m \cdot (R - r) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + f_v \cdot (R - r) \frac{d\theta(t)}{dt} + m \cdot g \cdot \sin(\theta(t)) = F(t) \cdot \cos(\theta(t))$$

L'amplitude des oscillations étant petite, on peut considérer que $\sin(\theta) \approx \theta$ et $\cos(\theta) \approx 1$.

On obtient ainsi l'équation linéaire suivante :

$$\frac{7}{5} m \cdot (R - r) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + f_v \cdot (R - r) \frac{d\theta(t)}{dt} + m \cdot g \cdot \theta(t) = F(t) \quad (1.1)$$

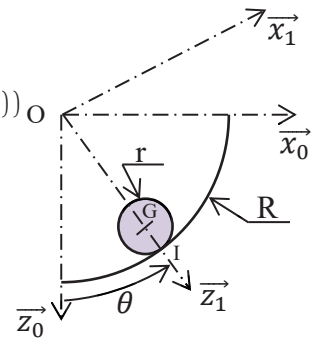


FIGURE 1.2.5 – Bille en contact avec le rail de la cuvette

Q1. À partir de l'équation 1.1, déterminer la fonction de transfert

$$H(p) = \frac{\Theta(p)}{F(p)}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Q2. Mettre $H(p)$ sous la forme canonique d'un système du second ordre dont on donnera les expressions du gain statique K_S , de la pulsation propre non amortie ω_0 et du coefficient d'amortissement ξ , en fonction de f_v , R , r , m et g .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

On prendra pour la suite les valeurs numériques suivantes : $\omega_0 = 21,8 \text{ rad s}^{-1}$; $K_S = 25 \text{ N}^{-1}$; $\xi = 4 f_v$.

Q3. Déterminer le module et l'argument de $H(j \cdot \omega)$ dans un premier temps de manière littérale en fonction de ω_0 , K_s et f_v puis sous forme numérique.

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q4. Déterminer le module de $H(j \cdot \omega)$ en décibel.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q5. Pour les valeurs suivantes du coefficient de frottement visqueux : $f_{v1} = 0,005$ et $f_{v2} = 0,2$ que peut-on dire du coefficient d'amortissement? Déterminer si elle existe la pulsation de résonance ω_r et le coefficient de surtension Q_r . faire l'application numérique.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q6. Tracer, sur la figure 1.2.6, pour les deux valeurs précédentes :

Q6a. les diagrammes asymptotiques de Bode de $H(j \cdot \omega)$ sur le diagramme d'amplitude et sur le diagramme de phase;

Q6b. l'allure du diagramme réel en amplitude et en phase;

Q6c. préciser les points particuliers sur les diagrammes

Q7. La sollicitation des bobines est sinusoïdale : $F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega_{bob} \cdot t)$. Préciser, en justifiant votre réponse, la valeur à laquelle il faut régler la pulsation ω_{bob} pour pouvoir observer, au mieux, l'évolution du coefficient de frottement f_v .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

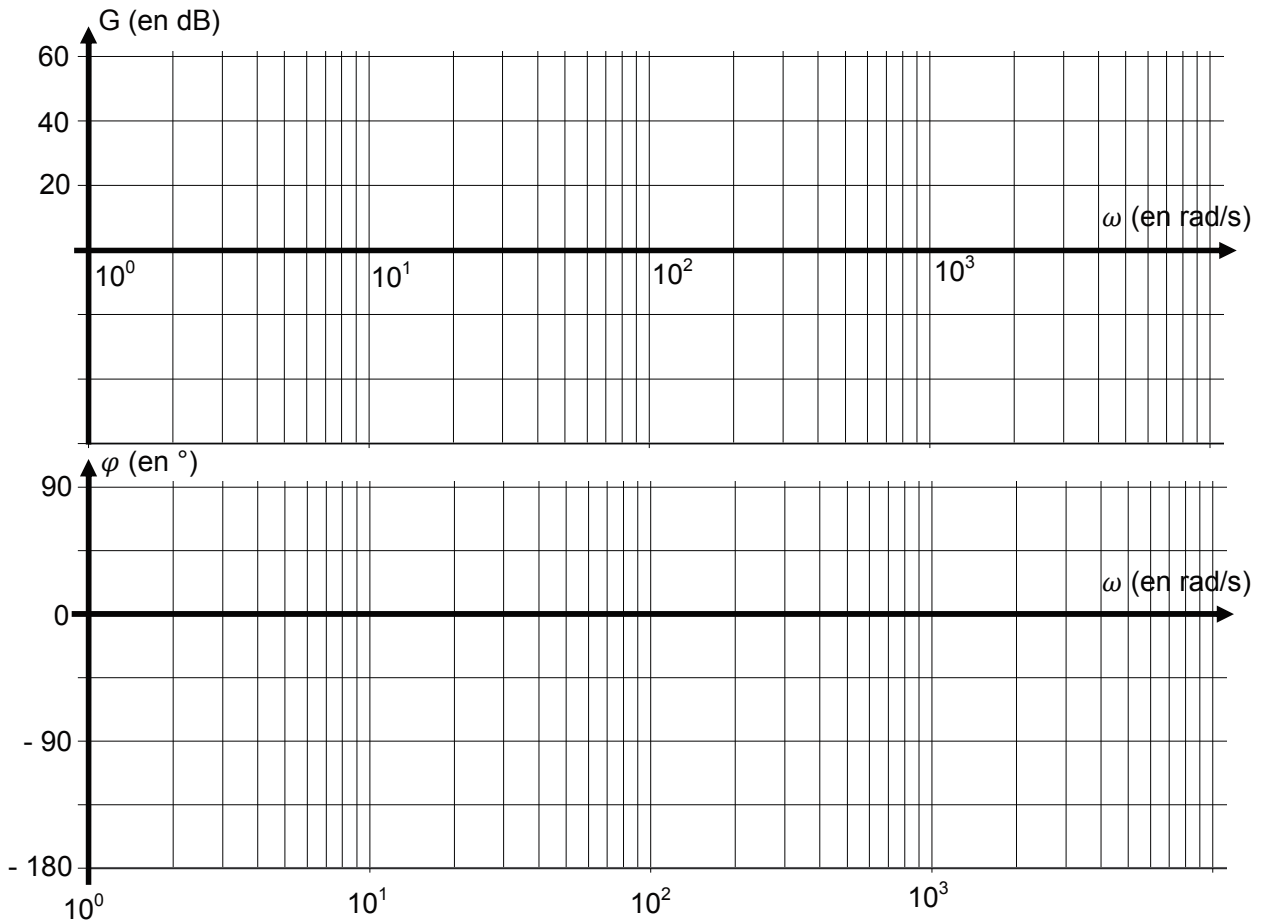


FIGURE 1.2.6 – Diagrammes de Bode à compléter

Q8. Exprimer le rapport $\frac{|H(0)|}{|H(j \cdot \omega_0)|}$ en fonction de ξ , en déduire η en fonction de ξ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nous avons considéré jusqu'à présent que f_v est constant, en fait il augmente avec le temps (suffisamment lentement pour l'étude précédente soit malgré tout valide) et l'objectif du mécanisme est de mesurer cette évolution et d'en déduire le temps de coagulation.

Q9. Comment évolue l'amplitude des oscillations de la bille en fonction du temps ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....