Exercice 1 - Robot « Rostock »

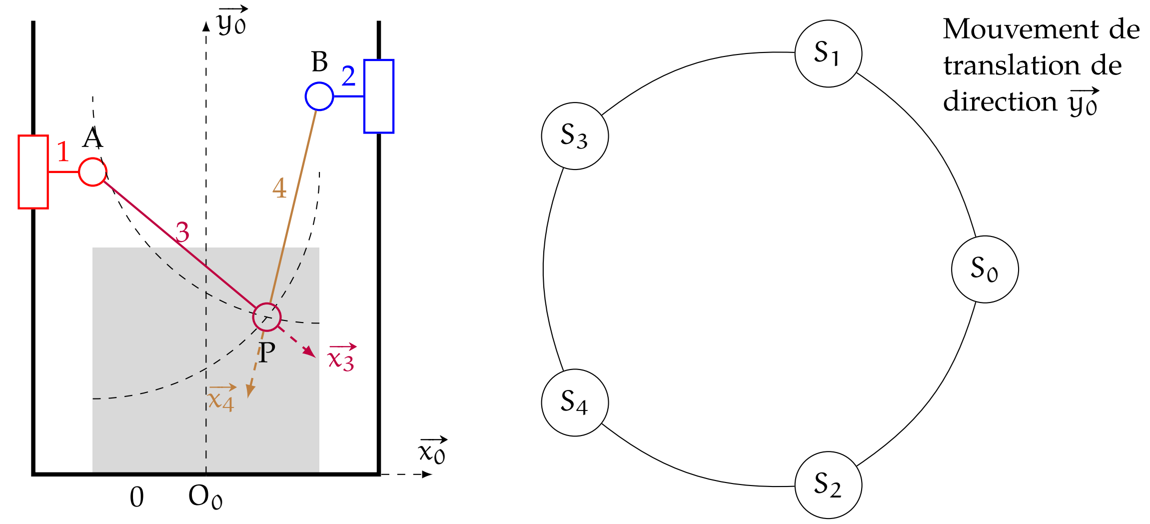
Corrigé page **??**

A. Robots « Rostock » 2D

On se propose d'étudier une modélisation 2D du robot Rostock.
La structure est constituée de 5 solides :

- Le bâti (S_0), le repère $R_0 = (O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ est associé à ce solide.
- Le coulisseau (S_1) se déplace en translation suivant $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{O_0A} = -\dfrac{a}{2} \cdot \overrightarrow{x_0} + \lambda_a \cdot \overrightarrow{y_0}$.
- Le coulisseau (S_2) se déplace en translation suivant $\overrightarrow{y_0}$, $\overrightarrow{O_0B} = \dfrac{a}{2} \cdot \overrightarrow{x_0} + \lambda_b \cdot \overrightarrow{y_0}$.
- Le bras (S_3) pivote en A par rapport au coulisseau (1), on note $\overrightarrow{x_3} = \dfrac{\overrightarrow{AP}}{|\overrightarrow{AP}||}$, $\overrightarrow{AP} = \ell \cdot \overrightarrow{x_3}$ et $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_3})$
- Le bras (S_4) pivote en B par rapport au coulisseau (2), on note $\overrightarrow{x_4} = \dfrac{\overrightarrow{BP}}{|\overrightarrow{BP}||}$, $\overrightarrow{BP} = \ell \cdot \overrightarrow{x_4}$ et $\beta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_4}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_4})$

La motorisation de cette structure est obtenue en pilotant les deux déplacements en translation (λ_a et λ_b).



(a) Schéma cinématique (b) Graphe de structure

FIGURE 1 – Robots parallèles 2D

Le point P doit être capable d'atteindre tous les points de la surface carrée grisée de coté a. On note : $\overrightarrow{O_0P} = X_p \cdot \overrightarrow{x_0} + Y_p \cdot \overrightarrow{y_0}$.

A.1. Étude de la structure

Q1. Reproduire sur votre feuille et compléter le graphe de structure de la figure 1b en précisant les mouvements relatifs entre les différents solides.

Q2. Tracer les deux figures de changement de base pour les bases $(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ et $(\overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$.

A.2. Étude géométrique

Q3. Justifier que pour que le point P parcoure toute la surface carrée grisée de coté a, il faut :

- que $l \geqslant a$,
- que les valeurs maximales de λ_a et λ_b soient supérieures à $2 \cdot a$.

Pour la suite on prend : $\ell = a$.

Q4. Déterminer $\overrightarrow{O_0P}$ en fonction de λ_a et α.

Q5. Déterminer $\overrightarrow{O_0P}$ en fonction de λ_b et β.

Le pilotage du robot se fait en programmant les déplacements λ_a et λ_b.

Q6. Déterminer λ_a et λ_b en fonction de X_p et Y_p.

Q7. Déterminer $\left[\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{O_0P}\right]_0 = V_{Px} \cdot \overrightarrow{x_0} + V_{Py} \cdot \overrightarrow{y_0}$ en fonction de λ_a et α et des dérivées puis en fonction de λ_b et β et des dérivées.

Q8. Déterminer $\dot{\lambda}_a$ et $\dot{\lambda}_b$ en fonction de V_{Px} et V_{Py}.

A.3. Étude cinématique

Q9. Déterminer $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$, $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$.

Q10. Que peut-on dire de $\overrightarrow{V_{A\in 3/0}}$ et $\overrightarrow{V_{B\in 4/0}}$?

