

DM Noël - Étude fréquentielle des systèmes linéaires

Devoir 1 - Étude et caractérisation d'une suspension

Corrigé page 9

Ce sujet est adapté de plusieurs documents :

- Thèse de Hussein Sleiman
- Le sujet de X-MP 2000 sur la suspension hydrractive de la Xantia
- un TP des Mines d'Albi
- un TD de Alain Passeron

A. Présentation

Sur un véhicule, la suspension est le système reliant les masses non suspendues (typiquement la roue, les systèmes de freinage, d'entraînement de roue, etc) aux masses suspendues (à savoir le châssis, les passagers et tous les composants du véhicule fixés au châssis). La suspension est un élément essentiel des véhicules de transport terrestre, elle a pour but d'assurer une liaison des roues au sol en toutes circonstances. En absorbant les chocs dus à l'état de la route, elle permet d'augmenter la longévité du moteur et du châssis, en plus d'assurer un confort au conducteur et aux passagers. De plus, elle doit assurer au véhicule une bonne dynamique à la conduite, ceci signifie que son comportement doit être sain en ce qui concerne la liaison au sol et que celui-ci doit réagir conformément aux attentes de son conducteur, notamment dans les phases de virage, freinage et accélération. Ces différentes manœuvres sont à l'origine de plusieurs mouvements verticaux et angulaires du véhicule (Figure 2). D'une manière générale, les principaux rôles de la suspension sont définis à travers deux critères : le confort et la tenue de route.

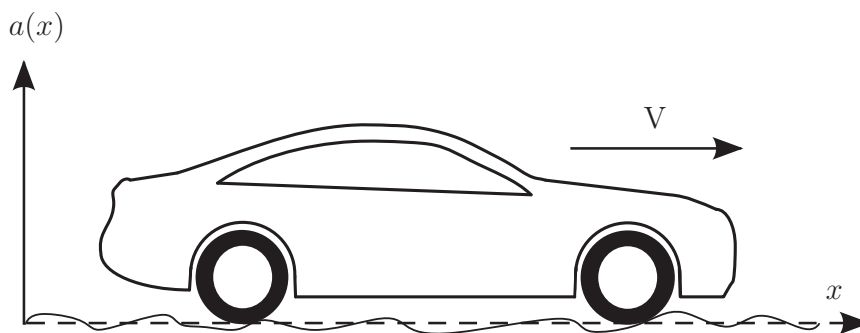


FIGURE 1 – Illustration d'un profil de route aléatoire : l'amplitude des vibrations $a(x)$ dépend de la position $x(t)$ du véhicule qui se déplace à une vitesse $V(t)$.

Confort : Le but premier des suspensions automobiles est d'atténuer les perturbations causées par les imperfections de la route et idéalement d'éliminer les vibrations néfastes pour le véhicule et pour les passagers afin d'assurer un meilleur confort et bien-être des passagers dans le véhicule.

Tenue de route : Sur un véhicule, la suspension doit assurer la continuité du contact roue/chaussée malgré les défauts de la route. La tenue de route représente la stabilité d'un véhicule, elle est relative à la capacité du véhicule à suivre la trajectoire que le conducteur souhaite lui imposer.

Pour obtenir cela, il faut que les efforts moteurs, directionnels ou de freinage soient correctement transmis.

Réaliser une suspension satisfaisante revient donc à isoler la caisse du véhicule en filtrant les sollicitations vibratoires de la route.

Les paramètres caractéristiques d'une suspension automobile sont la raideur et l'amortissement. Pour une masse de caisse donnée, une raideur faible de la suspension permet d'absorber efficacement les irrégularités de la route.

Cependant, pour certaines fréquences, des phénomènes de résonance inconfortables nuisent à la tenue de route et à la stabilité du véhicule.

