

MÉCANIQUE

Devoir à dominante mécanique

- Un sujet extrait et adapté d'un sujet de CAPET sur une machine de découpage laser.
- Un extrait (mécanique uniquement) du sujet de Mines-Ponts 1997 sur un simulateur de trajectoire.

Devoir 1- Machine de découpage Laser

Corrigé page 17

A. Description du support d'étude

A.1. Modélisation

Le laser est aujourd'hui utilisé dans l'industrie au travers de nombreuses applications : marquage, soudage, traitements thermiques, découpage . L'apparition de nouveaux matériaux (matières plastiques, fibres synthétiques, carbure, céramique, silicium,..) ainsi que les progrès au niveau de l'informatique industrielle (optimisation du réglage de la puissance du laser, commande d'axe) ont accéléré la recherche et le développement de cette technologie.

La machine étudiée ici permet la réalisation par découpage LASER d'éléments de carrosserie chez un constructeur de poids lourds.

Cette machine est un robot 5 axes de découpe volumique. Son architecture est présentée sur le schéma de la figure 3 et sur le graphe de structure figure 1.

- Deux translations suivant \vec{x}_0 et \vec{y}_0 ont lieu au niveau des tables 4 et 5 à mouvements croisés.
- La tête de coupe 1+2+3 peut se translater suivant \vec{z}_0 par rapport au bâti de la machine.
- Cette tête permet à la buse 1 dirigeant le faisceau de s'orienter en rotation autour des axes \vec{z}_0 et \vec{x}_1
- La pièce (P) à découper est liée complètement à la table supérieure 5.

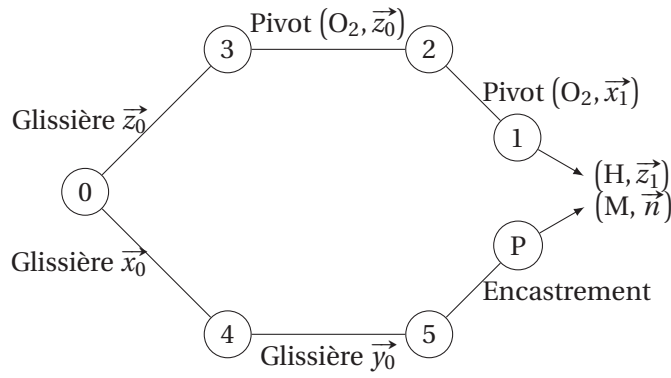
Ces différents axes sont pilotés par des moteurs à courant continu équipés de codeurs incrémentaux.

La transmission du mouvement est assurée par des engrenages à rattrapage de jeu.

Le faisceau laser est acheminé par l'intermédiaire de miroirs jusqu'à la buse ou il est focalisé à l'aide de lentilles.

A.2. Découpage laser (conditions de coupe)

La technologie de la découpe laser est très complexe et les paramètres de réglage de la machine sont nombreux. Pour que la coupe se réalise convenablement, il est essentiel que :



\vec{n} est la normale à la surface de la pièce au point M.

FIGURE 1: Graphe de structure

- le faisceau soit orienté suivant la normale au point considéré M de la surface de la pièce à découper soit (H, \vec{z}_1) colinéaire avec (M, \vec{n}) .
- le point de focalisation du faisceau laser coïncide avec le point de découpe visé de la pièce soit H et M confondus.

A.3. Identification des problèmes techniques principaux posés par le système

Ils sont de deux ordres ;

- Problème technique n°1
 - Maîtrise de l'orientation du faisceau laser.
 - Maîtrise de la coïncidence de son point de focalisation avec le point de découpe visé sur la pièce. Ce problème concerne l'architecture même du système.
- Problème technique n°2
 - Exigence quant à la précision et à la fiabilité de l'ensemble. Ce problème est lié directement au comportement des différents composants et sous-ensembles.

B. Analyse structurelle du système

Cette partie concerne le problème technique numéro 1.

Objectif de l'étude : Caractériser la structure de la machine.

B.1. Étude géométrique du modèle

Soit $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti de la machine.

On pose :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_5M} &= x_M \cdot \vec{x}_0 + y_M \cdot \vec{y}_0 + z_M \cdot \vec{z}_0, \\ \|\overrightarrow{O_1O_2}\| &= L_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{n} &= n_x \cdot \vec{x}_0 + n_y \cdot \vec{y}_0 + n_z \cdot \vec{z}_0, \\ \|\overrightarrow{O_1H}\| &= L_1. \end{aligned}$$

Le faisceau Laser est orienté suivant \vec{z}_1 par la buse de la machine, H en est son point de focalisation.

La normale à la surface de la pièce au point M considéré est notée \vec{n} .

Il s'agit de traduire, à partir des conditions de coupe, les fermetures géométriques du mécanisme, définies par le graphe de structure précédent soit :

- fermeture angulaire $\vec{n} = \vec{z}_1$,
- fermeture linéaire $\overrightarrow{O_0M} = \overrightarrow{O_0H}$

