

## 6.5.1 Corrigés

### Cor. 1: Second ordre généralisé

Sujet page 17

La fonction  $H(p)$  se construit comme le produit de trois premiers ordres dont un au numérateur. la fonction globale s'obtient en sommant sur les diagrammes de Bode chacun de ces 1<sup>er</sup> ordres.

On retrouve le détail du tracé du premier cas ( $T < T_1 < T_2$ ) sur le graphe suivant (figure 6.13), on remarque :

- une pente de  $+20 \text{ dB/dec}$  pour  $1 + T \cdot p$  à partir de la pulsation  $\frac{1}{T}$  ainsi qu'un déphasage de  $+90^\circ$ ;
- une pente de  $-20 \text{ dB/dec}$  pour chacune des deux autres fonctions.

On retrouve sur le deuxième graphe (figure 6.14), le lieu de Bode de chacune des trois fonctions. on remarque l'influence de la constante de temps du numérateur sur la forme du diagramme d'amplitude et de phase. Le numérateur apporte une avance de phase qui sera utile pour stabiliser les systèmes.

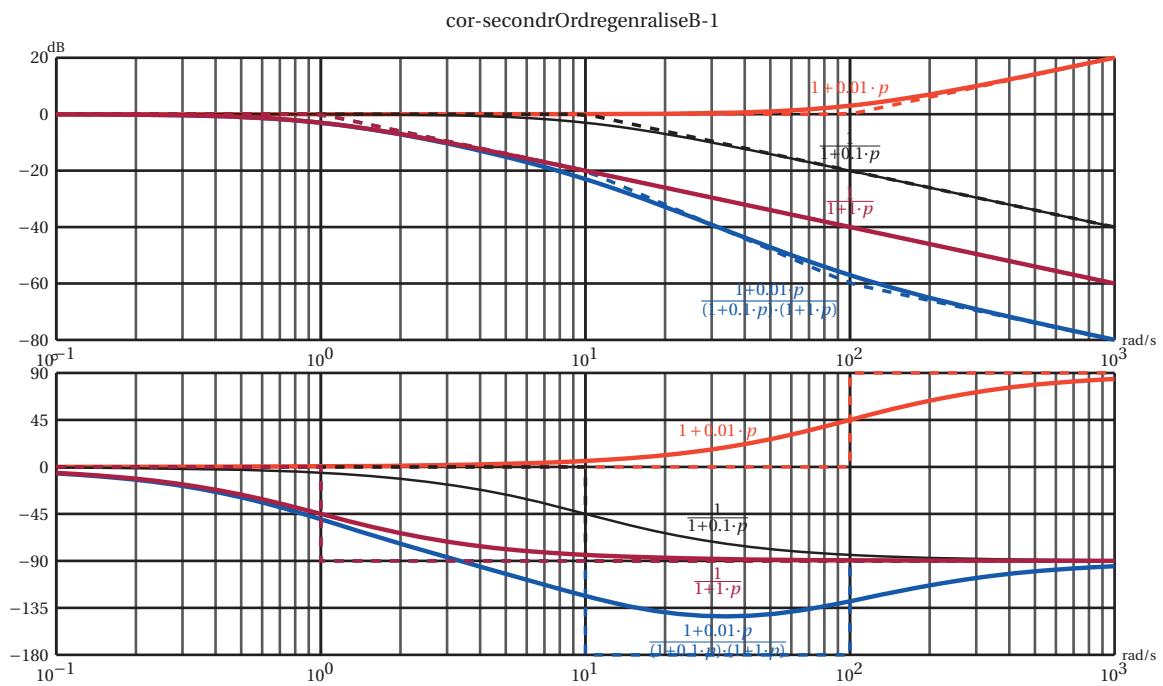


FIGURE 6.13 – Diagrammes de Bode de  $\frac{1+0.01 \cdot p}{(1+0.1 \cdot p) \cdot (1+p)}$

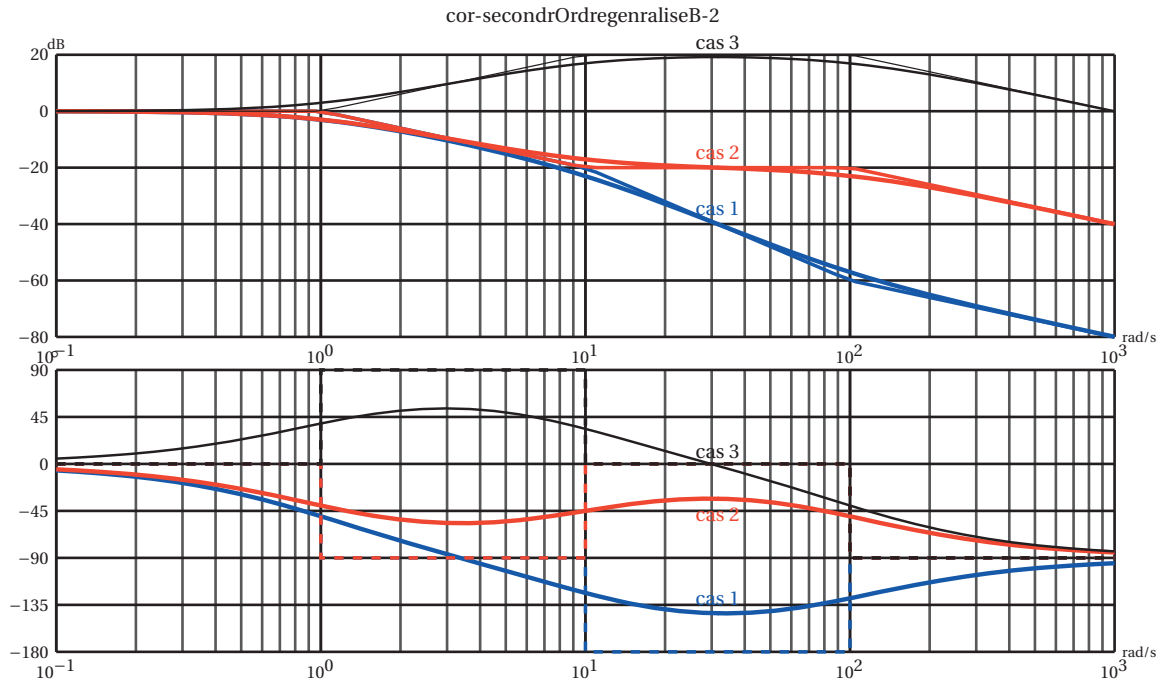


FIGURE 6.14 – Diagrammes de Bode des 3 cas

**Cor. 2: Second ordre généralisé-2**

*Sujet page 17*

Le tracé s'obtient comme précédemment en additionnant graphiquement les deux fonctions de transfert, on constate de plus que la pulsation propre du dénominateur est  $\omega_n = \frac{1}{T}$ , d'où le tracé de la figure 6.15 sur lequel sont représentés le numérateur, le dénominateur et  $G(p)$ .