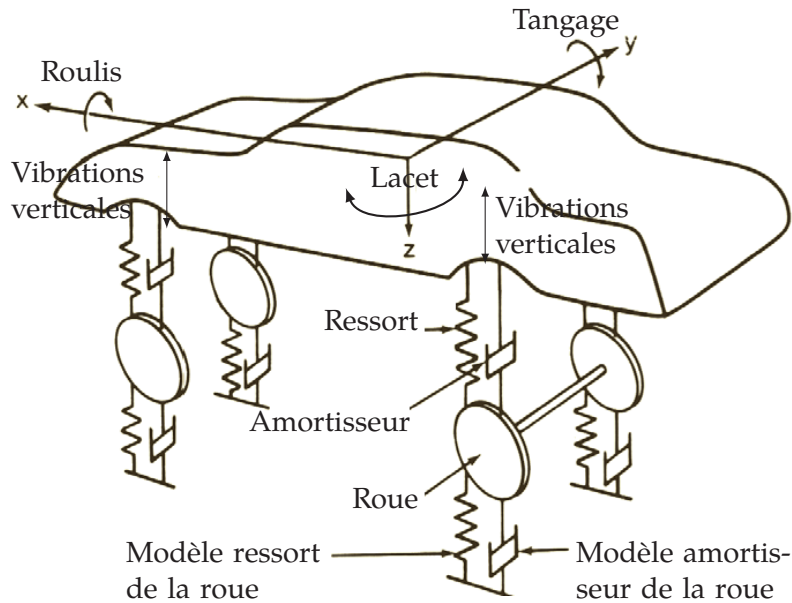


FIGURE 2 – Modèle complet d'une suspension à 7 degrés de liberté

A.1. Confort vibratoire et comportement physiologique humain

Le corps humain est organisé pour tolérer des sollicitations verticales à la fréquence de la marche. La norme AFNOR E 90-400 (Figure 3) propose un modèle de tolérance physiologique aux vibrations verticales. Sur ce graphe, on identifie « la zone de mal des transports » (Zone A) et « la zone d'inconfort vibratoire » (Zone B).

On se propose de préciser le diagramme d'exigence en caractérisant mieux l'exigence $id="1.1.1"$.

Q1. justifiez que le confort vibratoire vertical des passagers impose une fréquence de caisse de valeur $f_c = 1 \text{ Hz}$.

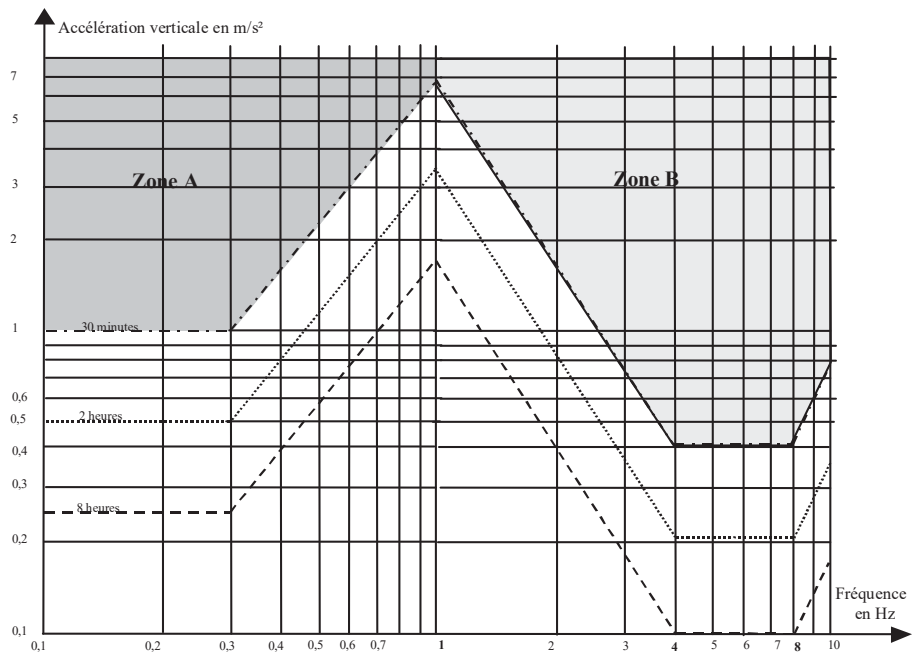


FIGURE 3 – Tolérance aux vibrations verticales Norme AFNOR E90-400

Q2. Quelle accélération verticale maximale peut supporter le corps humain, sollicité avec une fréquence comprise entre 4 Hz et 8 Hz pendant 30 minutes, sans être incommodé ?