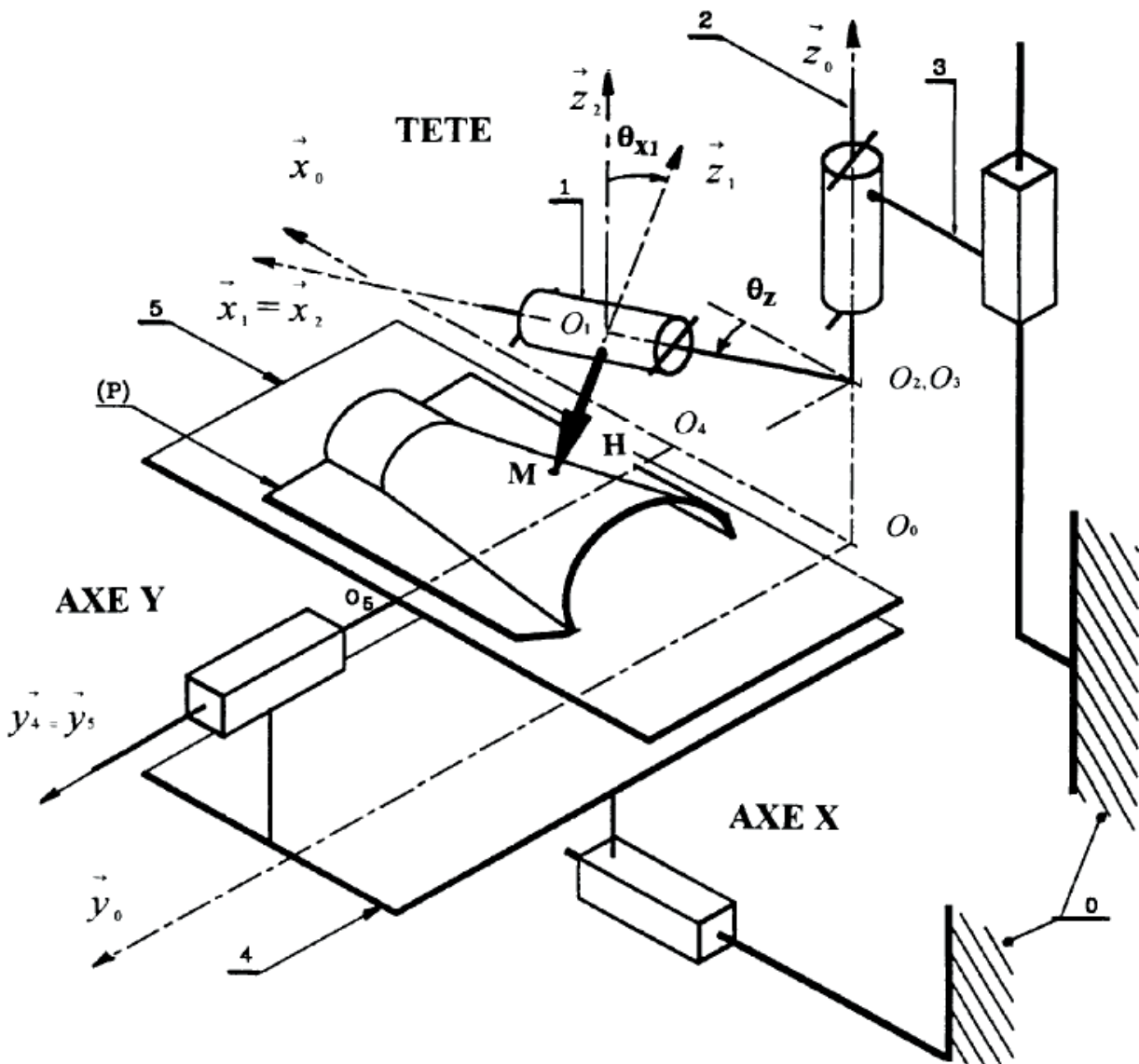


FIGURE 2: Machine de découpage laser

Q1a. Écrire la condition géométrique ($\vec{n} = \vec{z}1$) qui traduit la maîtrise de l'orientation du faisceau laser pendant la coupe.

Q1b. Écrire, en projection dans R_0 , les relations qui en découlent.

Q2. Exprimer θ_{x1} et θ_z en fonction de n_x , n_y et n_z

Ces équations seront notées respectivement 1 et 2.

Q3a. Écrire la condition géométrique ($\overrightarrow{O_0M} = \overrightarrow{O_0H}$) qui traduit la coïncidence du point H de focalisation du faisceau avec le point M de découpe visé de la pièce.

Q3b. Écrire, en projection dans R_0 , les relations qui en découlent.

Q4. Exprimer λ_x , λ_y et λ_z en fonction de x_M , y_M , z_M , θ_{x1} , θ_z , L_1 et L_2

Ces équations seront notées respectivement : 3, 4 et 5.

B.2. Validation du modèle proposé

L'architecture du système à valider est constituée de cinq axes.

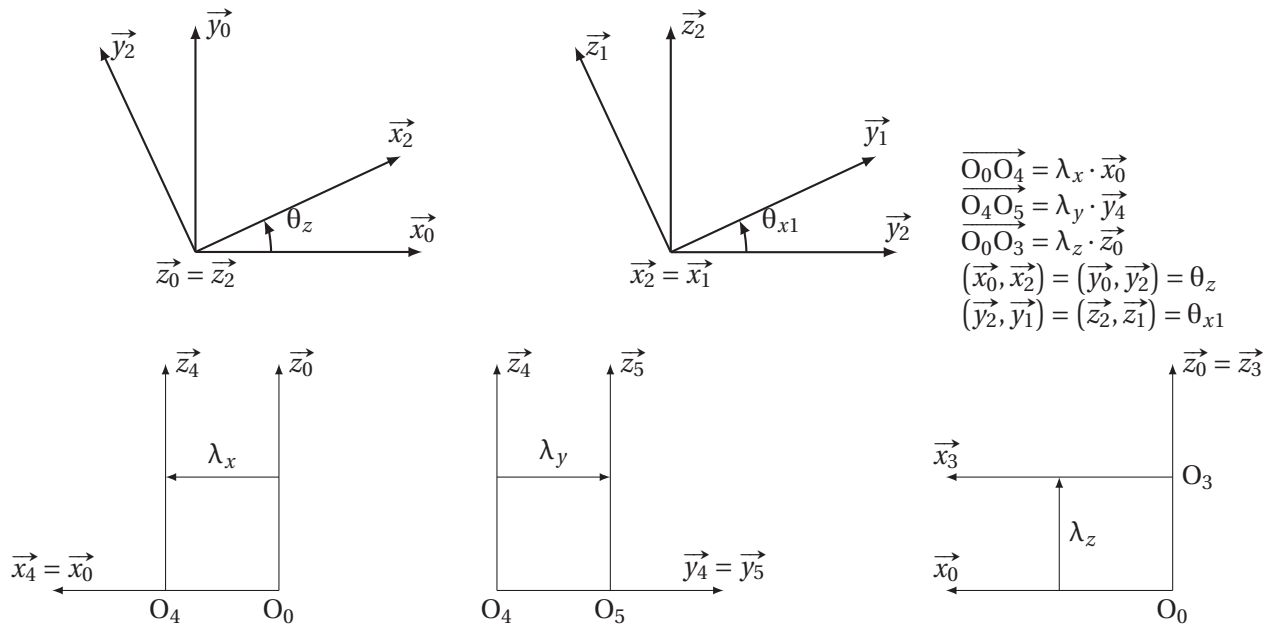


FIGURE 3: figures de calcul et données

Q5. À partir du système d'équations 1 à 5 précédentes, conclure sur les capacités de la machine à respecter les conditions de coupe.

Q6. À partir du système d'équations 1 à 5 précédentes, vérifier que, si on élimine une mobilité dans une liaison, l'on ne peut plus respecter les conditions de coupe quelle que soit la position du point M dans l'espace et la normale associée. Justifier que le mécanisme schématisé sur le document 1 est dans une configuration minimale.

C. Étude du comportement des axes de la table porte-pièce

Cette partie concerne le problème technique numéro 2 : Exigence quant à la précision et à la fiabilité de l'ensemble.

L'architecture de la table est à mouvements croisés. On se limitera ici à l'étude d'un seul de ces axes.

Objectif de l'étude : Évaluer des solutions technologiques industrielles pouvant être utilisées dans le guidage en translation des tables de cette machine.

Remarque : Pour simplifier les notations, la numérotation des pièces est différente de celle de la figure 3.

C.1. Étude de la version de base

On donne sur la figure 4 une modélisation de la structure de base du mécanisme assurant la translation de la table.

- en A, liaison pivot d'axe (A, \vec{x}) entre le bâti 1 et la vis 2,
- en B, liaison glissière hélicoïdale d'axe (B, \vec{x}) entre la table 3 et la vis 2, de pas p ,
- en H, liaison glissière d'axe \vec{x} entre la table 3 et le bâti 1
- Repères :
 - $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié au bâti 1 de la machine,
 - $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié à la vis 2.

C.2. Étude d'iso-hyperstaticité - Conséquences

On notera le torseur représentatif de l'action mécanique du solide i sur le solide j , de centre géométrique de liaison P , réduit au point M :