Le dénominateur présente une résonance ( $z = 0,3 < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ), pour la pulsation  $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2 \cdot z^2} = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2 \cdot z^2}$ . Le maximum se déduit du coefficient de résonance  $Q = \frac{1}{2z\sqrt{1 - z^2}}$ .

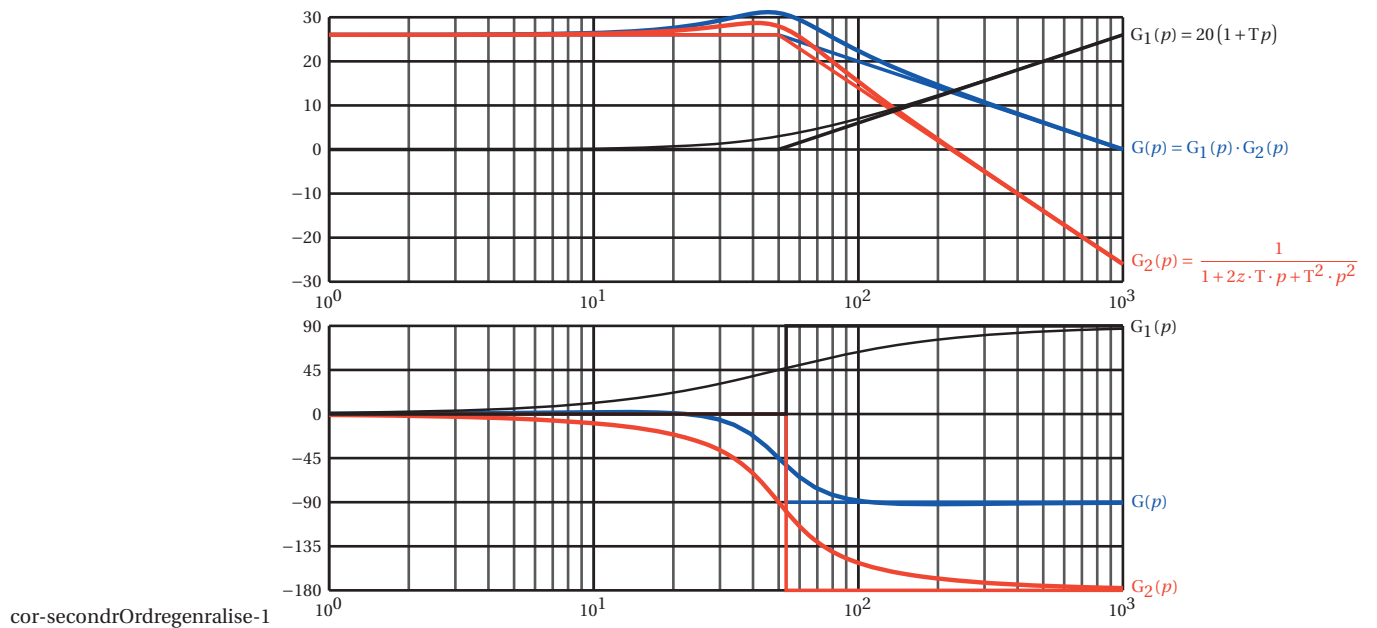


FIGURE 6.15 – Second ordre généralisé

**Cor. 3: Avance de phase - retard de phase**

Sujet page 17

**Q1. Diagrammes de Bode**

**Q1a.**  $a = 8$  : figure 6.17

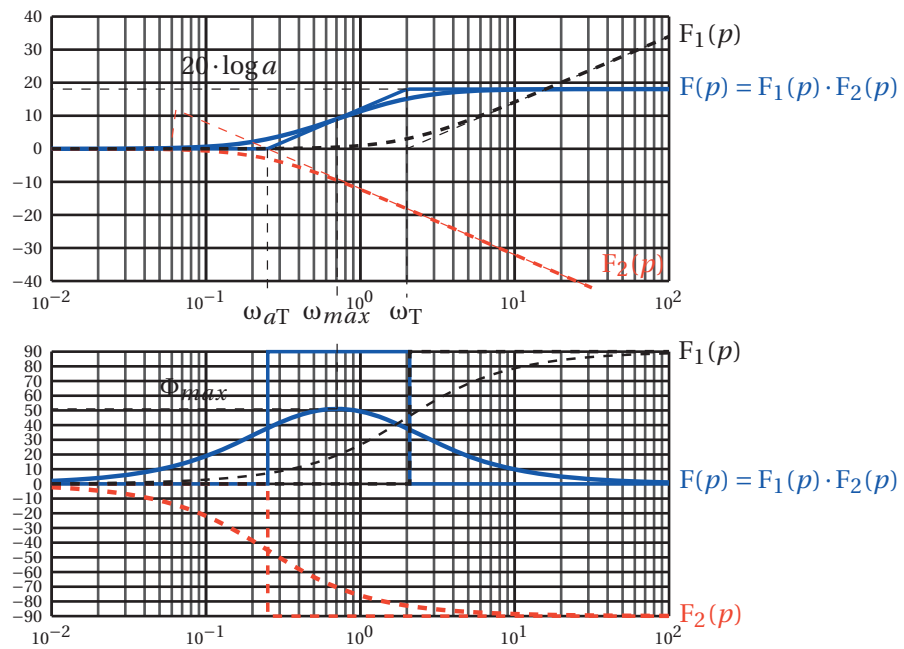
On construit les diagrammes en sommant les représentations de  $F_1(p) = 1 + a \cdot T \cdot p$  et  $F_2(p) = \frac{1}{1 + T \cdot p}$  (en traits pointillés).

On remarque que :

- les diagrammes d'amplitude et de phase présentent deux cassures :
  - la première pour  $\omega_T = \frac{1}{T}$ ,
  - la seconde pour  $\omega_{aT} = \frac{1}{a \cdot T}$ ;
- le diagramme d'amplitude tend vers une asymptote horizontale;
- le diagramme de phase présente un maximum pour  $\omega_{max}$ .

**Q1b.**  $a = 0,1$  : figure 6.17

On construit ce diagramme comme le précédent, on note que le diagramme des phases présente ici un minimum.



cor-avance-retard2-1

FIGURE 6.16 – Premier ordre généralisé,  $a = 8$

**Q2. Détermination du maximum**

**Module**  $|F(j\omega)| = \frac{\sqrt{1 + a^2 T^2 \omega^2}}{\sqrt{1 + T^2 \omega^2}}$

- $\lim_{\omega \rightarrow +0} |F(j\omega)| = 1$  d'où une asymptote horizontale sur le diagramme de Bode 0 dB;
- $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} |F(j\omega)| = a$  d'où une asymptote horizontale  $20 \log a$ , le module n'est donc augmenté au maximum que de  $20 \log a$ .

