1.1 DM Noël

Exercice 1- Segway

Corrig page 8

(D'après Centrale PSI 2005)

Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway®. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville.

La conduite du Segway®se fait par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement. Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon.

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec un centre de gravité situé au dessus de l'axe commun de ces roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur sa plate-forme.

Tout comme l'homme, qui comporte cerveau, membres, oreille interne...lui permettant de tenir debout sans tomber, le Segway®comporte différents éléments, lui permettant de maintenir sa plate-forme à l'horizontale. Nous pouvons retrouver des capteurs (gyromètre, pendule, codeur incrémental) et des microprocesseurs transmettant des ordres aux pré-actionneurs. Ces derniers alimentent le groupe de propulsion (deux motoréducteurs électriques équipant les deux roues).

Chaîne d'énergie La chaîne d'énergie permettant de réguler l'inclinaison $\psi(t)$ du SEGWAY®, est réalisée par :

— un ensemble amplificateur et motoréducteur qui permet de délivrer un couple[1] $C_m(t)$ tel que $c_m(t) = K_m \cdot u(t)$ avec $u(t)$ la tension de l'amplificateur.

— l'ensemble chariot et conducteur. Les équations du comportement dynamique peuvent se mettre sous la forme :

$$a \cdot \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} = b \cdot c_m(t) + c \cdot \varphi(t)$$
$$\varphi(t) = \psi(t) + \alpha(t)$$

— $\psi(t)$ est l'inclinaison de la plate-forme par rapport à la verticale ;

— $\alpha(t)$ est l'inclinaison du conducteur par rapport au guidon.

Unité de commande L'unité de commande est constituée :

— d'un comparateur qui élabore une tension image de l'erreur[2]

$$\varepsilon(t) = \psi_c(t) - \psi(t)$$

— $\psi_c(t)$ est la position angulaire de consigne de la plate-forme.

— d'un correcteur qui adapte l'image de l'erreur pour commander le système avec une tension $u_{cor}(t)$, tel que $U_{cor}(p) = C(p) \cdot \varepsilon(p)$.

Capteur Afin de stabiliser le système, la tension de commande du motoréducteur $u(t)$ est élaborée à partir de :

— la mesure de la vitesse angulaire par un gyromètre qui fournit la tension $u_v(t)$ telle que

$$u_v(t) = K_v \cdot \frac{d\,\psi(t)}{dt}$$

— la mesure de la position angulaire par un pendule qui fournit la tension $u(p)$ telle que

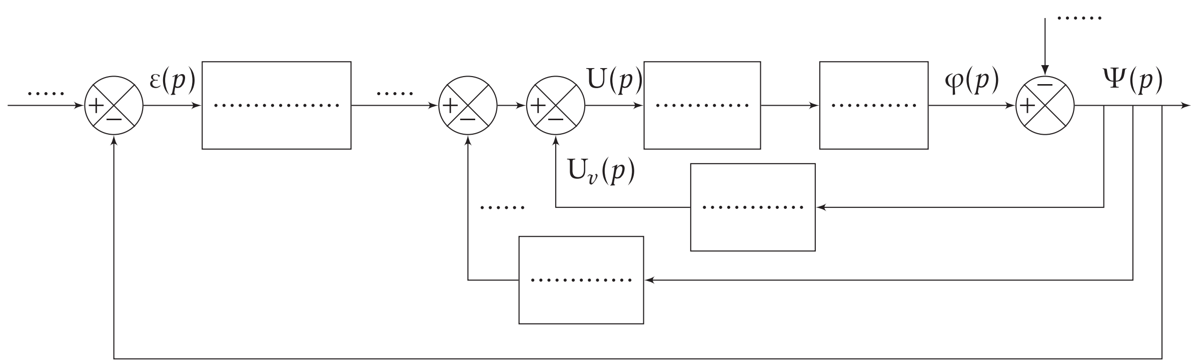
$$u_p(t) = K_p \cdot \psi(t)$$

On pose respectivement pour les transformées de Laplace

$f(t)$	$\varphi(t)$	$\psi(t)$	$\psi_c(t)$	$\alpha(t)$	$c_m(t)$	$u(t)$	$u_v(t)$	$u_p(t)$	$u_{cor}(t)$
$F(p)$	$\Phi(p)$	$\Psi(p)$	$\Psi_c(p)$	$A(p)$	$C_m(p)$	$U(p)$	$U_v(p)$	$U_p(p)$	$U_{cor}(p)$