Q3. Justifiez qu'afin de permettre d'assurer le confort vibratoire entre 4 Hz et 8 Hz la suspension doit fortement atténuer l'amplitude des oscillations. Évaluer l'atténuation nécessaire entre 1 Hz et 4 Hz.

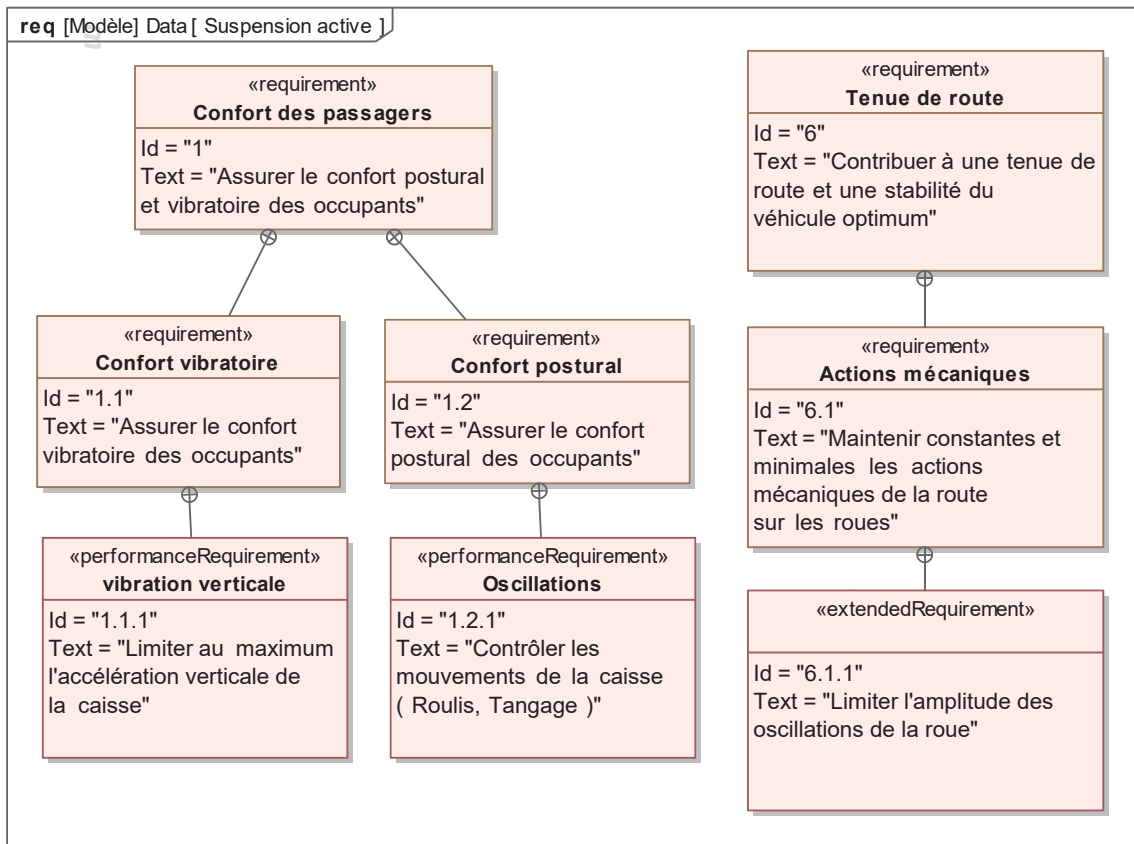


FIGURE 4 – Exigences

B. Modèle quart de véhicule

Dans cette étude nous allons nous limiter au déplacement vertical. Pour cette étude, une modélisation dite « quart de véhicule » est suffisante.