**Argument**  $\arg(F(j\omega)) = \arctan\left(\frac{(a-1)T\omega}{1 + a^2 T^2 \omega^2}\right)$

- $\lim_{\omega \rightarrow +0} \arg(F(j\omega)) = 0$  d'où une asymptote horizontale
- $\lim_{\omega \rightarrow +\infty} \arg(F(j\omega)) = 0$  d'où une asymptote horizontale

— calculons maintenant la dérivée

$$\frac{d}{d\omega} \arg(F(j\omega)) = \frac{-T(a-1)(-1 + aT^2\omega^2)}{(1 + a^2T^4\omega^4 + T^2\omega^2 a^2 + T^2\omega^2)}$$

Cette dérivée s'annule pour  $\omega_{max} = \sqrt{a}T$ , le diagramme des phases présente donc un maximum

$$\Phi_{max} = \arctan\left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}}\right)$$

que l'on peut aussi écrire

$$\Phi_{max} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$$

On remarquera que la pulsation  $\omega_{max} = \sqrt{a}T$  (respectivement  $\omega_{min}$ ) est la moyenne géométrique des deux pulsations  $\omega_T = \frac{1}{T}$  et  $\omega_{aT} = \frac{1}{aT}$  et se place sur le diagramme de Bode (échelle logarithmique) à mi-chemin.

**Q3.** On appelle :

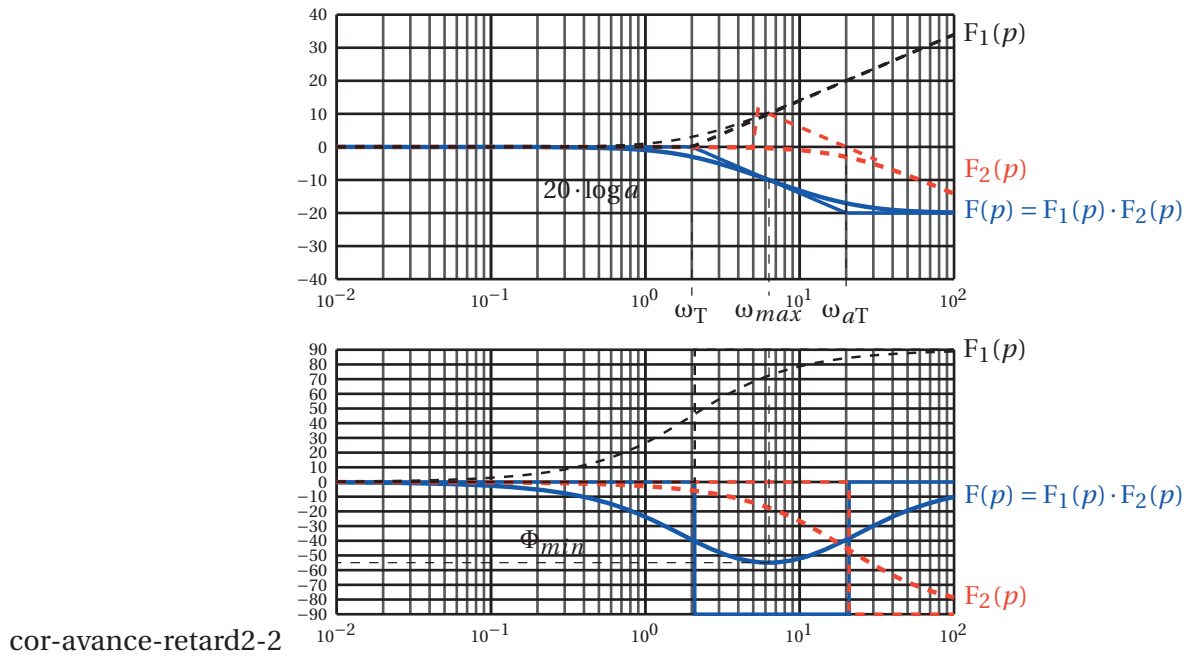


FIGURE 6.17 – Premier ordre généralisé,  $a = 8$

- correcteur à avance de phase, un correcteur  $C_a(p) = \frac{1 + a \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p}$  tel que  $a > 1$ , la phase est localement augmentée;
- correcteur à retard de phase, un correcteur  $C_a(p) = \frac{1 + a \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p}$  tel que  $a < 1$ , la phase est localement diminuée.

Nous verrons lors de l'étude des correcteurs que le correcteur à avance de phase est souvent utilisé pour améliorer la marge de phase d'un système asservi.

**Cor. 4: Système à retard**

*Sujet page 17*

**Q1a.** Diagrammes de Bode (figure 6.18)

Ici aussi, on réalise le tracé du diagramme de Bode en décomposant la fonction de transfert  $H_2(p)$  en 3 fonctions élémentaires :

$$H_{2a}(p) = 1 + 0,4 \cdot p \quad H_{2b}(p) = \frac{1}{1 + 3 \cdot p + 0,2 \cdot p^2} \quad H_{2c}(p) = e^{-0,05 \cdot p}$$

$H_{2a}$  : On reconnaît un premier ordre au numérateur, de constante de temps  $T_{2a} = 0,4s$ . Le diagramme d'amplitude présente une pente de +20dB/dec à partir de  $\omega_{2a} = \frac{1}{T_{2a}} = 2,5$  et la phase tend vers +90.

$H_{2b}$  : On reconnaît un second ordre que l'on met sous forme canonique pour identifier les coefficients :

$$H_{2b}(p) = \frac{1}{1 + 3 \cdot p + 0,2 \cdot p^2} = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot z \cdot p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

On obtient :  $z \approx 3,35$  et  $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{0,2}} \approx 2,23$ .  $H_{2b}(p)$  peut donc être mis sous la forme d'un produit de deux premiers ordres avec pour constantes de temps avec :  $T_1 \approx 0,0628 = \frac{1}{15,92}$  et  $T_2 \approx 2,931 = \frac{1}{0,34}$  d'où finalement

$$H_{2b}(p) = \frac{1}{(1 + 0,0628 \cdot p)(1 + 2,931 \cdot p)}$$

$H_{2c}$  Le module de  $H_{2c}$  est égal à 1 et sa phase est toujours décroissante ( $\rightarrow -\infty$ ).

Le tracé final s'obtient en sommant les trois fonctions.

