

1.4 Feuille de travaux dirigés n°1a

colle 1 - Vilebrequin

Corrigé page 31

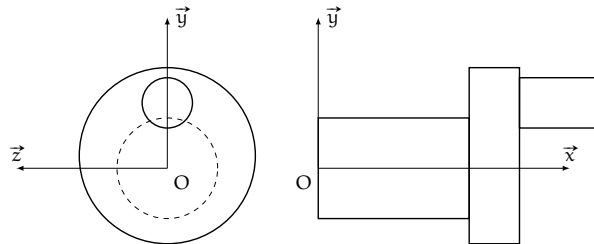
A. Cours

- Q1. Rappeler la matrice d'inertie d'un cylindre
- Q2. Rappeler le théorème de Huygens.

B. Exercice

Un vilebrequin S est constitué de 3 cylindres de révolution S_1, S_2, S_3 d'axes parallèles à (O, \vec{x})

- S_1 : centre d'inertie $G_1(0,0,0)$ rayon R_1 , longueur L_1 ;
- S_2 : centre d'inertie G_2 rayon R_2 , longueur L_2 ;
- S_3 : centre d'inertie G_3 rayon R_3 , longueur L_3 ;



- Q3. Quelle est la forme de la matrice d'inertie du vilebrequin en O ? Précisez le repère.
- Q4. Déterminez la matrice d'inertie du vilebrequin en O dans la base B .
- Q5. Déterminez la position du centre d'inertie de l'ensemble

Exercice 2 - Vibreur de téléphone

Corrigé page 31

On considère un demi-disque homogène (D) de rayon R, d'épaisseur h et de masse volumique ρ . On définit le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ tel que les plans $O\vec{x}\vec{y}$ et $O\vec{y}\vec{z}$ coupent le solide (D) en 2 parties égales (figure 1.11a).

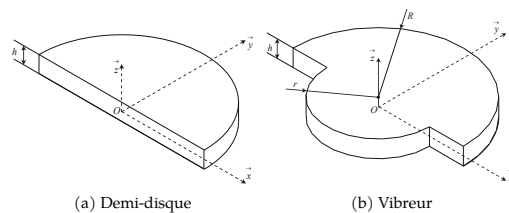


FIGURE 1.11 – Modélisation du vibreur

- Q1. Déterminer la masse m_D du demi-disque (D_d) en fonction de R, h et ρ .
- Q2. Déterminer la position du centre de masse G du demi-disque (D_d) en fonction de R.
- Q3. Déterminer le moment d'inertie $I_{Oz}(D)$ du demi-disque (D_d) par rapport à l'axe (O, \vec{z}) en fonction de m_D et R.

Un vibreur pour téléphone mobile consiste à faire tourner à grande vitesse un solide (S), d'épaisseur constante h, formé de deux demi-disques de rayon R et r avec $r < R$ et accolés comme représenté sur

la figure 1.11b; (V) et (D_d) présentent les mêmes plans de symétrie et (V) est un solide homogène de masse volumique ρ .

- Q4. Déterminer la masse M du solide (V) en fonction de ρ, h, r et R.
- Q5. Déterminer la position du centre de gravité G_v en fonction de R et r.
- Q6. Déterminer le moment d'inertie $I_{Oz}(S)$ du solide (S) par rapport à l'axe (O, \vec{z}) en fonction de m_D, r et R.

Exercice 3 - Sphéricône

Corrigé page 32

On obtient un sphéricône (figure 1.12) à partir d'un double cône de 90° d'angle au sommet coupé en deux par un plan passant par l'axe puis recollé après une rotation de 90° .

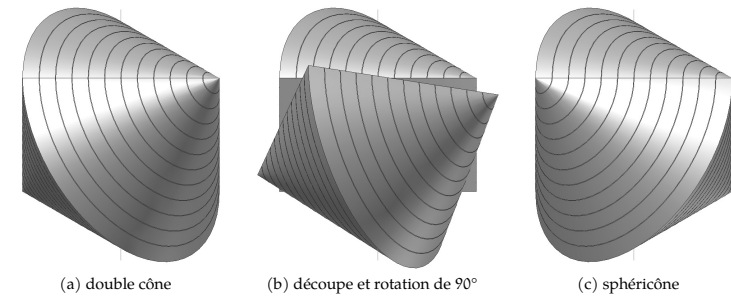


FIGURE 1.12 – Du double cône au sphéricône

On se propose de déterminer les caractéristiques cinétiques du sphéricône et de les comparer à celles du double cône.

Le sphéricône peut se décomposer en 4 demi-cônes de rayon R et de demi-angle au sommet 45° .

- Q1. Déterminer par des considérations géométriques la position du centre d'inertie G et la forme de la matrice d'inertie du sphéricône en G (préciser la base).
- Q2. Précisez la forme de la matrice d'inertie d'un demi-cône en O dans la base.
- Q3. En déduire celle du sphéricône.
- Q4. Déterminez la matrice d'inertie du demi-cône en ne calculant que les termes utiles pour la matrice du sphéricône puis celle du sphéricône. Écrire cette matrice en fonction de M_c , la masse du double cône.