Il est constitué d'une masse suspendue qui repose, par l'intermédiaire de la suspension, sur la masse non-suspendue (roue) qui repose elle-même sur le sol par l'intermédiaire du pneumatique (Figure 5a). La masse suspendue représente le quart de la masse de la caisse du véhicule. La suspension proprement dite est représentée par un ressort monté en parallèle avec un amortisseur. La roue est aussi représentée par un ensemble ressort amortisseur en parallèle dont les valeurs de la raideur et du coefficient d'amortissement sont beaucoup plus élevées que ceux de la suspension.

Un autre modèle plus simple ne prend pas en compte les caractéristiques de la roue (Figure 5b).

Le modèle quart de véhicule complet est décrit par les deux équations suivantes (écrites autour du point d'équilibre au repos).

$$m_c \cdot \ddot{z}_c = k \cdot (z_r - z_c) + F_a \quad [1]$$

$$m_r \cdot \ddot{z}_r = k \cdot (z_c - z_r) - F_a + k_r \cdot (z_s - z_r) + F_r \quad [2]$$

Les calculs numériques, lorsqu'ils sont demandés seront menés avec les ordres de grandeurs suivant : $m_c = 250 \text{ kg}$, $m_r = 35 \text{ kg}$, $k = 15\,000 \text{ N m}^{-1}$, $k_r = 175\,000 \text{ N m}^{-1}$.

On se place dans les conditions de Heaviside. On pose $Z_c(p)$, $Z_r(p)$ et $Z_s(p)$ les transformées de Laplace respectivement de $z_c(t)$, $z_r(t)$ et $z_s(t)$.

avec

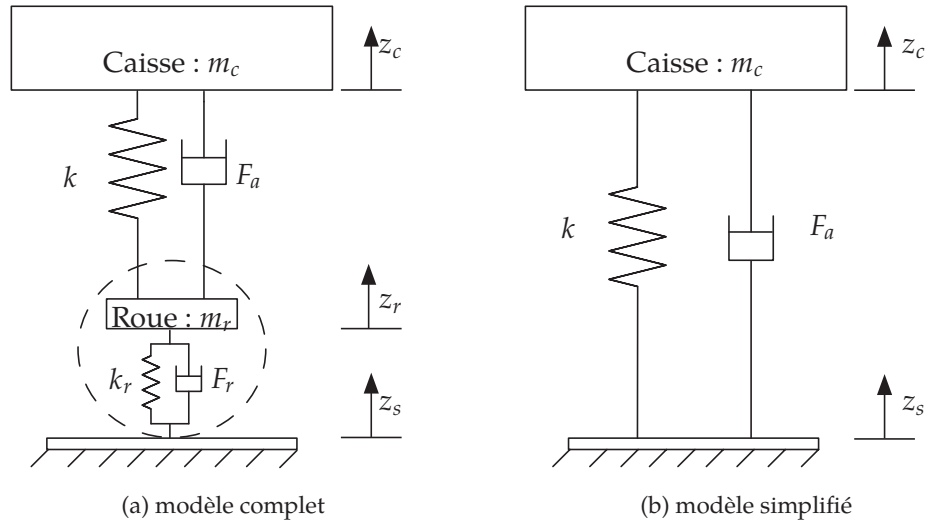


FIGURE 5 – Modèles quart de véhicule

- z_c : hauteur de la caisse par rapport à la position au repos;
- z_r : hauteur de la roue;
- z_s : hauteur du sol;
- m_c : un quart de la masse de la caisse;
- m_r : la masse d'une roue;
- k : raideur du ressort de l'amortisseur;
- F_a : action d'amortissement avec $F_a = \mu \cdot (\dot{z}_r - \dot{z}_c)$ et μ la viscosité ou « coefficient d'amortissement visqueux »;
- k_r : raideur équivalente du pneu;
- F_r : action équivalente d'amortissement du pneu, dans le cadre de notre étude on considère $F_r = 0$.

Q4. Écrire les deux équations précédentes dans le domaine de Laplace

Q5. Montrer que la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$ du véhicule caractérisant le mouvement de

la caisse par rapport au sol s'écrit :

$$\frac{Z_c(p)}{Z_s(p)} = \frac{a_0 + a_1 \cdot p}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + b_3 \cdot p^3 + b_4 \cdot p^4}$$

Q6. Mettre sous forme canonique, préciser les différents coefficients, l'ordre, le gain, et la classe.