**Q1b.** Diagramme de Black (figure 6.19)

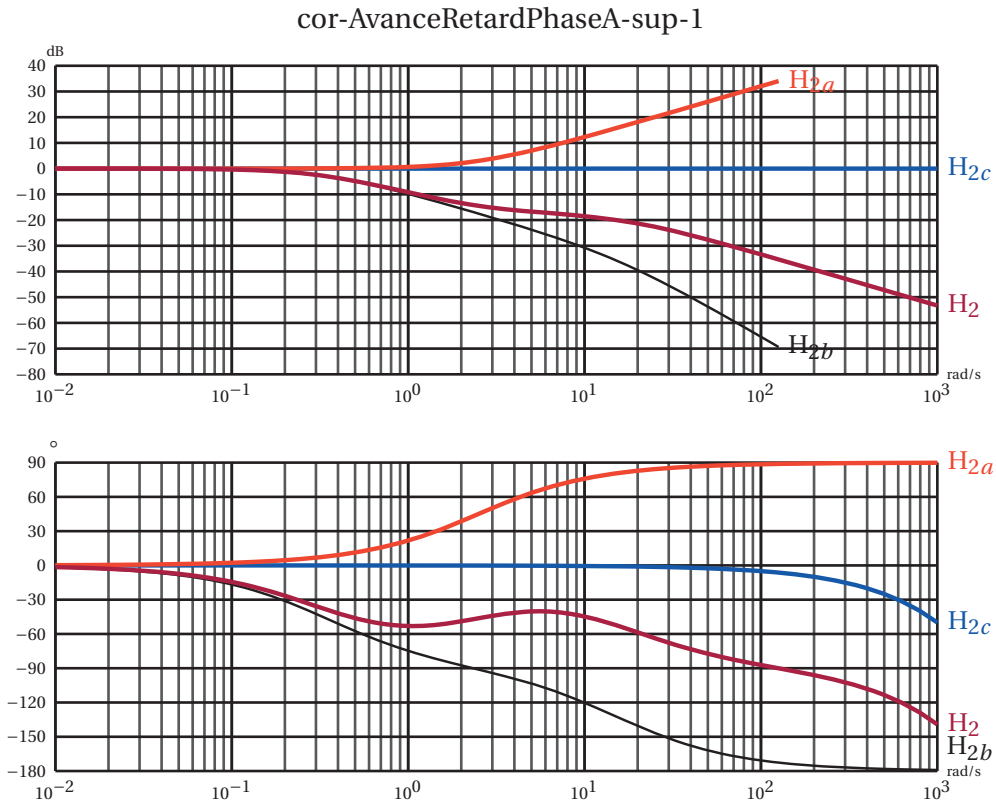


FIGURE 6.18 – Système à retard

Pour tracer le diagramme de Black, il est assez rapide ici, de relever sur les diagrammes de Bode le module en dB et la phase en degré puis de reporter ces coordonnées sur le diagramme de Black.

Fréquence	Amplitude	Phase
0.01	0.0	-1.5
0.04	0.0	-5.3
0.07	-0.2	-9.8
0.23	-1.6	-30.3
0.43	-4.0	-44.7
0.81	-7.8	-54.5
1.5	-11.9	-55.9
2.8	-15.0	-52.8
5.3	-16.9	-55.3
10.0	-18.5	-72.9
18.7	-21.0	-110.0
35.1	-25.0	-169.9
65.8	-29.9	-267.1
100.0	-33.4	-369.2

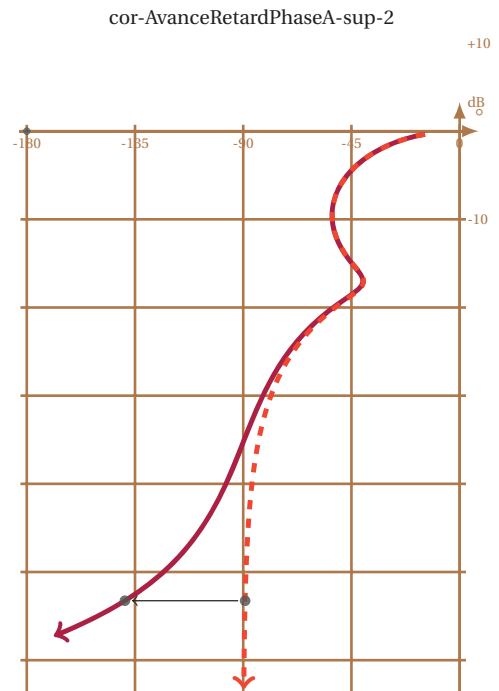


FIGURE 6.19 – Diagramme de Black

Sur le diagramme ci-dessus, le tracé en trait continu représente le lieu de Black de  $H_2(p)$ , la courbe en pointillé représente la même fonction de transfert sans le retard.

**Q1c.** Diagramme de Nyquist (figure 6.20)  
 Le diagramme peut être tracé soit à partir de la partie réelle et de la partie imaginaire soit à partir du module et de l'argument.  
 On constate que lorsque  $\omega \rightarrow \infty$ , la courbe s'enroule autour de l'origine (effet du retard).

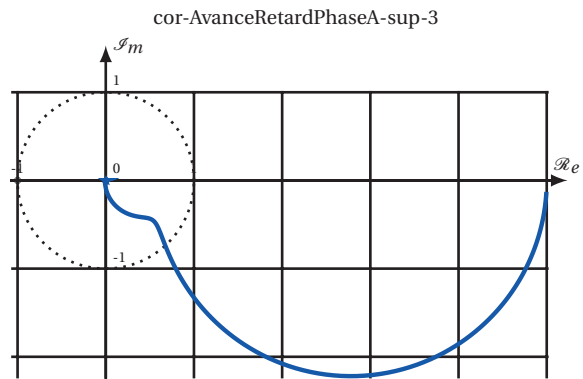


FIGURE 6.20 – Diagramme de Nyquist

*Sujet page 17*

**Cor. 5: Étude d'un système bouclé**

**Q1.** Les diagrammes de Bode sont construits point par points à partir du tableau de valeurs (figure 6.21).

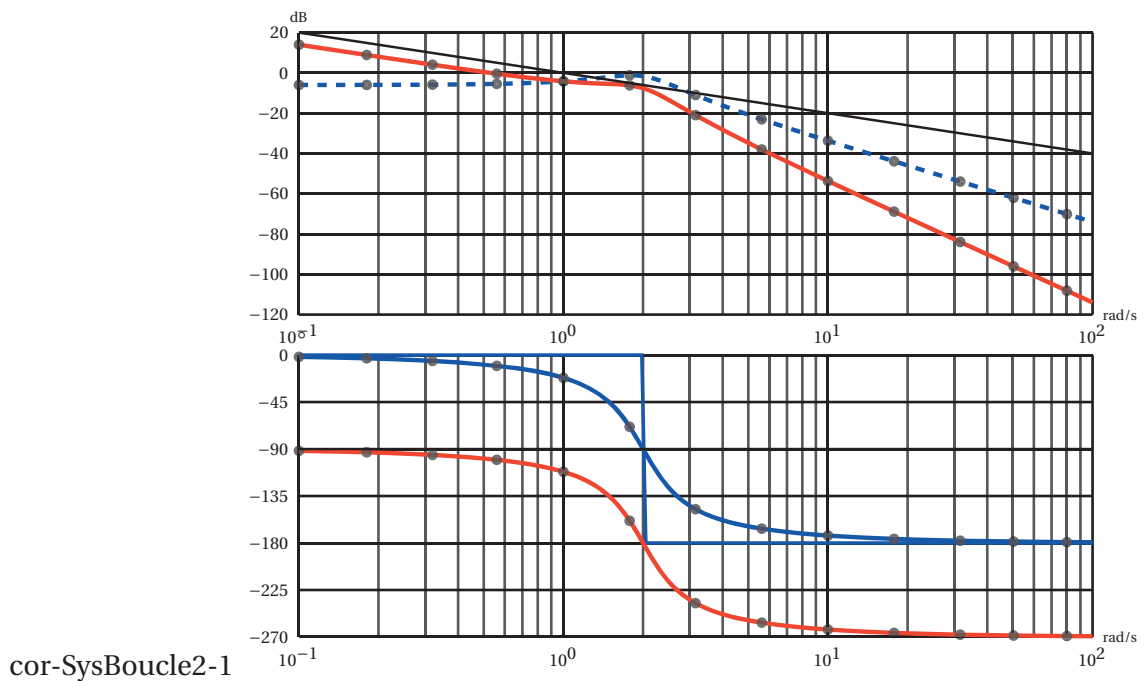


FIGURE 6.21 – Diagramme de Bode de la FTBO

**Q2.** Le lieu de Bode de la FTBO est obtenu en sommant pour chaque pulsation, le lieu de  $G(p)$  et de  $\frac{1}{p}$ .