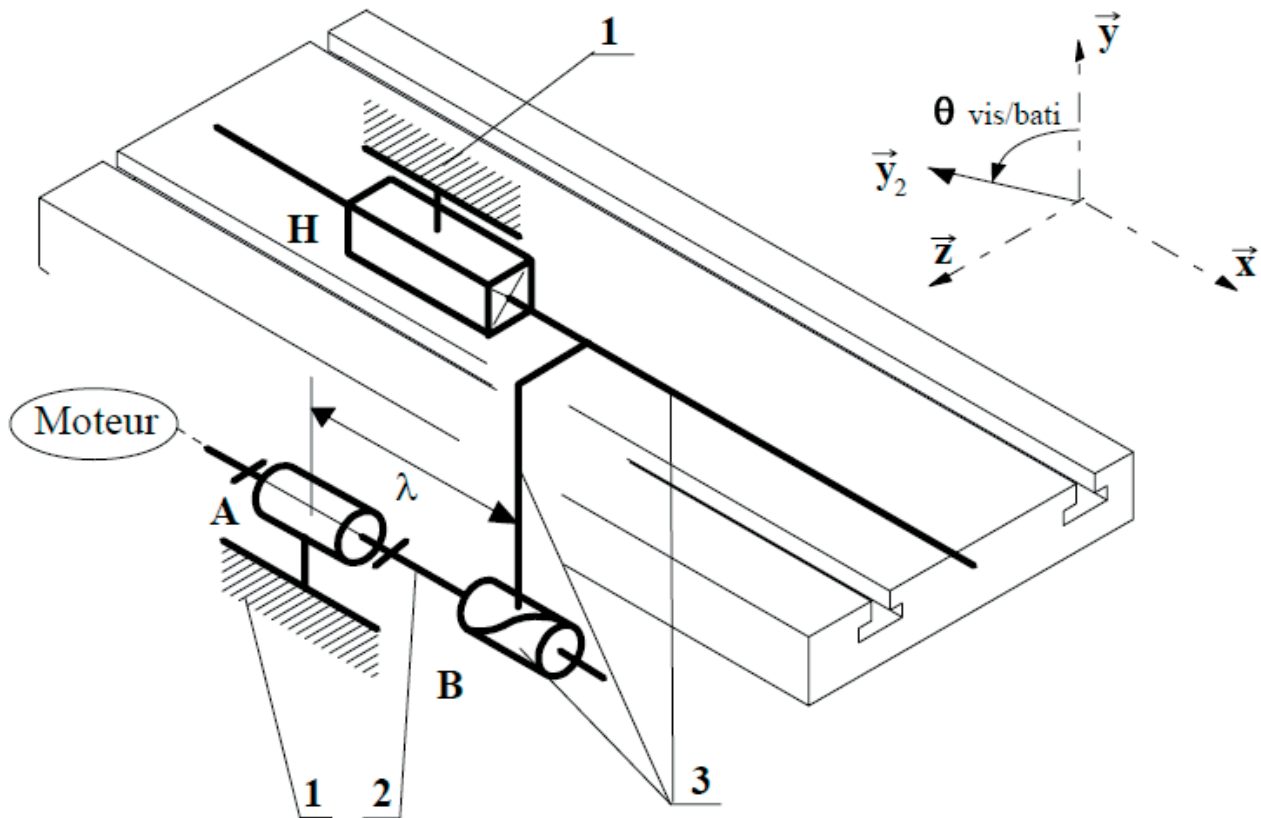


FIGURE 4: Structure de base

$$\left\{ \mathcal{F}_{i \rightarrow j} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{i \rightarrow j} = X_P \cdot \vec{x} + Y_P \cdot \vec{y} + Z_P \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_{M, i \rightarrow j} = L_P \cdot \vec{x} + M_P \cdot \vec{y} + N_P \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_M$$

Iso-hyperstaticité

Hypothèses :

- Les solides sont supposés indéformables ;
- Les liaisons sont supposées sans jeux ;
- Les surfaces de contact sont supposées géométriquement parfaites.

Q7. Pour cette modélisation du mécanisme, conduire une étude statique et déterminer le degré d'hyperstaticité du mécanisme.

Q8. Quelles sont les composantes de l'action de liaison en B qu'il serait nécessaire d'annuler pour rendre le système isostatique. Quelles sont les conditions géométriques à imposer sur les axes des liaisons pour permettre un fonctionnement correct du mécanisme. Aucune valeur numérique n'est attendue.

C.3. Étude des actions mécaniques

Hypothèses :

- les poids des pièces sont négligés (sauf celui de l'ensemble table et pièce à découper) devant les autres actions mécaniques ;
- les efforts de coupe sont négligés devant les autres actions mécaniques ;
- l'action mécanique du moteur sur la vis 2 est supposée réduite à un couple C_m porté par l'axe de rotation .
- le repère $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié à 1 et supposé galiléen.

- les liaisons sont parfaites hormis la liaison glissière entre le bâti 1 et la table 3, le torseur de l'action transmissible s'écrit alors : $\{\mathcal{F}_{1 \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{1 \rightarrow 3}} = T_H \cdot \vec{x} + Y_H \cdot \vec{y} + Z_H \cdot \vec{z} \\ \overrightarrow{M_{H,1 \rightarrow 3}} = L_H \cdot \vec{x} + M_H \cdot \vec{y} + N_H \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_H$ avec $|T_H| = f \cdot |Y_H|$ la composante tangentielle des frottements qui s'oppose au déplacement de la table et f le coefficient de frottement.

- la géométrie du mécanisme est supposée parfaite, dans ces conditions on peut supposer que $Y_B = Z_B = M_B = N_B = 0$ et dans ces conditions, le torseur de l'action de l'écrou sur la vis s'écrit :

$$\{\mathcal{F}_{3 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{3 \rightarrow 2}} = X_B \cdot \vec{x} \\ \overrightarrow{M_{B,3 \rightarrow 2}} = L_B \cdot \vec{x} \end{array} \right\}_B$$

Données :

- M : masse totale de la table 3 et de la pièce P, $M = 300 \text{ kg}$;
- p : pas du système vis écrou (à droite), $p = 10 \text{ mm}$;
- C_m : couple exercé par le moteur sur la vis 2, $C_m = 8 \text{ Nm}$;
- I_2 : moment d'inertie de la vis 2 par rapport à l'axe (A, \vec{x}) , $I_2 = 0,0018 \text{ kgm}^2$.

Notations :

- θ : caractérise la position angulaire de la vis 2 par rapport au bâti 1 (figure 4) ;
- λ : caractérise la position de l'ensemble écrou et table 3 par rapport au bâti 1 ;
- $V_3 = \dot{\lambda}$: valeur algébrique de la vitesse de l'ensemble 3 par rapport au bâti 1 ;
- $\Gamma_3 = \ddot{\lambda}$: valeur algébrique de l'accélération de l'ensemble 3 par rapport au bâti ;
- $\omega = \dot{\theta}$: valeur algébrique de la vitesse angulaire de la vis 2 par rapport à 1 ;
- $\ddot{\theta}$: valeur algébrique de l'accélération angulaire de la vis 2 par rapport à 1 ;

Q9. Liaison hélicoïdale

Q9a. Écrire le torseur cinématique de la liaison hélicoïdale, préciser la relation entre $\dot{\lambda}$ et $\dot{\theta}$.

Q9b. Justifier l'hypothèse $Y_B = Z_B = M_B = N_B = 0$.

Q9c. Rappeler la relation entre X_B et L_B en fonction de pas p .

Q10. Étude dynamique de la vis 2

Q10a. Établir l'inventaire des actions mécaniques appliqués sur la vis 2.

Q10b. Déterminer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}_{2/1}\}$ en B.

Q10c. Écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à la vis 2.

Q10d. En déduire l'équation différentielle reliant C_m , X_B et les données du mécanisme.

Q11. Étude dynamique de la table

Q11a. Écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à la table 3.

Q11b. En déduire l'équation différentielle reliant $\ddot{\lambda}$, M , et X_B .

Q12. Déterminer l'équation différentielle donnant C_m en fonction de $\ddot{\theta}$, M et les différentes données du mécanisme.

C.4. Modification de la structure de base

On se propose d'insérer un écrou flottant entre la vis et la table.

L'écrou flottant (principe sur la figure 5) est constitué d'un écrou 2a sur lequel sont fixés deux centreurs 5 et 6 (on note l'ensemble $E = \{2a, 5, 6\}$), les deux centreurs peuvent pivoter et coulisser librement dans la bague 2a suivant l'axe (B, \vec{y}) . Les deux centreurs 7 et 8 sont solidaires de la bague 2b (on note $B = \{2b, 7, 8\}$), cet ensemble peut pivoter et coulisser librement dans le table 4 suivant l'axe (B, \vec{z}) .