Compte tenu de la complexité de cette fonction de transfert, nous allons limiter le problème en étudiant le modèle simplifié.

C. Modèle quart de véhicule simplifié

Ce modèle est aussi appelé « modèle caisse », il permet d'étudier principalement le confort de la suspension.

C.1. Fonction de transfert de la suspension simplifiée

L'équation de la dynamique qui décrit ce modèle est la suivante :

$$m_c \cdot \ddot{z}_c = k \cdot (z_s - z_c) + \mu \cdot (\dot{z}_s - \dot{z}_c) \quad [3]$$

Q7. Écrire cette fonction dans le domaine de Laplace, donner la fonction de transfert $H_s(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)}$

Q8. Mettre cette fonction sous la forme $H_s(p) = \frac{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$.

Préciser les différents paramètres (z et ω_n) de la forme canonique en fonction de m_c , k et μ .

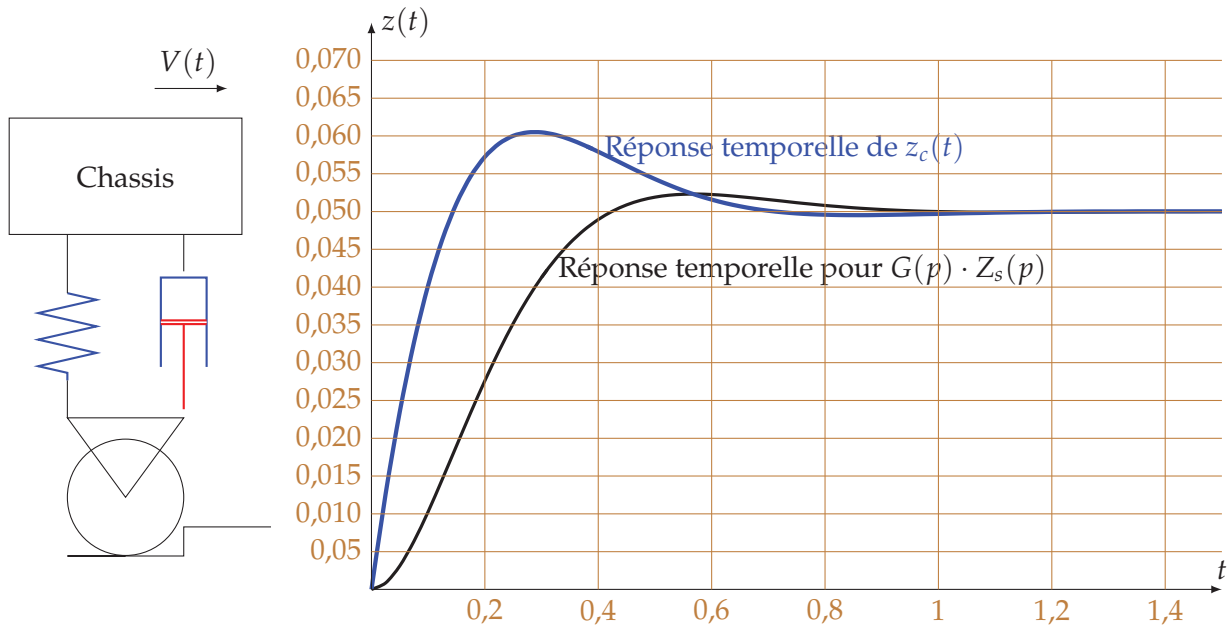
C.2. Étude temporelle

Q9. Déterminer μ afin que le coefficient d'amortissement soit $z = 0,7$.

Q10. Dans le cas d'un système du second ordre simple de la forme $G(p) = \frac{K}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$, quel est

l'intérêt de choisir cette valeur pour le coefficient d'amortissement z . Rappelez l'amplitude relative du premier dépassement $D_{1\%}$ et l'instant du premier maximum T_{pm} en fonction de z et ω_n .