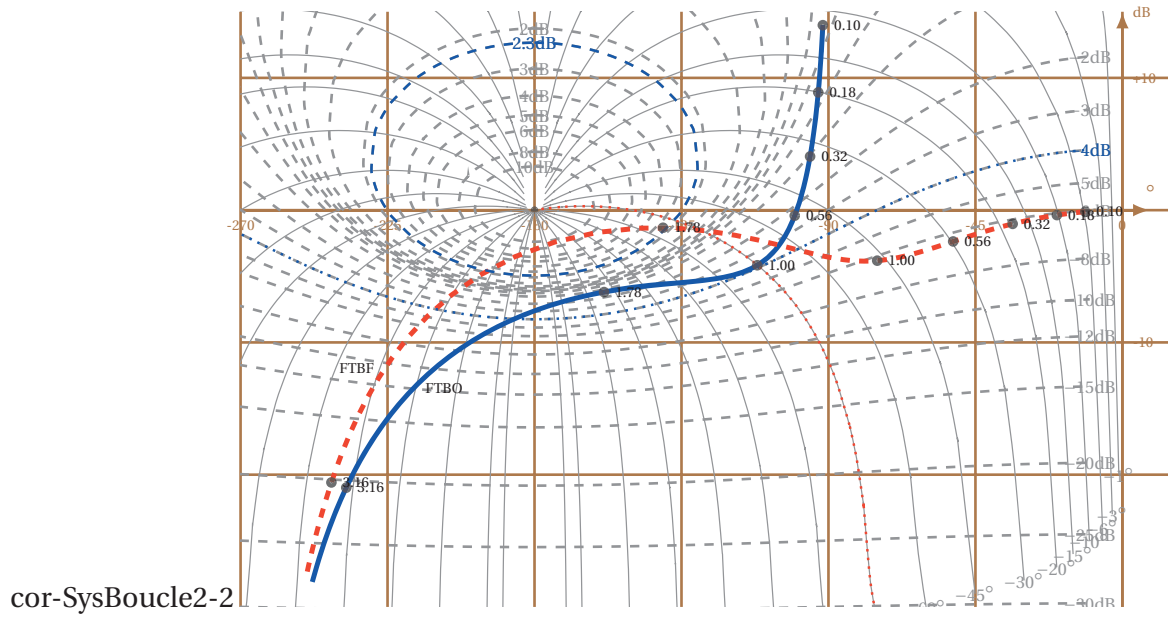
**Q3.** figure 6.22.

**Q4.** À partir du tracé précédent (du tableau pour  $G(p)$ ), on relève quelques points que l'on reporte sur l'abaque de Black (figure 6.22) en utilisant le système de coordonnées rectangulaires. Le système étant à retour unitaire, la lecture du système de coordonnées curviligne permet pour chaque pulsation de déterminer l'amplitude et le déphasage correspondant pour la FTBE.

**Cor. 6: Critère du revers**

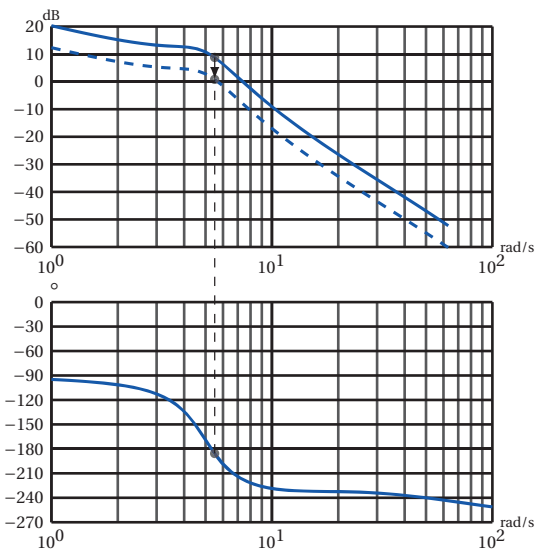
*Sujet page 41*

$T_1$ , le système en BF est instable, pour le rendre stable, il faut descendre le diagramme d'amplitude d'environ  $-8$  dB d'où  $K = 10^{\frac{-8}{20}} = 0.4$ .



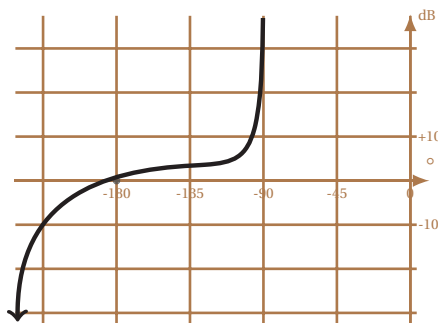
cor-SysBoucle2-2

FIGURE 6.22 – Diagramme de Black FTBO - FTBF

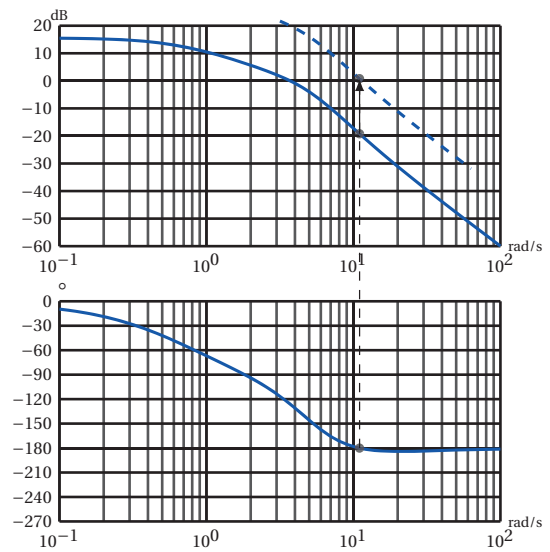


$T_2(p)$  est stable, la courbe peut être remontée au maximum de 20 dB. La

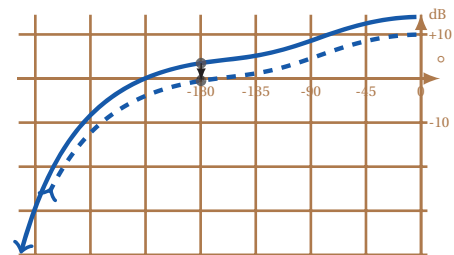
$T_3(p)$  est juste instable, le lieu de Black passe par le point critique.



valeur limite de K est  $K = 10 \frac{20}{20} = 10$ .