Cet aménagement permet de modifier le degré d'hyperstaticité de l'ensemble.

Q13.

Q13a. Tracer le graphe des liaisons limité aux solides $\{2, E, B, 4\}$

Q13b. Modéliser sous forme d'un schéma cinématique tridimensionnel polychrome, l'écrou flottant situé entre la vis 2 et la table 4 (voir le document réponse 1.)

Q14. Compléter le schéma cinématique du document réponse 1.

Q15. Déterminer, sans calculs complexes, le degré d'hyperstaticité de l'ensemble complet modélisé sur le document réponse 1.

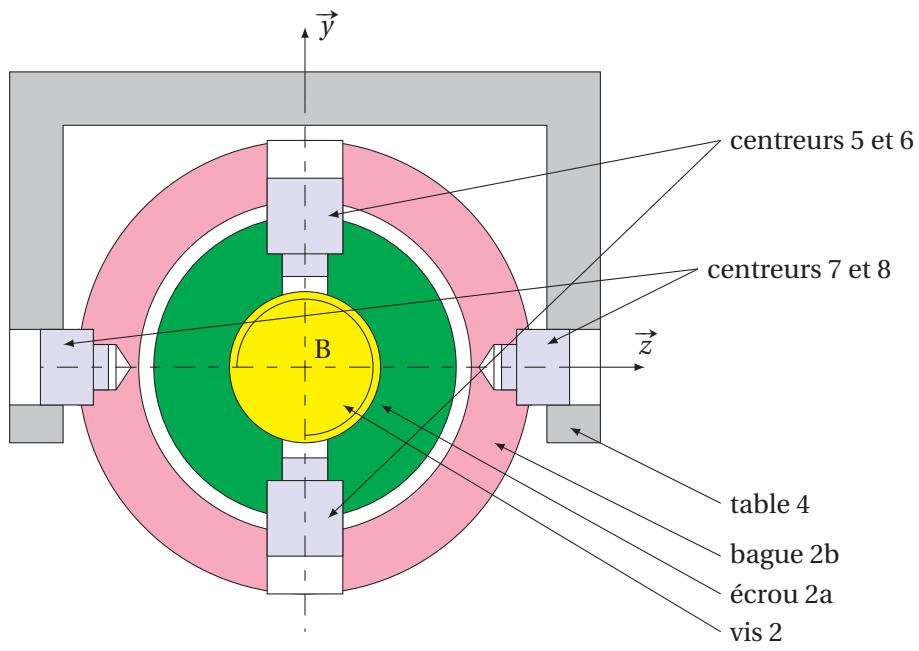
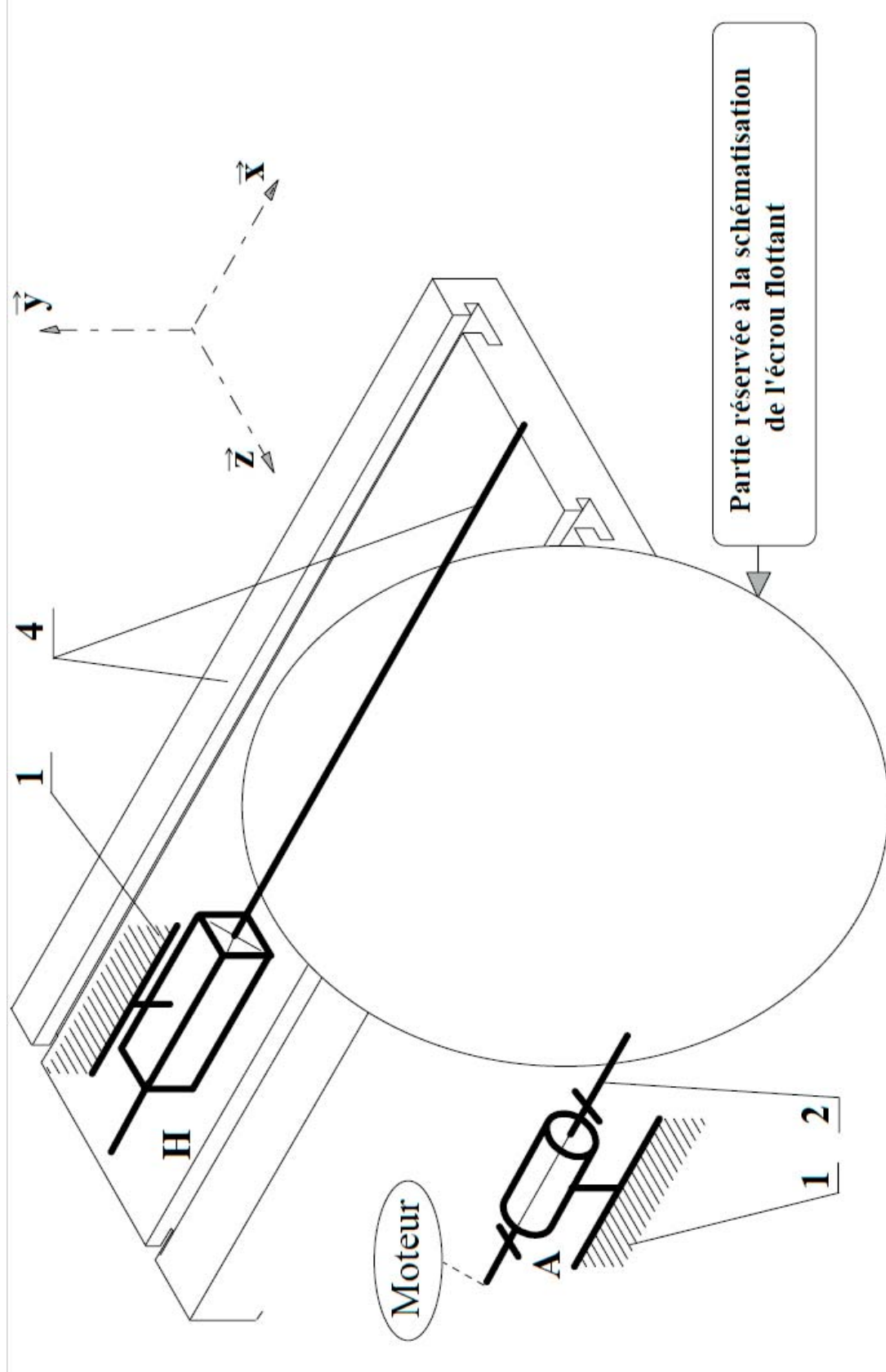


FIGURE 5: Schéma de principe de l'écrou flottant

Q16. Conclure

DR-1. Schéma cinématique à compléter



A. Présentation du système

Le Service des Grands Moyens d'Essais de l'O.N.E.R.A. (Office National d'Etudes et de Recherches Aéros spatiales) a réalisé un système de trajectographie captive. Lors du largage d'une charge par un avion porteur (missile, réservoir ...), la trajectoire réelle de la charge s'écarte parfois considérablement de la trajectoire souhaitée. Du fait des phénomènes fortement non-linéaires qui caractérisent les écoulements aérodynamiques, il se peut que la charge larguée soit prise dans les turbulences engendrées par l'avion et revienne percuter celui-ci.

Pour étudier ces phénomènes, il est en principe possible de former un modèle théorique (par exemple basé sur les équations de la mécanique du solide et de la mécanique des fluides) implanté sur un système informatique qui résout numériquement ces équations. Or dans les cas complexes, ce calcul numérique est encore hors de portée des meilleurs codes de calcul et des meilleurs ordinateurs actuels. On a donc recours à ce que les ingénieurs utilisent depuis l'Antiquité : un modèle matériel, une maquette.