La figure ?? représente l'évolution de la réponse temporelle de la suspension lors du franchissement d'une « marche » de 5 cm ($Z_s(t) = 5 \times 10^{-2} \mathcal{H}(t)$).



(b) Réponse temporelle au passage d'une « marche » de 5 cm

FIGURE 6 – Franchissement d'une « marche »

On retrouve sur cette figure à la fois la l'évolution de la hauteur de caisse $z_c(t)$ et la réponse du second ordre simple $G(p)$ à ce même échelon.

Q11. Déterminer le temps de réponse à 5% de la réponse temporelle de la suspension et l'amplitude du premier dépassement et l'erreur indicielle.

Q12. Comparer avec la réponse du système du second ordre simple. Quel est l'effet du numérateur de $H_s(p)$

C.3. Étude fréquentielle

Pour la suite, nous allons choisir $\mu = 3000 \text{ N s m}^{-1}$, les autres paramètres étant inchangés : $m_c = 250 \text{ kg}$, $k = 15000 \text{ N m}^{-1}$. Ce qui donne pour la fonction de transfert :

$$H_s(p) = \frac{Z_c(p)}{Z_s(p)} = \frac{1 + 0,2 \cdot p}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$$

On suppose que le véhicule avance avec une vitesse V constante dans la direction \vec{x} horizontale sur un sol ondulé (figure 7) modélisé par l'équation :

$$z_s(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x(t)\right) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

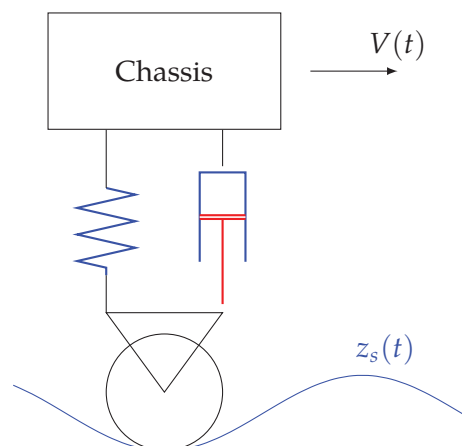


FIGURE 7 – déplacement sur chaussée ondulée

où λ désigne la distance entre deux maxima.

Q13. Déterminer la pulsation ω en fonction de la vitesse du véhicule V et de λ .

Les diagrammes de Bode de $H_s(p)$ sont représentés sur la figure 8 de la feuille réponse.

Q14. On considère la fonction $H_2(p) = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot p + 0,0166 \cdot p^2}$

Q14a. Déterminer le module en décibel $A_{2dB}(\omega)$ et l'argument $\Phi_2(\omega)$ de $H_2(p)$, préciser le module et l'argument pour ω_n .

Q14b. Déterminer l'équation des asymptotes.

Q14c. Tracer sur la figure 8 les diagrammes de Bode et les asymptotes de $H_2(p)$.

Q14d. Préciser les éléments caractéristiques.

Q15. On considère maintenant la fonction $N(p) = 1 + 0,2 \cdot p$.

Q15a. Déterminer le module en décibel $A_{NdB}(\omega)$ et l'argument $\Phi_N(\omega)$ de $N(p)$, préciser le module et l'argument pour $\omega_c = \frac{1}{0,2}$.

Q15b. Déterminer l'équation des asymptotes.

Q15c. Tracer (avec une autre couleur) sur la figure 8 les diagrammes de Bode et les asymptotes de $H_2(p)$.

Q15d. Préciser les éléments caractéristiques.

Q16. Dédurre des questions précédentes :

Q16a. Le module et l'argument de $H_s(p)$;

Q16b. Les asymptotes de la fonction de transfert $H_s(p)$;

Q16c. Préciser les points caractéristiques de ces diagrammes.

Q17. On considère que $z_s(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$ avec $\omega = 2 \cdot \pi f$ et $A = 5$ cm.

Q17a. Préciser l'amplitude du déplacement de la caisse et le déphasage si le défaut de la chaussée a pour fréquence de : $f < 0,3$ Hz, $f = 1$ Hz, $f > 4$ Hz.