Q1. Compléter le schéma-bloc de l'asservissement d'inclinaison. Pour cela, indiquer le nom des constituants dans les blocs ainsi que les grandeurs manquantes en entrée et en sortie des blocs et leur unité.

1. caractérise une action mécanique ayant tendance à entraîner un solide en rotation, unité Newton.mètre (N.m)
2. ici l'erreur est identique à l'image de l'erreur



Q2. Déterminer $\Psi(p)$ en fonction des grandeurs d'entrée.

On pose $\alpha(t) = 0$ et on prend pour le correcteur $C(p) = K_c$.

Q3. Déterminer $H_\varphi = \dfrac{\Psi(p)}{\Phi_c(p)}$, mettre cette fonction sous sa forme canonique, préciser l'ordre.

Exercice 2- Étude d'un servo valve

adapté de Centrale TSI 2010 Corrig page 8

A. Préalable

Ce sujet est extrait d'un sujet, vous pouvez, pour avoir une idée du support utilisé pour cette épreuve, aller consulter le sujet sur le site de l'école centrale.

B. Modélisation de l'actionneur

Le comportement de l'actionneur à soufflet est décrit par l'équation temporelle :

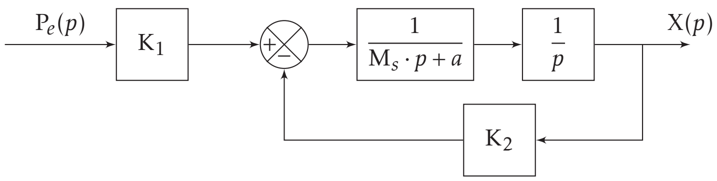
$$M_s \cdot \ddot{x(t)} + b \cdot \dot{x(t)} + K_e \cdot x = (p_e(t) - p_0) \cdot S$$

- M_s : Masse totale supérieure en mouvement en kg
- S : Section utile du soufflet S = 89.10-6 m2
- K_e : Raideur du module d'élongation en N.m-1
- b : Coefficient de frottement visqueux en N.m-1.s
- $p_e(t)$: pression d'alimentation de l'actionneur
- p_0 : pression initiale

On réalise le changement de variable $p_e^*(t) = p_e(t) - p_0$. On supposera les conditions initiales nulles.

On pose $X(p)$ la transformée de Laplace de $x(t)$ et $P_e(p)$ la transformée de $p_e^*(t)$.

Le schéma bloc modélisant l'actionneur (module d'extension) à la structure suivante :



Q1. À partir de l'équation temporelle, établir l'équation symbolique en p qui décrit le fonctionnement de l'actionneur. Exprimer alors la fonction de transfert $H_1(p) = \dfrac{X(p)}{P_e(p)}$.

Q2. Exprimer la fonction de transfert $H_1(p)$ à partir du schéma blocs.

Q3. Comparer les deux formes de obtenues et exprimer K_1, K_2 et a en fonction de S, K_e et b.

Q4. Mettre la fonction de transfert sous la forme $H_1(p) = \dfrac{H_{10}}{\dfrac{p^2}{\omega_0^2} + 2\xi \cdot \dfrac{p}{\omega_0} + 1}$

Q5. Exprimer H_{10}, ξ et ω_0 en fonction de M_s , S, K_e et b.

La masse est $M_s = 30\,\mathrm{g}$.

La réponse du module à un échelon de pression $p_e^*(t) = P_{e0}\mathcal{H}(t)$ est donnée ci-dessous.