Celle-ci consiste en une maquette d'avion à l'échelle 1/6, larguant une maquette de la charge à la même échelle. Chacune est portée par un bras articulé, doté de nombreux degrés de liberté et pouvant reproduire tous les mouvements tridimensionnels des objets portés (cf. Figure 6, page 9 et figure DS.7(b), page 11).

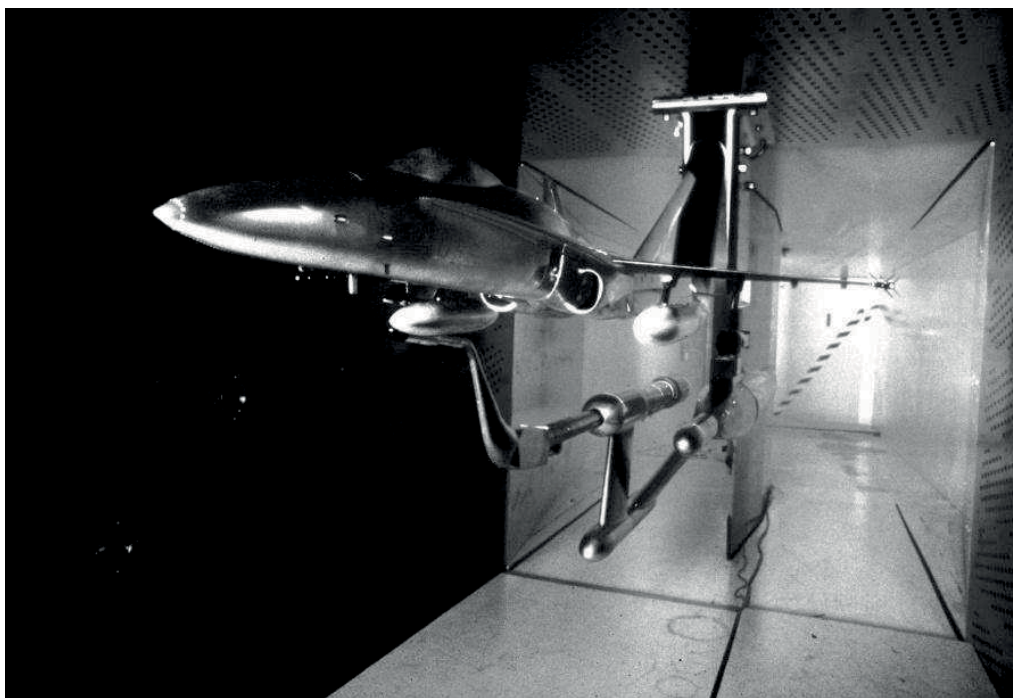


FIGURE 6: Maquette dans le simulateur

En repère d'étude galiléen, les bilans des efforts extérieurs aux solides en présence (avion et charge) se réduisent au poids et aux efforts d'origine aérodynamique. C'est pourquoi on place les maquettes en soufflerie. Les phénomènes de mécanique des fluides obéissent à des similitudes : à partir des grandeurs physiques observées à une certaine échelle, on peut déduire la valeur de ces mêmes grandeurs à une autre échelle. Le respect des règles de similitude conduit cependant à une échelle de maquette proche de l'avion réel. Ceci explique l'importance des moyens matériels en jeu : la partie centrale de la soufflerie a huit mètres de diamètre sur une longueur de quatorze mètres. La fonction du système de trajectographie est d'observer une trajectoire représentative de la trajectoire réelle de la charge larguée par rapport à l'avion en vol.

Le système sert de moyen de mesure et de commande. La simulation de trajectoire se fait de façon statique, pas à pas. L'avion et la charge sont placés par le système de commande de chaque bras en une position donnée. Les efforts aérodynamiques sur la charge sont alors mesurés. On en déduit, par les équations de la mécanique du solide, la position de la charge après un incrément de temps (c'est à dire une durée δt finie, choisie à l'avance, et faible par rapport à la durée totale du largage). On commande alors le déplacement jusqu'à la nouvelle position, et on itère. A la fin de l'essai, la suite mémorisée des positions successives est analysée.

Dans ce sujet, on s'intéressera à une sous-partie du système automatisé de déplacement de la charge par son bras "robotisé".

B. ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE DU SYSTÈME

B.1. DESCRIPTION SÉQUENTIELLE DU FONCTIONNEMENT

Q1. Établir la description séquentielle d'un essai. Cette description sera construite à partir des tâches correspondant aux fonctions principales du système de trajectographie (par exemple « Remettre la Partie Opérative en état initial ») ainsi que des informations globales (par exemple « Fin de trajectoire atteinte »). Le formalisme à utiliser est laissé à l'initiative du candidat : grafcet, algorithme sous quelque forme que ce soit (organigramme, description en « pseudo-langage »), etc. Cette étude est située en amont de l'analyse, et la synthèse ne préjuge ni des choix technologiques de la Partie Opérative, ni a fortiori de ceux de la Partie Commande.

B.2. ORGANISATION MÉCANIQUE DE LA PARTIE OPÉRATIVE

La nécessité de pouvoir simuler des trajectoires complexes a conduit à la réalisation d'un nombre important de liaisons entre les éléments du bras support. Elles sont décrites sur la figure 8, page 12.

Les rotations entre les éléments d'un même bras sont données par des moto-réducteurs (ensemble moteur + réducteur) intégrés au bras. Les mouvements entre les différents bras sont engendrés par des vérins électriques à vis.

Q2. Réaliser le schéma cinématique du bras support de charge en faisant apparaître les mouvements entre les pièces principales, et les dispositifs de transformation de mouvement.

C. VÉRIFICATION DES PERFORMANCES

C.1. ÉTUDE CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE D'UN SOUS ENSEMBLE DE ROTATION.

ÉTUDE D'UN MOUVEMENT DE LA CHARGE.