Q17b. Tracer l'allure de la réponse permanente de $Z_c(t)$ pour ces 3 valeurs.

Q17c. Conclure sur le respect de la tolérance aux vibrations verticales (figure 3).

C.4. Effets de l'usure et du chargement

On se propose maintenant d'étudier l'évolution du comportement dans deux cas particuliers

— la voiture est chargée;

— l'amortisseur est usé.

C.5. Amortisseur usé

Avec le temps, l'amortisseur perd ses caractéristiques, ainsi la viscosité peut diminuer d'un tiers $\mu = 2000$ N s m⁻¹. Les autres paramètres étant inchangés : $m_c = 250$ kg, $k = 15000$ N m⁻¹.

Q18. Déterminer les différents paramètres de la fonction de transfert $H_s(p)$.

Q18a. Comment va évoluer le comportement de la suspension au franchissement d'une marche (temps de réponse, oscillations,...)?

Q18b. Comment va évoluer la réponse fréquentielle, préciser les asymptotes du diagramme d'amplitude sur le document réponse de la figure 9.

C.6. Voiture chargée

Quatre voyageurs et leurs bagages prennent place dans la voiture soit une masse de 500 kg répartie uniformément sur les 4 roues, soit $m_c = 325$ kg et $k = 15000$ N m⁻¹.

Q19. Déterminer les différents paramètres de la fonction de transfert $H_s(p)$.

Q19a. Comment va évoluer le comportement de la suspension au franchissement d'une marche (temps de réponse, oscillations,...)?

Q19b. Comment va évoluer la réponse fréquentielle, préciser les asymptotes (autre couleur) du diagramme d'amplitude sur le document réponse de la figure 9.

Q20. Conclure sur l'influence des paramètres.