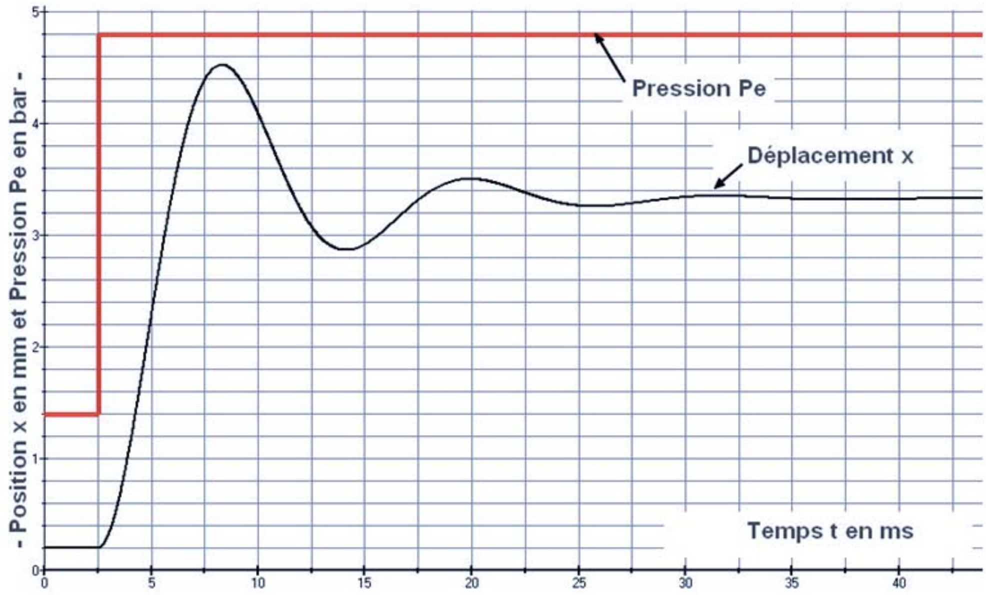


Figure 1 – Réponse de l'actionneur à un échelon de pression

Q6. À partir de la courbe, évaluer P_{e0}, la valeur finale du déplacement x_∞, le temps de réponse à 5% $T_{5\%}$, le dépassement relatif $D_{1\%}$, la pseudo-période ω_p.

Q7. En déduire H_{10}, ω_0 et ξ.

À partir de l'expression de H_{10} et du relevé temporel.

Q8. Déterminer la valeur numérique de K_e la raideur du module d'élongation en $\mathrm{N\,m^{-1}\,s}$.

Q9. Déterminer la valeur numérique de b : coefficient de frottement visqueux en $\mathrm{N\,m^{-1}\,s}$.

C. servovalve

Les équations décrivant le comportement de la servovalve sont non linéaires, par simplification, et en tenant compte du fait que la variation de volume de la chambre reste faible devant le volume à l'équilibre, on admettra un modèle linéarisé, décrivant le comportement simplifié de la servovalve autour d'un point d'équilibre.

Dans le domaine symbolique, ce comportement s'exprime par l'équation :

$$(p+a_1)\cdot P_e(p) = a_2\cdot I_e(p) - a_3\cdot p\cdot X(p)$$

On donne $a_1 = 10\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$; $a_3 = 35\times10^5\,\mathrm{Pa\,m^{-1}}$

Ces équations jointes à celles établies pour l'actionneur permettent d'obtenir le schéma-bloc de la figure 5 représentant le système (actionneur+ servovalve) avec en entrée le courant et en sortie la position de la tige :