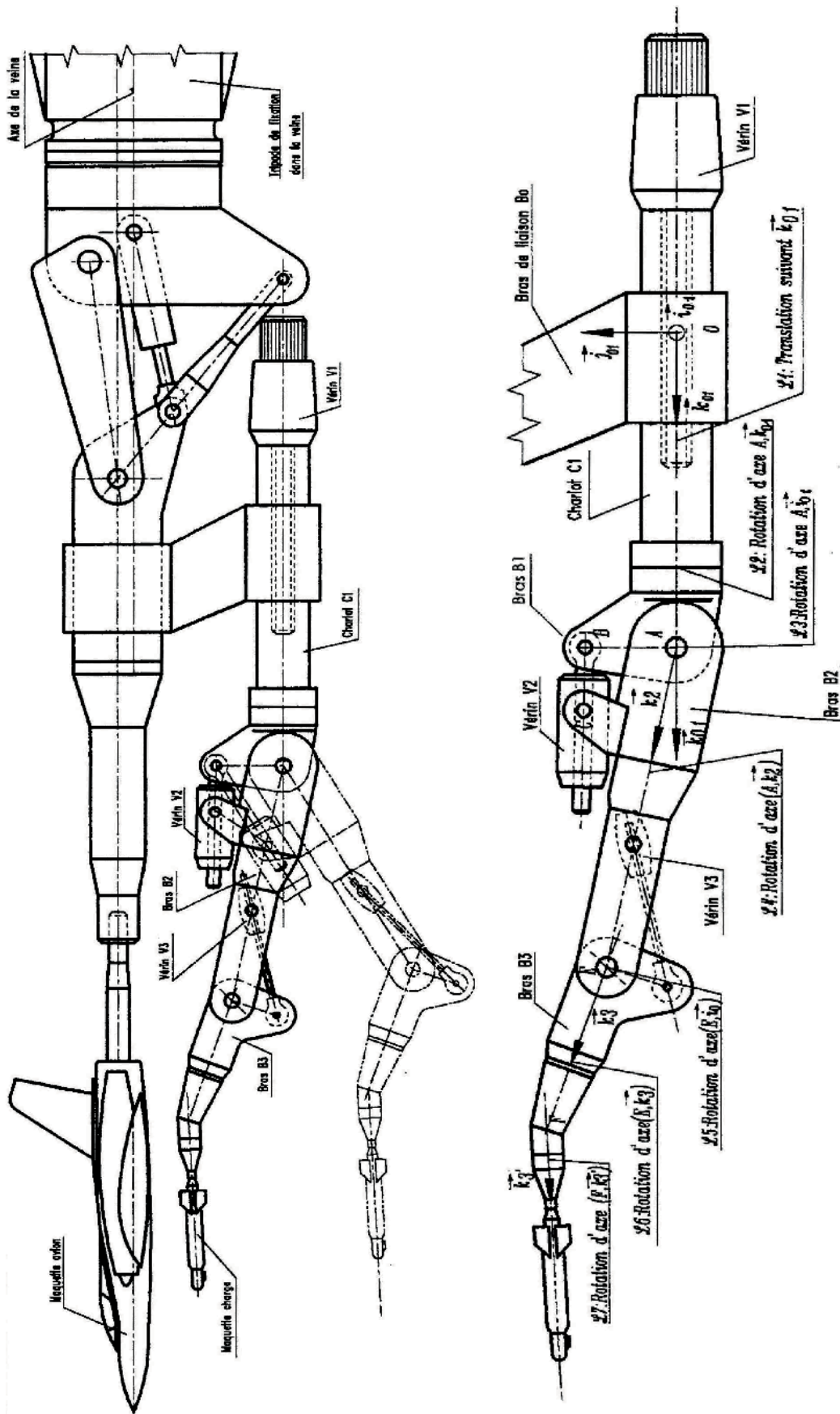
La définition d'une trajectoire de la charge nécessite d'imposer, en permanence, des relations entre les valeurs instantanées des paramètres cinématiques. On se propose de le montrer dans un cas simple. Seules les liaisons L_1 , L_3 , et L_5 sont animées (voir le paramétrage de position sur la figure 8 page 12). Dans ce cas, le bras de liaison BD est noté « 0 », l'ensemble $C_1 \cup B_1$ forme un solide noté « 1 », les deux parties du bras B_2 forment un solide noté « 2 », les deux parties du bras B_3 et la charge forment un solide noté « 3 ».

Notations :

- Dans un problème plan (O, \vec{j}, \vec{k}) , le torseur cinématique associé au mouvement d'un solide m par rapport à un solide n s'écrit au point P et sur la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$TV_{m/n_P} = \left\{ \begin{array}{l} \Omega_{m/n} = \omega_{m/n} \cdot \vec{i} \\ \vec{V}_{(P,m/n)} = V_y(P, m/n) \cdot \vec{j} + V_z(P, m/n) \cdot \vec{k} \end{array} \right\}_P$$

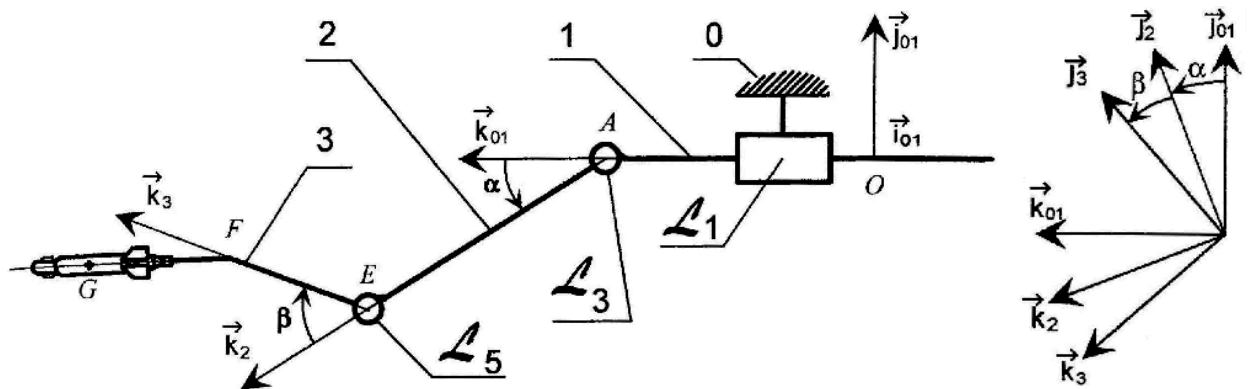
- Un vecteur lié à un solide porte l'indice du solide ; exemple : \vec{k}_2 .
- Un vecteur lié à deux solides porte les indices des solides ; exemple : \vec{k}_{01} .



(a) Système de trajectographie captive

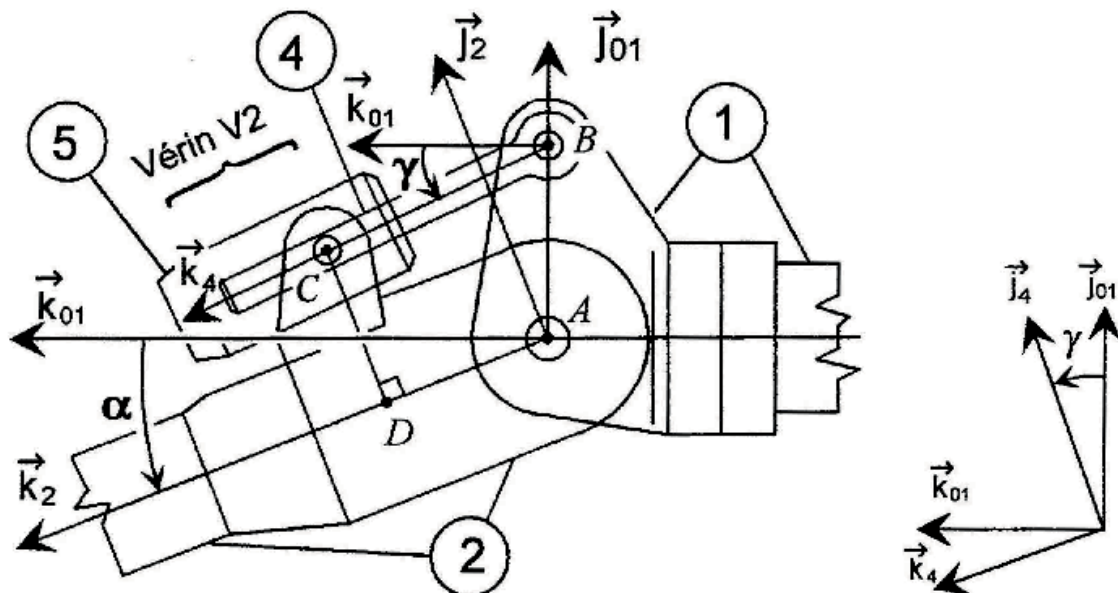
(b) Bras support de la maquette de charge

FIGURE 7:



- Liaison 0/1 : R_1 se déduit de R_0 par la translation $\vec{OA} = \lambda \cdot \vec{k}_{01}$.
- Liaison 1/2 : R_2 se déduit de R_1 par la rotation d'axe (A, \vec{i}_{01}) et d'angle $\alpha(t) = (\vec{j}_{01}, \vec{j}_2)$.
- Liaison 2/3 : R_3 se déduit de R_2 par la rotation d'axe (E, \vec{i}_{01}) et d'angle $\beta(t) = (\vec{j}_2, \vec{j}_3)$.
- Données : $AE = L_2$, $EF = L_3$, $FG = L'_3$.