$T_4(p)$  est instable. Il faut descendre le lieu de Black d'environ -4 dB soit  $K = 10 \frac{-4}{20} = 0.63$ .



**Cor. 7: Stabilité - décomposition en éléments simples**

Sujet page 41

**Q1.** Décomposition en éléments simples On recherche dans un premier temps les racines du dénominateur (les pôles) et leur nature (réels ou complexes). L'entrée étant une impulsion de Dirac  $e(t) = \delta(t)$ , la sortie se déduit directement de la transformée inverse de la fonction de transfert.

**Q1a.**  $H_1(p)$

**Décomposition :** le dénominateur possède une racine réelle et deux racines complexes conjuguées, la décomposition en fraction simple est donc la suivante :

$$H_1(p) = \frac{1 + 0,3 \cdot p}{(1 + 0,5 \cdot p) \cdot (1 + 2 \cdot p + 2 \cdot p^2)} = \frac{A}{(p+2)} + \frac{C \cdot p + D}{((p+0,5)^2 + (0,5)^2)}$$

On détermine les coefficients soit par identification soit en utilisant les limites.

— Pour A, on recherche la valeur de la fonction  $H_1(p) \cdot (p-2)$  pour  $p=2$

$$\frac{1 + 0,3 \cdot p}{(1 + 0,5 \cdot p) \cdot (1 + 2 \cdot p + 2 \cdot p^2)} (p+2) = A + \frac{C \cdot p + D}{((p+0,5)^2 + (0,5)^2)} (p+2) \Rightarrow A = \frac{0,8}{5} = 0,16$$

— Pour D, par identification pour  $p=0$

$$1 = \frac{0,16}{2} + \frac{D}{(0,5^2 + 0,5^2)} \Rightarrow D = 0,46$$

— Pour C, en prenant une valeur arbitraire  $p=1$  par exemple d'où  $C = -0,16$

La fonction de transfert  $H_1(p)$  est donc :

$$H_1(p) = \frac{0,16}{(p+2)} + \frac{-0,16 \cdot p + 0,46}{((p+0,5)^2 + 0,5^2)}$$

**Réponse temporelle :** On recherche dans le tableau des transformées, la transformées de chaque terme. Il est préférable, pour utiliser la table des transformées inverses, de mettre  $H_1(p)$  sous la forme afin de faire apparaître les transformées usuelles :

$$H_1(p) = \frac{0,16}{(p+2)} - \frac{0,16 \cdot (p+5)}{((p+0,5)^2 + 0,5^2)} + \frac{0,54}{((p+0,5)^2 + 0,5^2)}$$

$$H_1(p) = H_a(p) + H_b(p) + H_c(p)$$

avec  $\mathcal{L}^{-1}(H_a(p)) = 0,16 \cdot e^{-0,5 \cdot t}$   $\mathcal{L}^{-1}(H_c(p)) = 1,08 \cdot e^{-0,5 \cdot t} \sin(0,5 \cdot t)$

d'où  $\mathcal{L}^{-1}(H_b(p)) = 0,16 \cdot e^{-0,5 \cdot t} \cos(0,5 \cdot t)$

$$s_1(t) = 0,16e^{-0,5 \cdot t} - 0,16 \cdot e^{-0,5 \cdot t} \cos(0,5 \cdot t) + 1,08 \cdot e^{-0,5 \cdot t} \sin(0,5 \cdot t)$$

**Stabilité :** Le système est stable, la réponse tend vers 0.

**Q1b.**  $H_2(p)$  :

**Décomposition :**  $p=0$  est racine et  $p=-0,5$  est racine double.

$$H_2(p) = \frac{12}{(1+2 \cdot p)^2 \cdot p} = \frac{A}{(p+0,5)^2} + \frac{B}{(p+0,5)} + \frac{C}{p}$$

On remarquera la prise en compte de la racine double dans la décomposition.

— Détermination de C, on évalue la fonction  $p \cdot H_2(p)$  pour  $p=0$ , on obtient

$$p \cdot H_2(p) = \frac{12}{(1+2 \cdot p)^2} = \frac{A}{(p+0,5)^2} \cdot p + \frac{B}{(p+0,5)} \cdot p + C \Rightarrow C = 12$$

— Détermination de A, on évalue la fonction  $(p+0,5)^2 \cdot H_2(p)$  pour  $p=-0,5$

$$(p+0,5)^2 \cdot H_2(p) = \frac{3}{p} = A + B \cdot (p+0,5) + \frac{C}{p} \cdot (p+0,5)^2 \Rightarrow A = -6$$

— Détermination de B, on évalue la fonction pour une valeur particulière  $p=1$  par exemple  $\Rightarrow B = -12$

Finalement la décomposition s'écrit :

$$H_2(p) = -\frac{6}{(p+0,5)^2} - \frac{12}{(p+0,5)} + \frac{12}{p}$$

**Réponse temporelle :**

$$s_2(t) = 6 \cdot (-t-2) \cdot e^{(-0,5 \cdot t)} + 12$$

**Stabilité :** la réponse temporelle tend asymptotiquement vers 12, le système est juste instable.

**Q1c.**  $H_3(p)$  :



**Décomposition :** le dénominateur possède trois racines réelles, deux positives et une négatives.

$$H_3(p) = \frac{8}{(3+p) \cdot (p+1) \cdot (p-5)} = \frac{A}{(3+p)} + \frac{B}{(p+1)} + \frac{C}{(p-5)}$$

$$H_3(p) = \frac{1}{2 \cdot (3+p)} - \frac{2}{3 \cdot (p+1)} + \frac{1}{6 \cdot (p-5)}$$

**Réponse temporelle :**

$$s_3(t) = \frac{1}{2} e^{-3 \cdot t} - \frac{2}{3} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{+5 \cdot t}$$

**Stabilité :** la réponse temporelle tend vers  $+\infty$ , le système est instable

**Cor. 8: Marges de stabilité-Bode**

*Sujet page 42*

**Q1.**  $H_1(p)$  s'écrit sous la forme d'un produit de premier ordre  $H_1(p) = \frac{10}{p(1+4 \cdot p)(1+0,02 \cdot p)}$ . On lit sur la figure 6.23 la marge de phase et la marge de gain, le système est stable.