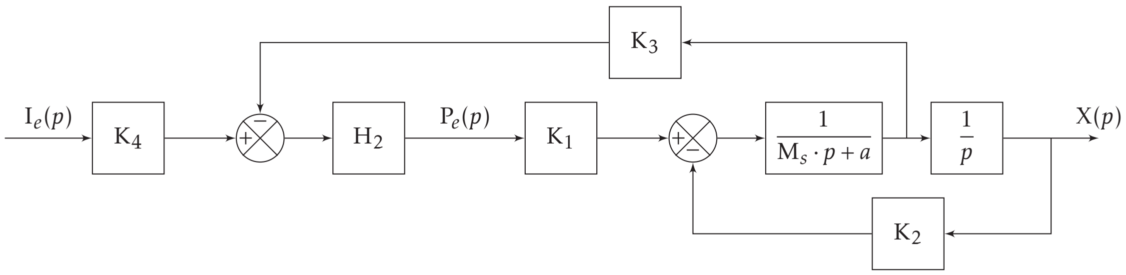


Figure 2 – Schéma blocs

Q10. À partir de l'équation et du schéma blocs, exprimer H_2, K_3 et K_4 en fonction de a_1, a_2 et a_3.

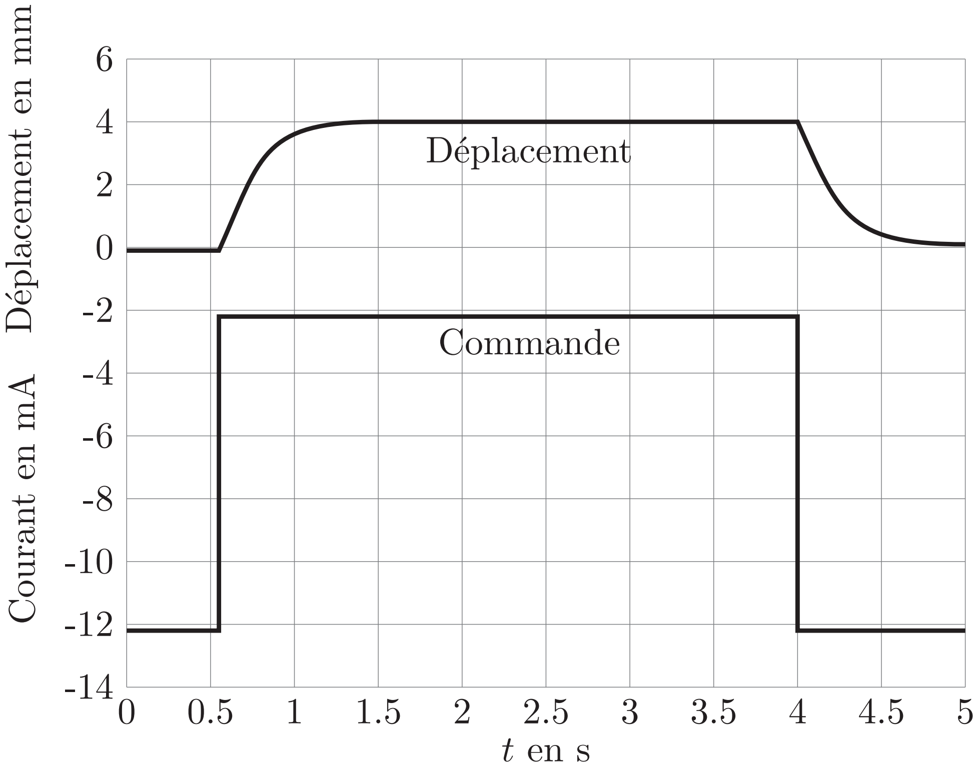


Figure 3 – Réponse de l'ensemble servovalve + actionneur à un échelon d'intensité

Q11. Déterminer $H_2(p) = \dfrac{X(p)}{I_c}$ par la méthode votre choix.

Q12. Montrer que le gain statique est donnée par $\dfrac{X_0}{I_0} = \dfrac{a_2 \cdot S}{a_1 \cdot K_e}$.