FIGURE 8: Modèle cinématique et figures de calculs



- Liaison 4/5 : R_5 se déduit de R_4 par la translation $\vec{BC} = \mu(t) \cdot \vec{k}_4$.
- Liaison 1/4 : R_4 se déduit de R_1 par la rotation d'axe (B, \vec{i}_{01}) et d'angle $\gamma(t) = (\vec{j}_{01}, \vec{j}_4)$.
- Données : $AB = h$, $AD = \ell$, $DC = a$.

FIGURE 9:

Q3. Donner l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}(F, 3/0)$ du point F, lié à la charge (solide 3), dans son mouvement dans le repère R_0 (lié au bras 0) en fonction du paramétrage proposé. (On exprimera le résultat sous la forme vectorielle la plus simple, utilisant les vecteurs unitaires définis sur la figure 8).

Dans le repère lié à l'avion, un des mouvements de la charge (3/0) les plus simples que l'on puisse envisager est une translation selon \vec{j}_{01} . Dans ce cas :

- Q4.** Quelle relation existe-t-il entre $\omega_{2/1}$ et $\omega_{3/2}$?
Q5. Quelle relation existe-t-il alors entre α , $\dot{\alpha}$ et λ ?
Q6. Donner l'expression de la norme de $\vec{V}(F, 3/0)$.

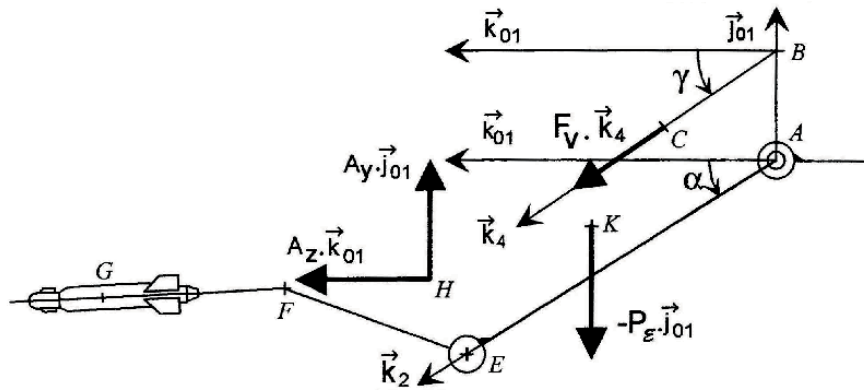


FIGURE 10:

Q7. Donner l'expression du vecteur $\overrightarrow{V(G,3/0)}$.

La rédaction des calculs et justifications sera concise et, s'il le faut, résumée.

Par la suite, on envisage d'autres mouvements de la charge par rapport à l'avion.

C.2. ÉTUDE DU DISPOSITIF ANIMANT LA LIAISON L_3 (voir figure 9 page 12).

Le vérin à vis V_2 permet d'animer la liaison L_3 grâce à un mécanisme assurant une transformation de mouvement : la translation de la tige 4 du vérin par rapport au corps 5 provoque une rotation du solide 2 par rapport au solide 1. Ce vérin doit être piloté de manière à assurer un mouvement de la charge conforme aux efforts mesurés. Cette transformation de mouvement s'exprime par deux lois entrée-sortie reliant la translation de la tige 4 du vérin à la rotation du solide 2 :

$$\mu = f(\alpha) \quad \text{et} \quad \dot{\mu} = g(\alpha, \dot{\alpha}) \quad \text{où } (\mu, \dot{\mu}, \alpha, \dot{\alpha}) \text{ sont des fonctions du temps.}$$

Q8. A l'aide du paramétrage proposé sur la figure 9 page 12, donner une équation vectorielle traduisant la disposition géométrique des liaisons entre les solides 1, 2, 4, 5.

Q9. Éliminer γ de cette équation vectorielle pour en déduire la loi entrée-sortie des espaces $\mu = f(\alpha)$.

La courbe ci-contre (figure 11) donne une représentation de la variation de μ dans un domaine où α est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$.

Les dispositions constructives placent la zone d'évolution du bras dans un domaine où α varie de $-0,26$ à $+0,70$ rad.

Q10. Quel avantage ces dispositions constructives procurent-elles ?

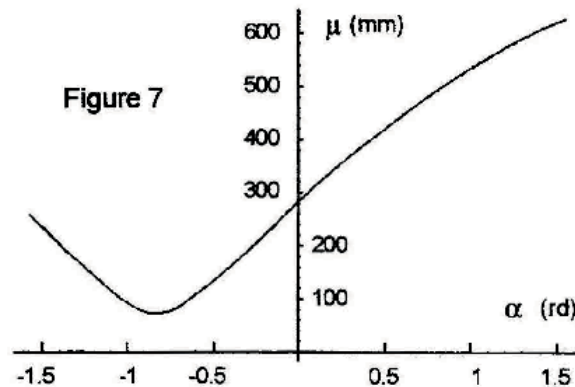


FIGURE 11:

Q11. Établir la relation $\dot{\mu} = g(\alpha, \dot{\alpha})$.

C.3. ÉVALUATION GRAPHIQUE D'UNE VITESSE

On souhaite évaluer très rapidement la norme de la vitesse du point G dans le repère R_0 en utilisant les valeurs moyennes.

Q12. Seules les liaisons L_1 et L_3 étant animées, tracer le vecteur $\overrightarrow{V(G,3/0)}$ sur le document réponse 1 à partir des données ci-dessous.

Les constructions intermédiaires seront faites très clairement. On utilisera de préférence le code des couleurs suivant : Tous les éléments concernés ($\vec{V}(P, n/n)$, $CIR_{(m/n)}$, etc.) de chaque mouvement relatif (solide m / solide n) seront représentés par une couleur spécifique. Si le CIR (Centre Instantané de Rotation) de (m/n) est dans la figure, on utilisera la représentation fig. 8 ci-contre, pour $\vec{V}(P, n/n)$.

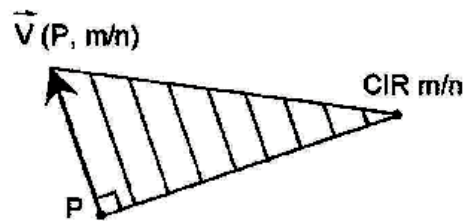


FIGURE 12:

Données :

- Vitesse de sortie de la tige 4 dans le corps de vérin 5 : 20 mm s^{-1} .
- Vitesse de déplacement du chariot C_1 dans le sens $+k_{01}$: 20 mm s^{-1} .
- Échelle du tracé pour la détermination de $\vec{V}(C, 2/0)$: 1 mm s^{-1} .
- Échelle du tracé pour la détermination de $\vec{V}(G, 3/0)$: 2 mm s^{-1} .

C.4. ÉTUDE DYNAMIQUE (voir figure 10 page 13)

Les déplacements donnés aux différentes parties du bras doivent permettre un mouvement conforme à celui qui est attendu. Or les masses considérables des bras, et les actions aérodynamiques de l'air en mouvement dans la veine sur ceux-ci, ne peuvent être négligées.

Dans ce paragraphe, seule la liaison L_3 est animée. L'ensemble $[0 \cup 1]$ forme donc un solide, de repère noté R_{01} ; l'ensemble $[2 \cup 3]$ forme un solide, noté ε_{23} que l'on isole.