REVOIR LE CORRIGE

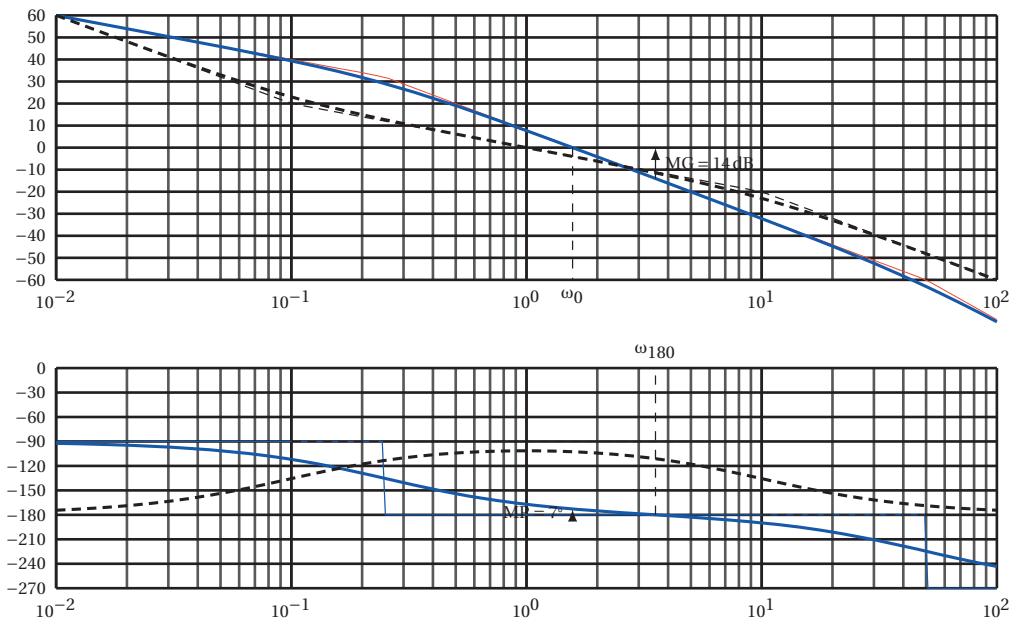


FIGURE 6.23 – Diagrammes de Bode  $H_1$  et  $H_2$

**Cor. 9: Boucle de régulation**

*Sujet page 42*

**Q1.** Déterminons la FTBF puis le tableau de Routh

$$BF(p) = \frac{K_p \cdot \frac{1}{p \cdot (1+0,2 \cdot p)^2}}{1 + K_p \cdot \frac{1}{p \cdot (1+0,2 \cdot p)^2}} = \frac{25 \cdot K_p}{p^3 + 10 \cdot p^2 + 25 \cdot p + 25 \cdot K_p}$$

$p^3$	1			25	
$p^2$	10			$25 \cdot K_p$	
$p^1$	$\frac{1}{25}$	1	$25 \cdot K_p$	$= 2,5 \cdot K_p - 25$	$\frac{1}{25}$
$p^0$	$25 \cdot K_p$			0	0

Le système est stable si tous les termes de la première colonne sont de même signe, il faut donc  $0 < K_p < 10$ .

**Q2.** On détermine  $K_p$  en translatant la courbe de gain vers le haut jusqu'à ce que pour la pulsation  $\omega_{180}$ , le gain en dBsoit nul (figure 6.24).

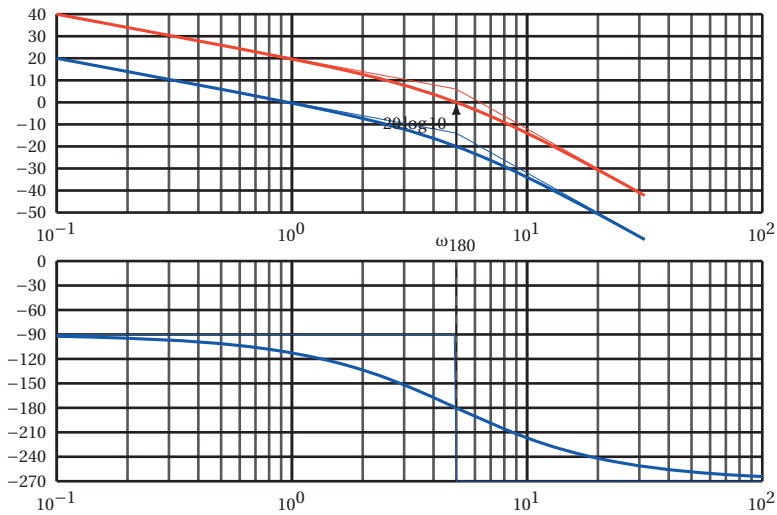


FIGURE 6.24 – Second ordre avec intégrateur - stabilité graphique

**Cor. 10: système du second ordre + intégrateur**

Sujet page 42

Q1.

Q2.  $\omega_{180} = \omega_n$ 

Q3. on écrit le module de  $|T(j \cdot \omega)| = \frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \frac{4 \cdot \xi^2 \cdot \omega^2}{\omega_n^2}}}$

$$\text{soit } |T(j \cdot \omega)| = \frac{K}{2 \cdot \xi}$$

Q4. le gain en dB de la FTBO pour la pulsation  $\omega_n$  est donc

$$|BO(j \cdot \omega_{180})|_{dB} = 20 \cdot \log K_p - 20 \cdot \log(\omega_n) - 20 \cdot \log \frac{K}{2 \cdot \xi}$$

$$|BO(j \cdot \omega_{180})|_{dB} = -20 \cdot \log \left( \frac{K \cdot K_p}{2 \cdot \xi \cdot \omega_n} \right)$$

Pour que le système soit juste instable, il faut donc

$$\begin{aligned} |BO(j \cdot \omega_{180})|_{dB} &= 0 \\ -20 \cdot \log \left( \frac{K \cdot K_p}{2 \cdot \xi \cdot \omega_n} \right) &= 0 \\ \frac{K \cdot K_p}{2 \cdot \xi \cdot \omega_n} &= 1 \end{aligned}$$

**A Faire n 1****Cor. 11: Précision et stabilité**

Sujet page 42

Q1. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.

$$BF(p) = H_1(p) \cdot \frac{H_2(p)}{1 + H_2(p) \cdot H_3(p)} = \frac{5}{(1 + 16 \cdot p) \cdot (1 + 33 \cdot p)} \cdot \frac{\frac{15 \cdot k}{p(1+p)}}{1 + \frac{15 \cdot k}{p(1+p)} \cdot \frac{1}{1 + 0.1 \cdot p}}$$

$$BF(p) = \frac{5}{(1 + 16 \cdot p) \cdot (1 + 33 \cdot p)} \cdot \frac{15 \cdot k \cdot (1 + 0.1 \cdot p)}{(1 + 0.1 \cdot p) \cdot (p(1+p)) + 15 \cdot k}$$

$$BF(p) = \frac{5}{(1 + 16 \cdot p) \cdot (1 + 33 \cdot p)} \cdot \frac{15 \cdot k \cdot (1 + 0.1 \cdot p)}{0.1 \cdot p^3 + 1.1 \cdot p^2 + p + 15 \cdot k}$$

**Q2.** Déterminer la valeur finale de  $Y(t)$  pour  $k = 0,5$  et  $k = 5$ .

On ne peut utiliser le théorème de la valeur finale que si le système est stable, vérifions la stabilité par le critère de Routh.