Q11. Déterminer $\overrightarrow{V_{P\in 3/1}}$, $\overrightarrow{V_{P\in 4/2}}$ puis $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}}$ et $\overrightarrow{V_{P\in 4/0}}$.

A.4. Déplacement

Le point P étant en P_0 tel que $\overrightarrow{O_0P} = X_0 \cdot \overrightarrow{x_0} + Y_{P0} \cdot \overrightarrow{y_0}$.

Q12. On souhaite obtenir un déplacement tel que $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{P\in 4/0}} = V_y \cdot \overrightarrow{y_0}$, déterminer alors $\dot{\lambda}_a$, $\dot{\lambda}_b$, en fonction de V_y, X_0 et Y_0.

Q13. On souhaite obtenir un déplacement tel que $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}} = \overrightarrow{V_{P\in 4/0}} = V_x \cdot \overrightarrow{x_0}$, ($V_x$ constant) déterminer alors $\dot{\lambda}_a$, $\dot{\lambda}_b$, en fonction de V_x, X_0 et Y_0.

On considère le mouvement suivant $\overrightarrow{O_0A} \cdot \overrightarrow{y_0} = \ell$ et $\overrightarrow{O_0B} \cdot \overrightarrow{y_0} = v_0 \cdot t$ avec v_0 une constante.

Q14. Déterminer les coordonnées X_P et Y_P en fonction de v_0, t et des différentes constantes.

Q15. Tracer la trajectoire de P

Q16. Donner l'équation de cette trajectoire.

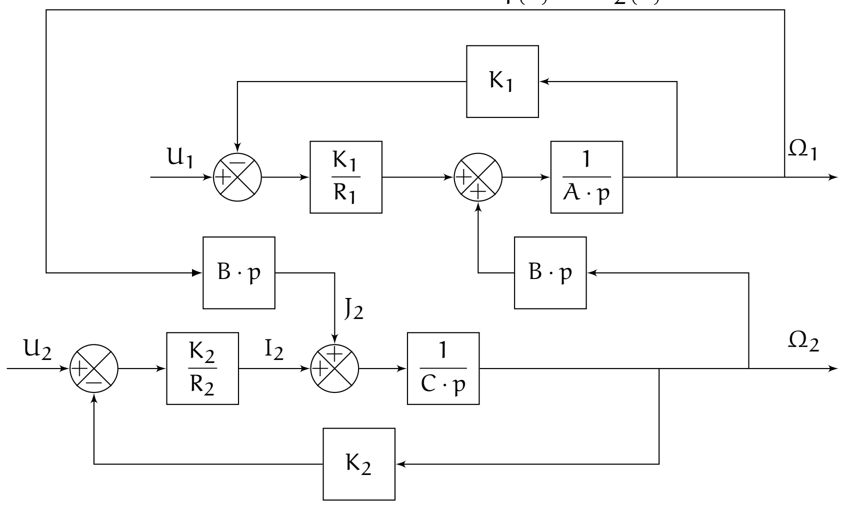
Q17. Quelle est la valeur maximale de λ_b pour cette trajectoire ?

Exercice 2 - Extrait- Planeuse-pcsi

extrait de Engees 2000 *Corrigé page* **??**

Le schéma bloc de commande d'une planeuse est représenté ci-dessous.

Ce schéma décrit la commande de deux moteurs M_1 et M_2, ces deux moteurs sont respectivement alimentés par les deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ ($U_1(p)$ et $U_2(p)$ dans le domaine de Laplace). On note $\Omega_1(p)$ et $\Omega_2(p)$ la transformée des vitesses de rotations $\omega_1(t)$ et $\omega_2(t)$.



A, B, C sont des constantes qui valent respectivement :

$A = 9 \times 10^{-3}$S.I. ;	$R_1 = 0{,}3\,\Omega$;	$K_1 = 1$S.I. ;
$B = 1{,}5 \times 10^{-3}$S.I. ;		$K2 = 0{,}3$S.I.
$C = 2 \times 10^{-3}$S.I. ;	$R_2 = 0{,}5\,\Omega$;	

La vitesse de rotation du moteur 2 peut se mettre sous la forme :

$$\Omega_2(p) = H_1(p) \cdot U_1(p) + H_2(p) \cdot U_2(p)$$

Pour alléger les écritures on omettra les « (p) » ; ainsi on écrira l'équation précédente : $\Omega_2 = H_1 \cdot U_1 + H_2 \cdot U_2$.

On se propose de déterminer ces deux fonctions de transfert, pour cela :

Q1. Déterminer Ω_2 en fonction de I_2 et J_2.

Q2. Déterminer J_2 en fonction de Ω_1.

Q3. Déterminer I_2 en fonction de U_2 et Ω_2

Q4. en déduire finalement $\Omega_2 = G_2 \cdot U_2 + F_1 \cdot \Omega_1$, préciser G_2 et F_1 en fonction des différentes fonctions de transfert.

Q5. Justifier que $\Omega_1 = G_1 \cdot U_1 + F_2 \cdot \Omega_2$. Préciser G_1 et F_2

Q6. en déduire finalement $\Omega_2(p) = H_1(p) \cdot U_1(p) + H_2(p) \cdot U_2(p)$, Préciser H_1 et H_2 en fonction de G_1, G_2, F_1 et F_2.

Q7. Exprimer $H_2(p)$ en fonction des différentes fonctions de transfert.

Q8. Caractériser $H_2(p)$ (ordre, classe, gain). Mettre sous forme canonique.