Les actions aérodynamiques sur cet ensemble, notées $\{A \rightarrow \varepsilon_{23}\}$, sont représentables par un glisseur passant par un point H représenté sur la figure 10 page 13 et défini par :

$$\vec{AH} = Y_H \cdot \vec{j}_{01} + Z_H \cdot \vec{k}_{01} \text{ et } \{A \rightarrow \varepsilon_{23}\}_H = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{A \rightarrow \varepsilon_{23}} = A_y \cdot \vec{j}_{01} + A_z \cdot \vec{k}_{01} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_H$$

$$\text{L'action du vérin } V_2 \text{ sur } B_2 \text{ est représentée par le glisseur } \{V_2 \rightarrow B_2\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{V_2 \rightarrow B_2} = F_v \cdot \vec{k}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$$

K, le centre d'inertie de l'ensemble ε_{23} est défini par : $\vec{AK} = Y_K \cdot \vec{j}_2 + Z_K \cdot \vec{k}_2$;
le poids de l'ensemble est P_e .

Le moment d'inertie de cet ensemble ε_{23} par rapport à l'axe (A, \vec{i}_{01}) est noté J_e . La liaison 1/2 est parfaite, le repère R_{01} est supposé galiléen.

Q13. Écrire le théorème du moment dynamique en A, en projection sur \vec{i}_{01} appliqué à l'ensemble ε_{23} , dans son mouvement par rapport au galiléen.

Q14. Une évaluation de l'effort fourni par le vérin peut être obtenue dans le mouvement à $\dot{\alpha}$ constant. Donner dans ce cas l'expression de F_v . (On n'explicitera pas γ).

D. ÉTUDE DE L'ASSERVISSEMENT DU SOUS-ENSEMBLE DE ROTATION

La figure 13 est un zoom sur le vérin électrique V_2 , commandant le mouvement de rotation de l'articulation L_3 . L'actionneur est un moteur à courant continu à commande d'induit, bien adapté à la commande d'axe. Les liaisons mécaniques qui constituent l'effecteur transforment la rotation de son arbre (a) en translation de la tige 4 par rapport au corps 5, et donc en rotation de l'ensemble ε_{23} par rapport à 1. Cette partie de l'épreuve est consacrée à l'étude de l'asservissement du moteur.

Même si la mesure est réalisée de façon statique, le déplacement d'une position à une autre doit obéir à une loi de vitesse choisie à l'avance ; de plus, la durée totale de l'essai dépend en partie de la rapidité de cet asservissement. Il est donc naturel de réaliser un "asservissement de vitesse" sur $\omega(t)$, à partir d'une consigne de pulsation de rotation $\omega_c(t)$ élaborée par la Partie Commande. Cet "asservissement de vitesse" sera complété par un asservissement de position qui n'est pas étudié ici.

Dans toute cette partie seule la liaison L_3 est animée.

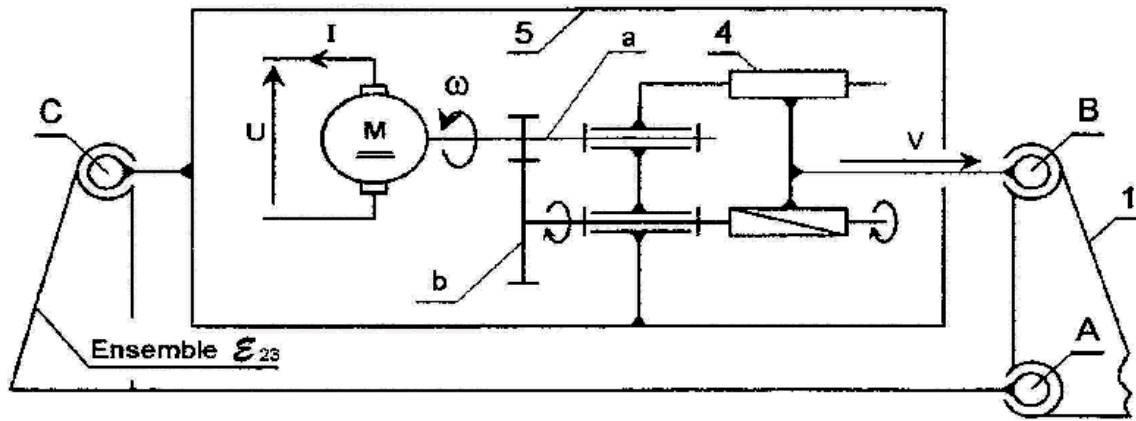


FIGURE 13: Sous ensemble de rotation

D.1. MOMENT D'INERTIE ÉQUIVALENT (voir figure 13)

Dans cette partie, on se propose de montrer que, du point de vue du moteur, la transmission en aval se comporte comme un seul arbre en rotation, d'un moment d'inertie dit « équivalent » noté J_{eq} .

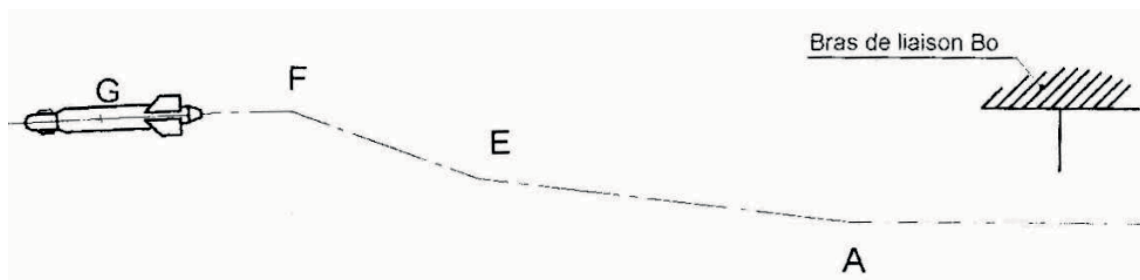
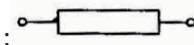
Dans cette question seulement, on notera ω_a et ω_b les pulsations de rotation des arbres (a) et (b) par rapport à 5 ; v désigne la vitesse de 4 par rapport à 5. On appelle R_a et R_b les rayons des roues dentées (a) et (b), et p le pas de la liaison hélicoïdale entre (b) et 4, c'est à dire la valeur de la translation de 4 obtenue pour un tour de (b). La distance AB est h. Les moments d'inertie de (a) et (b) par rapport à leurs axes sont respectivement J_a et J_b celui de ε_{23} par rapport à (A, \vec{i}_{01}) est J_e .

Hypothèses simplificatrices : La masse de 4 est négligée. R_{01} est supposé galiléen. Par rapport à ω_a et ω_b , $\dot{\alpha} = \omega_{2/1}$ et $\dot{\gamma} = \omega_{5/1}$ sont assez faibles pour pouvoir considérer R_5 comme galiléen en première approximation. Par contre l'énergie cinétique de 2 par rapport à R_{01} n'est pas négligeable du fait du grand moment d'inertie J_e .

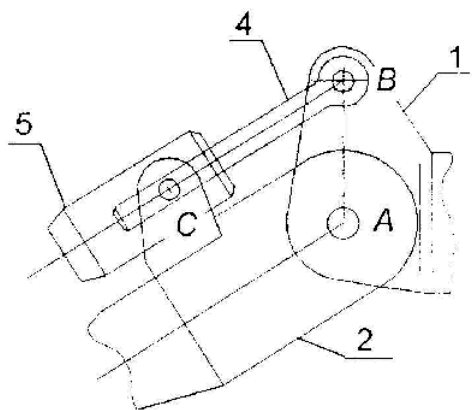
Q15. Écrire l'énergie cinétique du système (a,b,4,5, ε_{23}) par rapport à R_{01} dans la position de la figure 13, c'est à dire $\gamma = 0$, soit $\vec{AB} \perp \vec{BC}$. En déduire J_{eq} .

DR-1. Schéma cinématique à compléter

On utilisera pour représenter les vérins articulés, le symbole suivant :

**DR-2. Évaluation graphique d'une vitesse**

– première construction : échelle : 1 mm de figure = 1 mm s⁻¹



– deuxième construction : échelle : 1 mm de figure = 2 mm s⁻¹