Le dénominateur de le FTBF est :

$$D(p) = (1 + 16 \cdot p) \cdot (1 + 33 \cdot p) \cdot (0.1 \cdot p^3 + 1.1 \cdot p^2 + p + 15 \cdot k)$$

On ne s'intéresse qu'à  $0.1 \cdot p^3 + 1.1 \cdot p^2 + p + 15 \cdot k$  car les deux autres racines sont négatives.

$p^3$	0.1	1
$p^2$	1.1	$15 \cdot k$
$p^1$	$\frac{-1}{1.1} (1.5 \cdot k - 1.1)$	0
$p^0$	$15 \cdot k$	0

TABLE 6.2 – Précision et stabilité - tableau de Routh

Le système est stable si  $k < \frac{1.1}{1.5} \approx 0.73$ . On ne peut donc calculer la valeur finale que dans le cas  $k = 0.5$ , pour l'autre valeur, le système est instable.

Pour  $k = 0.5$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot Y(p))$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \cdot \text{BF}(p) \cdot \frac{Y_0}{p} \right) = 5 \cdot Y_0$$

## Cor. 12: Précision et paramètres

Sujet page 43

**Q1.**

$$p^2 \cdot \Theta(p) + (4 + \alpha) \cdot p \cdot \Theta(p) + 4 \cdot \alpha \cdot \Theta(p) = 4 \cdot U(p)$$

$$G(p) = \frac{\Theta(p)}{U(p)} = \frac{4}{p^2 + (4 + \alpha) \cdot p + 4 \cdot \alpha} = \frac{4}{(p + \alpha) \cdot (p + 4)} = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\alpha}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{4}\right)}$$

**Q2.** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $G_F(p) = \frac{\Theta(p)}{\Theta_e(p)}$ . Mettre sous forme canonique.

$$G_F(p) = \frac{K_p \cdot G(p)}{1 + K_p \cdot G(p)} = \frac{4 \cdot K_p}{p^2 + (4 + \alpha) \cdot p + 4 \cdot \alpha + 4 \cdot K_p}$$

$$= \frac{K_F}{1 + \frac{2 \cdot z_F}{\omega_{nF}} p + \frac{p^2}{\omega_{nF}^2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} K_F = \frac{K_p}{K_p + \alpha} \\ \omega_{nF} = 2 \cdot \sqrt{K_p + \alpha} \\ z_F = \frac{4 + \alpha}{4 \cdot \sqrt{K_p + \alpha}} \end{cases}$$

**Q3.** Pour un système du second ordre, il faut et il suffit que tous les coefficients du dénominateur soit positifs

**Q4.**

$$z_F = \frac{4 + \alpha}{2 \cdot \sqrt{K_p + \alpha}} > 0.5 \Rightarrow K_p < 0.25 \cdot \alpha^2 + \alpha + 4$$

soit ici pour  $\alpha = 16$ ,  $K_p < 84$ .

**Q5.**

$$\varepsilon_i = \lim_{t \rightarrow \infty} (\theta_e(t) - \theta_s(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot \Theta_e(p) - G_f(p) \cdot \Theta_e(p))$$

$$\varepsilon_i = \left( 1 - \frac{K_p}{\alpha + K_p} \right) \Theta_0 = \frac{\alpha}{\alpha + K_p} \Theta_0$$

Pour  $K_p = 84$  et  $16 \leq \alpha \leq 20$

$$\frac{4}{25} \Theta_0 \approx 3,2^\circ\text{C} \leq \varepsilon_i \leq \frac{5}{26} \approx 3,84^\circ\text{C}$$

Pour diminuer  $\varepsilon_i$ , il faut augmenter  $K_p$  mais cela va rendre le système plus oscillant (diminution de  $z_F$ ).

On choisit maintenant un régulateur proportionnel intégral :  $C(p) = K_p \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$ .

La FTBO devient :

$$\text{BO}(p) = C(p) \cdot G(p) = \frac{K_p}{\alpha} \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p \cdot \left(1 + \frac{p}{\alpha}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{4}\right)}$$

**Q6.** Déterminer la FTBO pour les valeurs suivantes de  $T_i$  et  $\alpha$ ;

$$- T_i = \frac{1}{20} \text{ et } T_i = \frac{1}{16};$$

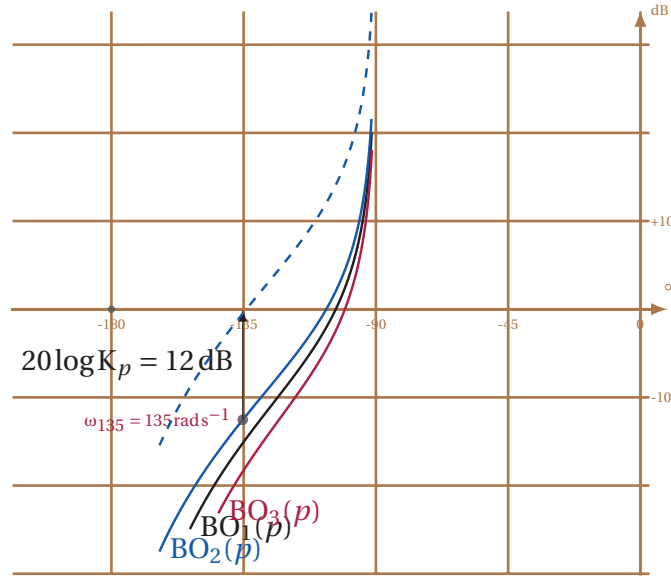


FIGURE 6.25 – Précision et paramètres - Diagrammes de Black

—  $\alpha = 20$  et  $\alpha = 16$ .

	$\alpha = 20$	$\alpha = 16$
$T_i = \frac{1}{20}$	$BO_1(p) = \frac{Kp}{p \cdot (1 + \frac{p}{4})}$	$BO_2(p) = \frac{20 \cdot Kp}{16} \frac{1 + \frac{1}{20} \cdot p}{p \cdot (1 + \frac{p}{16}) \cdot (1 + \frac{p}{4})}$
$T_i = \frac{1}{16}$	$BO_3(p) = \frac{16 \cdot Kp}{20} \frac{1 + \frac{1}{16} \cdot p}{p \cdot (1 + \frac{p}{20}) \cdot (1 + \frac{p}{4})}$	$BO_4(p) = \frac{Kp}{p \cdot (1 + \frac{p}{4})} = BO_1(p)$

TABLE 6.3 – Précision et paramètre - Fonctions de transfert

**Q7.** À partir des tracés de  $BO_1(p) = BO_4(p)$ ,  $BO_2(p)$  et  $BO_3(p)$  sur la figure 6.25, on constate que la courbe à prendre en compte (la plus « haute ») est le lieu de  $BO_2(p)$  obtenue avec  $T_i = \frac{1}{20}$ . pour obtenir une marge de phase de  $M_p = 45^\circ$  on peut décaler la courbe vers le haut de dB(12), d'où  $K_p = 10^{\frac{12}{20}} \approx 4$  (tracé corrigé en pointillé).

**Q8.** La FTBO comporte un intégrateur, le système est donc précis pour une entrée en échelon.