D. Documents réponses

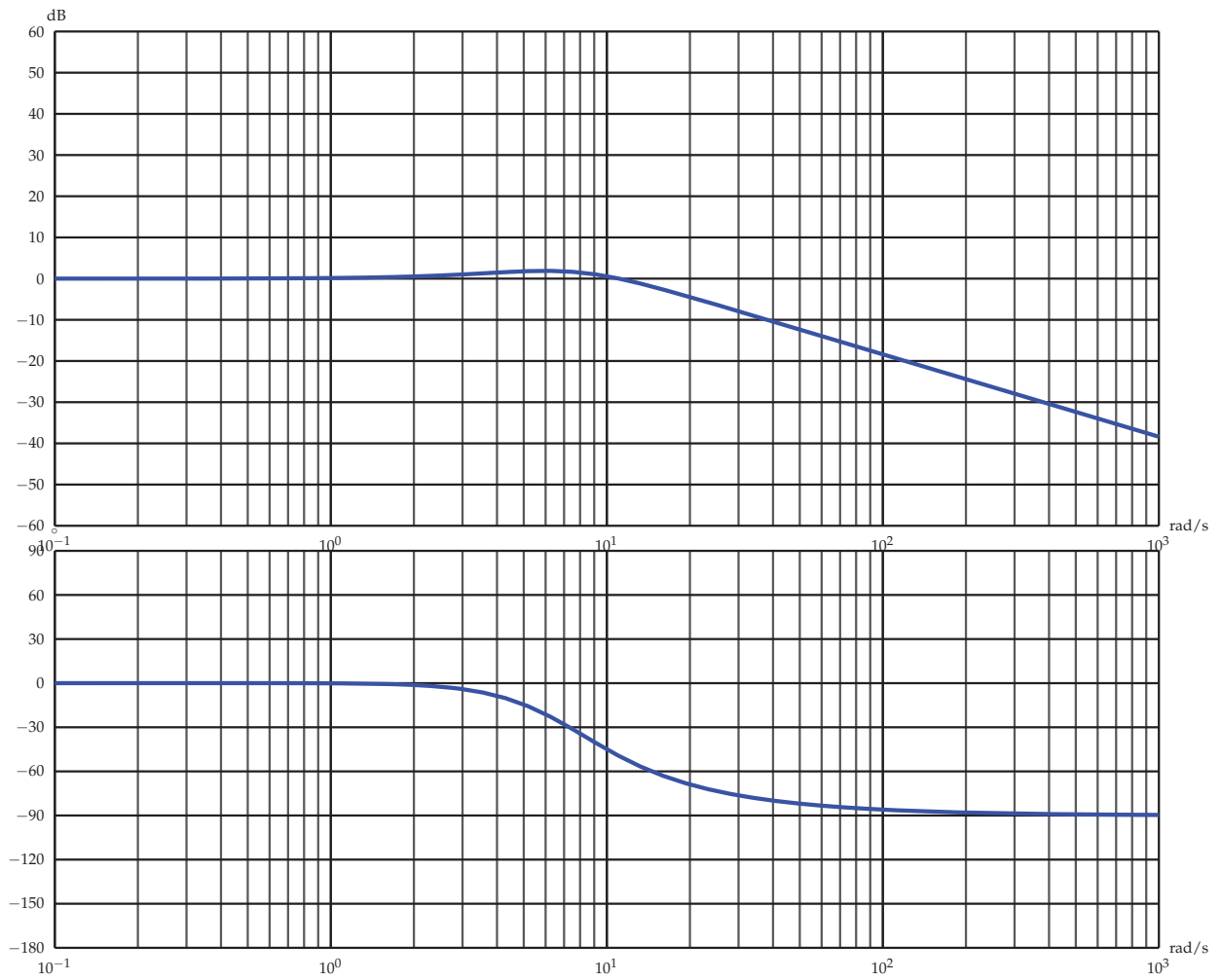


FIGURE 8 – Diagrammes de Bode de $H_s(p)$

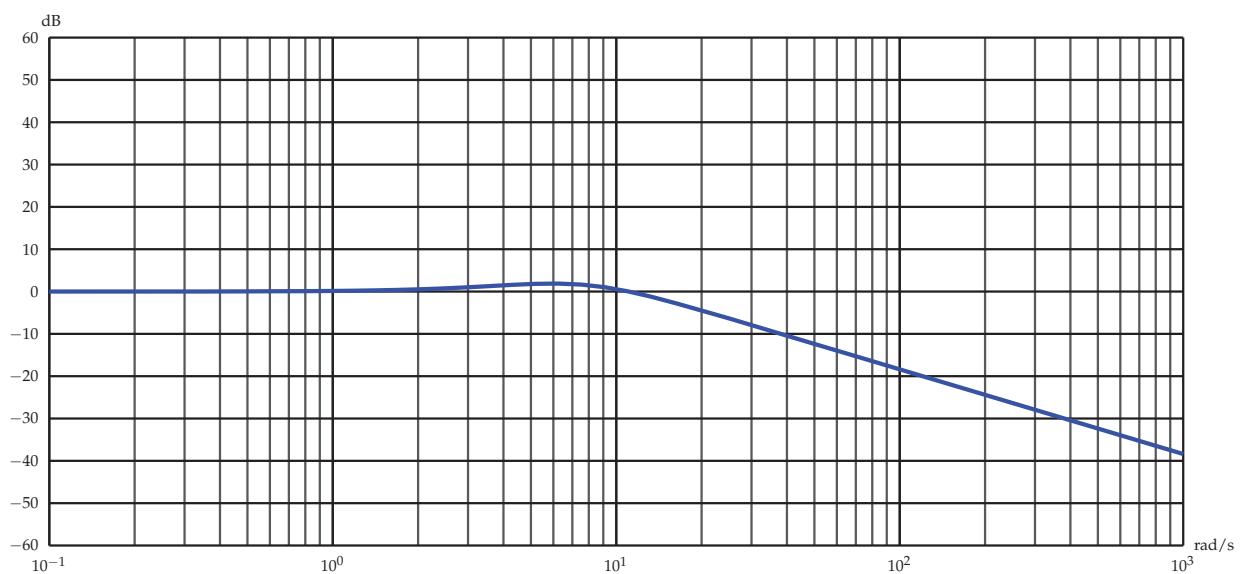


FIGURE 9 – Diagramme d'amplitude seul de $H_s(p)$