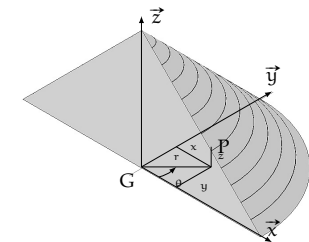


FIGURE 1.13 – Paramétrage du sphéricône

Exercice 4 - Étude cinétique d'une machine d'impression

Concours ESIM 2001

Corrigé page 33

A. Présentation

Le système étudié est une presse d'imprimerie 4 couleurs de type Off-set permettant d'imprimer en grande série.

La presse est constituée de quatre groupes d'impression (voir figure 1.15) :

- 3 pour les couleurs primaires (magenta, cyan et jaune)
- 1 pour le noir.

Un groupe d'impression comprend un système de mouillage, un système d'encre, un cylindre porte plaque + plaque, un cylindre blanchet et un cylindre presseur (voir figure 1.14).

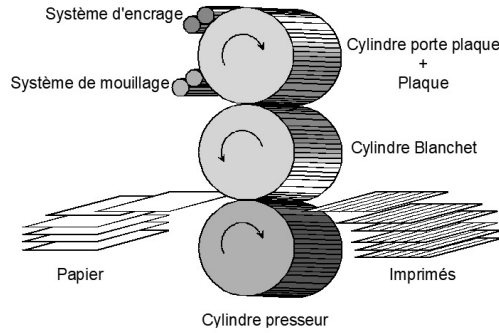


FIGURE 1.14 – Groupe d'impression

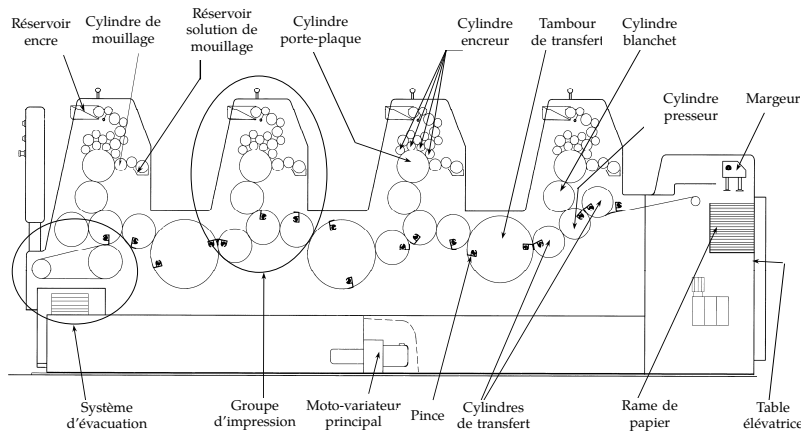


FIGURE 1.15 – Presse d'imprimerie 4 couleurs

B. Étude de la mise en route du moto-variateur principal

Le moto-variateur (moteur+variateur) principal entraîne par l'intermédiaire d'un système poulie courroie de rapport de réduction 2, un des tambours de transfert. Tous les autres cylindres sont alors mis en rotation grâce à des trains d'engrenages.

Données :

- Le moto variateur a une puissance de $P = 1 \text{ kW}$ et fournit un couple moto-variateur de $C = 49 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- Les cylindres ont une longueur de $L = 1 \text{ m}$.

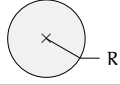
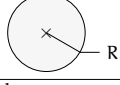
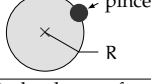
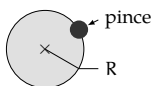
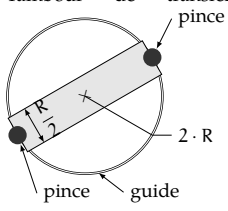
	Nb	Rayon	Masse	Vitesse de rotation	Moment d'inertie
Cylindre porte-plaque 	4	$R = 10 \text{ cm}$	$m = 200 \text{ kg}$	ω	J_1
Cylindre blanchet 	4	R	m	ω	J_1
Cylindre presseur 	4	R	$m + m_{\text{pince}}$ $m_{\text{pince}} = \frac{m}{8}$	ω	J_2
Cylindre de transfert 	8	R	$m + m_{\text{pince}}$	ω	J_2
Tambour de transfert 	3	$2 \cdot R$	-----	$\frac{\omega}{2}$	J_3
Cylindre encreur					Inertie négligée
Cylindre de mouillage					Inertie négligée

TABLEAU 1.1 – Données géométriques et cinétiques des cylindres

Le moto-variateur principal sert uniquement à mettre en rotation tous les cylindres énumérés dans le tableau 1.1.

Remarque : De nombreux cylindres permettent d'encre les cylindres encreurs depuis le réservoir d'encre. De même, deux cylindres permettent de mouiller le cylindre de mouillage depuis le réservoir d'eau. Ces cylindres intermédiaires ainsi que les cylindres encreurs et les cylindres de mouillage sont en matière plastique et ne seront donc pas pris en compte pour l'étude dynamique (inertie négligée).

Q1. Déterminer le moment d'inertie J_1 du cylindre porte-plaque et du cylindre blanchet par rapport à leur axe de rotation en fonction de m et R .

