

- Répondre directement (et uniquement) sur la feuille, ne pas dégrafer.
- Vous pouvez compléter vos réponses sur une feuille libre si nécessaire.

Classe :
Nom :
Prénom :

Ingénierie : MPSI- PCSI

Exercice 1 - Système de mesure de cavité souterraine

adapté de CCP TSI 2010 (Paul Enjalbert)

Corrigé page 13

A. Présentation du système

A.1. Problématique

Le sous-sol français possède de nombreuses cavités soit naturelles (coulées de lave...) soit liées à des activités humaines (mines...).

Les terrains constructibles se faisant de plus en plus rares, on est amené à construire dans des zones où les sous-sols sont médiocres. Afin de limiter le risque d'effondrement et de connaître l'extension des cavités, des études de terrains sont réalisées.

Actuellement, la présence d'une cavité est détectée en surface à l'aide de moyens électromagnétiques mais son volume et sa position exacte ne sont pas mesurables par ces moyens externes. Le Centre d'Expertise du Bâtiment des Travaux Publics (CEBTP) utilise une mesure par télémètre laser.

Une fois la cavité décelée, le CEBTP procède à un forage vertical en profondeur d'un diamètre de 104 mm pour atteindre la cavité. Un outil « sonde » est introduit et transmet les mesures en surface.

Le volume de la cavité est alors calculé et une visualisation 3D peut être générée (voir figure 2).

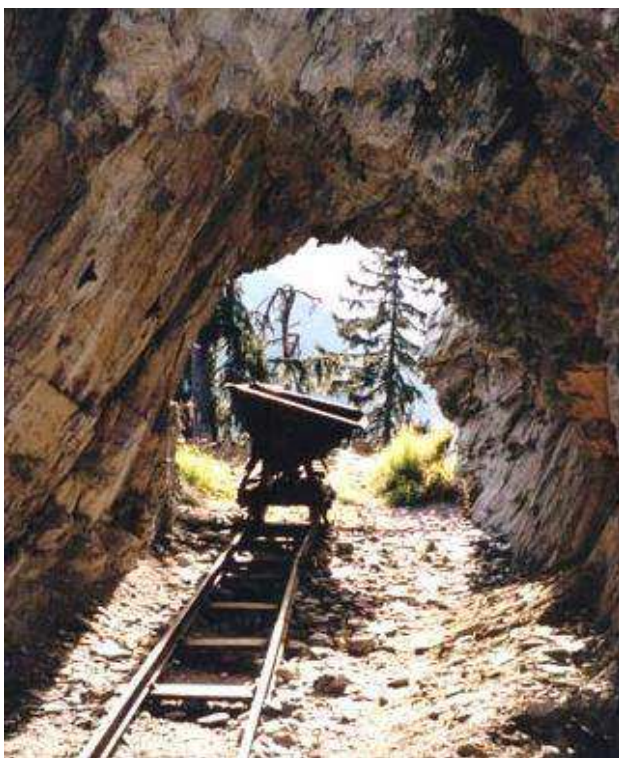


FIGURE 1 – Cavité minière.

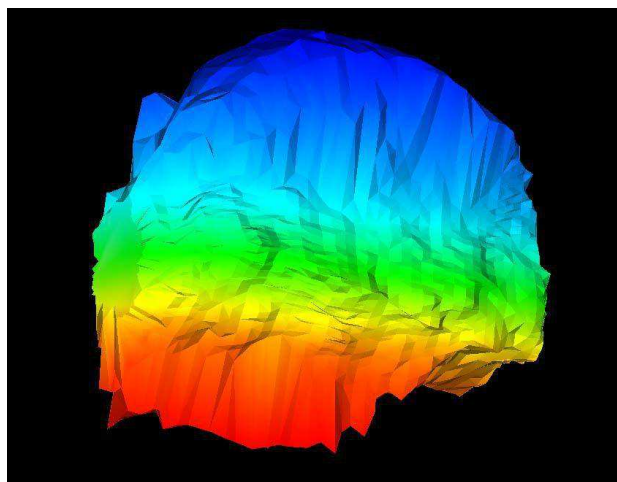


FIGURE 2 – Visualisation 3D d'une cavité.

A.2. Principe de fonctionnement

Le système étudié peut se décomposer en trois parties (voir figure 3) :

- la partie commande du système : un calculateur industriel (API) et un micro-ordinateur,
- le système de déplacement de la sonde, composé d'un ensemble motoréducteur et variateur, accouplé à un tambour sur lequel s'enroule un câble permettant la montée et la descente de la sonde dans le trou de forage par un système de poulies,