Q13. À partir de la réponse à l'échelon d'intensité de la figure 3, donner la valeur de a_2 en $\mathrm{Pa\,s\,A^{-1}}$

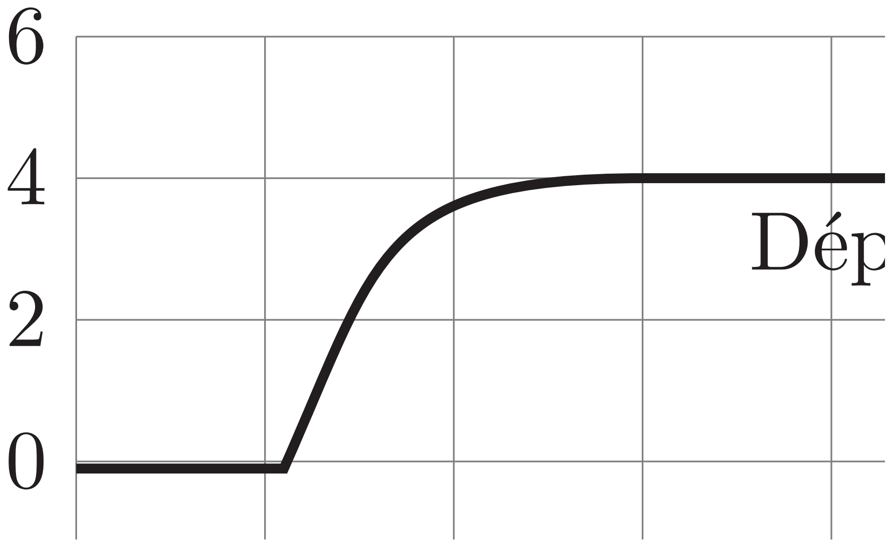


Figure 4 – Zoom sur la réponse temporelle de l'ensemble

Q14. À partir des figures 3 et 4, proposer un modèle simplifié pour $H_{2s}(p) = \dfrac{X(p)}{I_c}$.

Exercice 3- Sch ma bloc - fonction de transfert

Corrig page 8

Soit le syst me d crit par le syst me suivant :

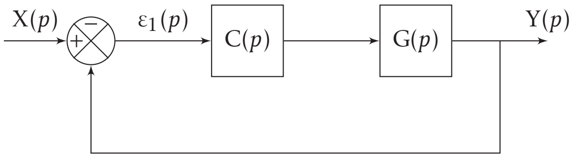


Figure 5 – Sch ma blocs

Avec $C(p)$ le correcteur et $G(p)$ la fonction de transfert du syst me.

Une analyse fr quentielle pour r alis e pour $C(p) = 1$ a permis de tracer les diagrammes de Bode de $H_o(p) = \dfrac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$ (figure ??).

Q1. partir du relev fr quentiel, justifiez que la fonction de transfert du syst me peut se mettre sous la forme $G(p) = \dfrac{K}{(1 + T_1 \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)}$

Q2. D terminer K, T_1 et T_2. On note T_1 la plus petite des constantes de temps.

Q3. D terminer la fonction de transfert en boucle ferm e $H_f(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)}$ avec $C(p) = K_c$.

Q4. D terminer K_c pour que le syst me soit le plus rapide possible.

Q5. Calculer l'erreur indicielle pour cette valeur de K_c. On posera $x(t) = X_0 \cdot \mathcal{H}(t)$.Tracer l'allure de $y(t)$. Conclure

On choisit maintenant un nouveau correcteur afin d'am liorer la r ponse temporelle : $C(p) = K_c \dfrac{1 + T_1 \cdot p}{T_1 \cdot p}$

Q6. Tracer sur le diagramme de Bode les diagrammes de Bode de $C(p)$ pour $K_c = 1$