Q2. Déterminer le moment d'inertie J_2 du cylindre presseur et du cylindre de transfert par rapport à leur axe de rotation en fonction de m et R .

Ces deux cylindres sont identiques aux cylindres précédents (porte-plaque et blanchet) mais sont munis d'une pince sur leur périphérie de masse $\frac{m}{8}$ (considérée comme masse ponctuelle).

Q3. Déterminer le moment d'inertie J_3 du tambour de transfert par rapport à son axe de rotation en fonction de m et R .

Le tambour est composé :

- d'un corps : parallélépipède plein, homogène et de masse volumique identique aux cylindres précédents;
- de deux pinces de masse $\frac{m}{8}$ sur la périphérie;
- d'un guide cylindrique en matière plastique. Ce guide sera négligée pour le moment d'inertie.

Q4. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble en rotation {E} composé de tous les éléments en mouvement en fonction de J_1 , J_2 et J_3 . On mettra le résultat sous la forme : $T_{E/R} = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega^2$. Faire l'application numérique pour J_{eq} .

On négligera le moment d'inertie de l'arbre du moto-variateur devant l'inertie des cylindres en rotation.

Exercice 5 - Disque en rotation

ENSEA-2010

Corrigé page 34

Le système étudié est présenté sur la figure 1.21. Il s'agit d'un disque 2 guidé en rotation sur un arbre 1, lui-même guidé par une liaison pivot par rapport au bâti 0. Le disque, d'épaisseur e , de rayon R et de masse M (de masse volumique ρ), comporte six usinages identiques répartis angulairement de manière égale (tous les 60°).

La rotation de l'arbre par rapport au bâti est paramétrée par l'angle α autour de l'axe (O_1, \vec{z}_0) . La rotation du disque sur l'arbre est paramétrée par l'angle θ autour de l'axe (O_2, \vec{x}_1) . On note L la distance entre les deux centres de rotation O_1 et O_2 . I désigne le point du disque tel que : $\vec{O}_2I = -R \cdot \vec{z}_1$.

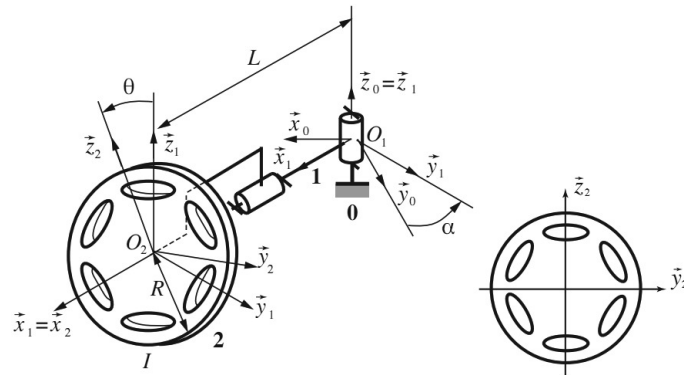


FIGURE 1.16 – Disque guidé en rotation par rapport au bâti et la vue de face du disque

Pour toutes les questions suivantes, vous pouvez, soit

- accepter la réponse proposée, et dans ce cas-là vous précisez les éléments qui permettent d'obtenir le résultat (hypothèses, théorèmes, ...) sans calculer;
- infirmer la réponse et dans ce cas-là, vous devez déterminer la bonne réponse.

Q1. En toute rigueur et sans connaître les dimensions des usinages, on peut tout de même affirmer à la vue de la figure 1.21 que l'opérateur d'inertie du disque 2 s'écrit comme suit au point O_2 et dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$

$$\overline{\overline{J_{O_2}(2)}} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{O_2, (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

Q2. En toute rigueur et sans connaître les dimensions des usinages, on peut tout de même affirmer à la vue de la figure 1.21 que l'opérateur d'inertie du disque 2 s'écrit comme suit au point O_2 et dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$:

$$\overline{\overline{J_{O_2}(2)}} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}_{O_2, (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Q3. On décide maintenant de négliger les six usinages pour calculer l'opérateur d'inertie. En faisant l'hypothèse que l'épaisseur e est négligeable devant le rayon R , on peut écrire l'opérateur d'inertie sous la forme :

$$\overline{\overline{J_{O_2}(2)}} = \begin{pmatrix} 2 \cdot C & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{O_2, (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

où C est une constante similaire à A et B .

Q4. La valeur de C à la question précédente est donnée par :

$$C = \frac{\rho \cdot \pi \cdot e \cdot R^4}{2}$$

Q5. Le torseur cinématique du disque 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0 s'écrit, au point :

$$\{v_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 + \dot{\theta} \cdot \vec{x}_1 \\ (\dot{\alpha} \cdot L + R \cdot \dot{\theta}) \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_I$$

Q6. En reprenant les notations précédentes, le torseur dynamique du disque 2 dans son mouvement par rapport au bâti 0 s'écrit, au point O_2 :

$$\{D_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} M \cdot L \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 \\ 2 \cdot C \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_1 + C \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \end{array} \right\}_{O_2}$$