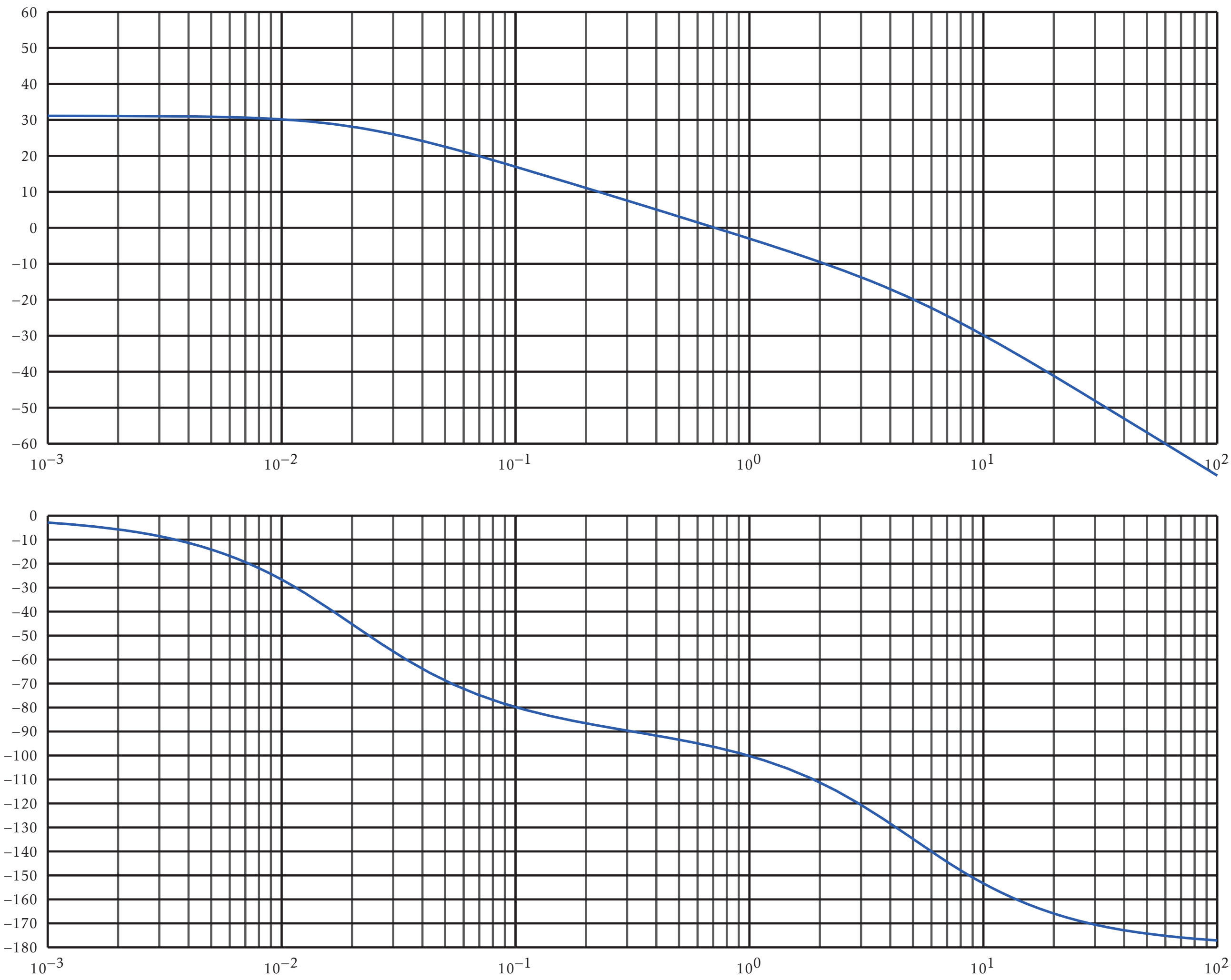
Q7. En d duire les diagrammes de Bode de $H_o(p) = \dfrac{Y(p)}{\varepsilon(p)}$.

Q8. D terminer la fonction de transfert en boucle ferm e $H_f(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)}$.

Q9. D terminer K_c pour que le syst me soit le plus rapide possible.

Q10. Calculer l'erreur indicielle pour cette valeur de K_c. On posera $x(t) = X_0 \cdot \mathcal{H}(t)$.Tracer l'allure de $y(t)$.

Q11. Comparer et conclure


60
50
40
30
20
10
0
−10
−20
−30
−40
−50
−60
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
0
−10
−20
−30
−40
−50
−60
−70
−80
−90
−100
−110
−120
−130
−140
−150
−160
−170
−180
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}