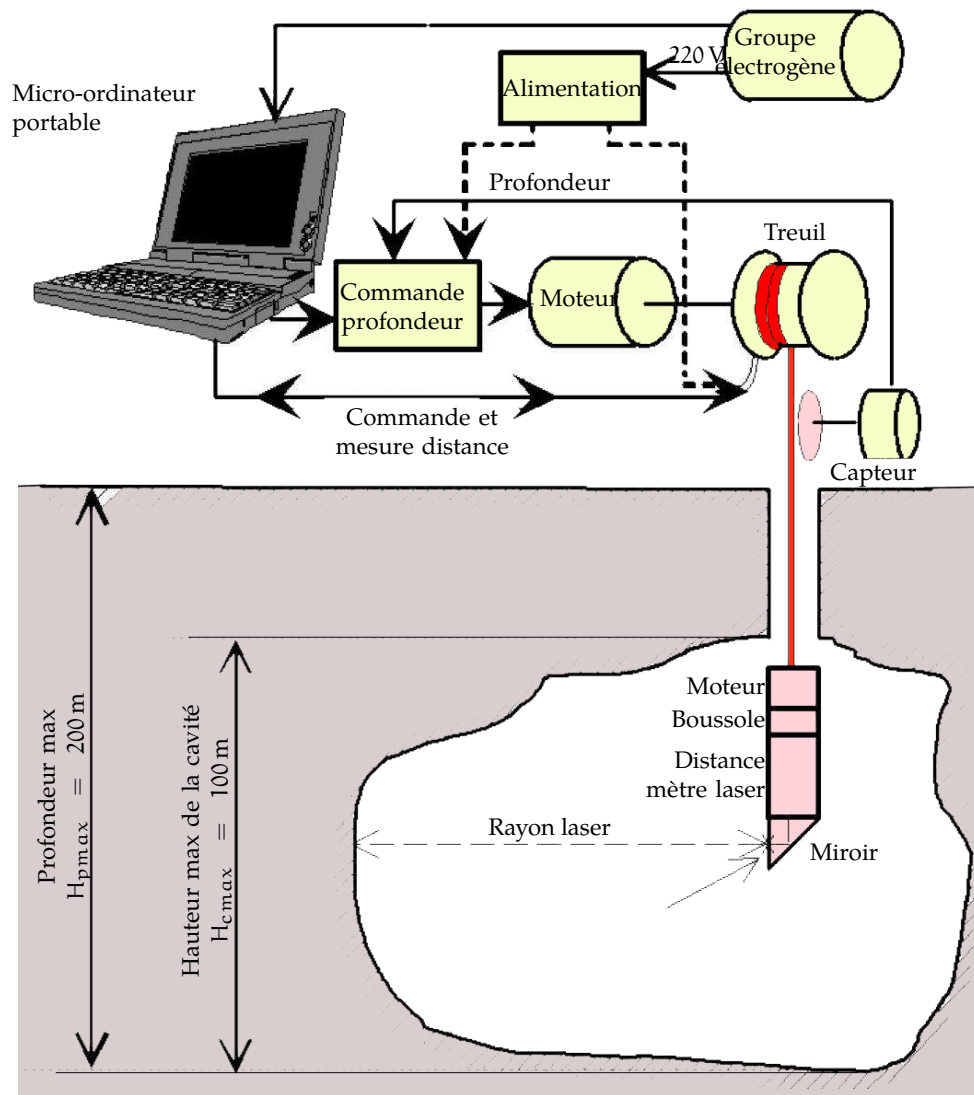


FIGURE 3 – Schéma fonctionnel du mesureur de cavité.

- la sonde en tant que telle (voir le document technique DT1 (figure 4), permettant l'acquisition de la forme de la cavité.
- La position de la sonde est mesurée par un codeur (capteur) entraîné par le câble par une roue de friction.

Par l'intermédiaire d'un câble enroulé sur le tambour, la sonde de mesure est descendue en vitesse lente ($V_l = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) jusqu'au bas du tubage puis en vitesse rapide ($V_r = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) jusqu'au fond de la cavité. Elle y réalise sa première mesure de distance par rapport à la paroi de la cavité. La mesure utilise le principe de réflectométrie laser : la sonde comporte un télémètre laser qui mesure la distance entre l'axe vertical du câble et le bord de la paroi.

La sonde dispose d'une partie mobile qui est mise en mouvement grâce à un moteur pas à pas (voir figure 4) : cela lui permet d'effectuer une série de mesures sur 360° pour une profondeur donnée.

Le principe de la mesure consiste à remonter la sonde par paliers successifs. Pour chacun de ces paliers, on effectue une série de mesures :

- une résistance chauffante « tapis chauffant » est alimentée avant chaque série de mesure pour éviter toute formation de buée sur le miroir de renvoi du télémètre;
- un moteur pas à pas de 200 pas/tour va permettre de faire tourner le télémètre par pas de $p_a = 1,8^\circ$ toutes les $t_a = 0,1 \text{ s}$. Ainsi on pourra réaliser 200 points de mesure pour une profondeur donnée, le faisceau laser de mesure sera horizontal alors que l'axe du télémètre est vertical, ceci sera réalisé grâce à un miroir à 45° fixé sur le télémètre;

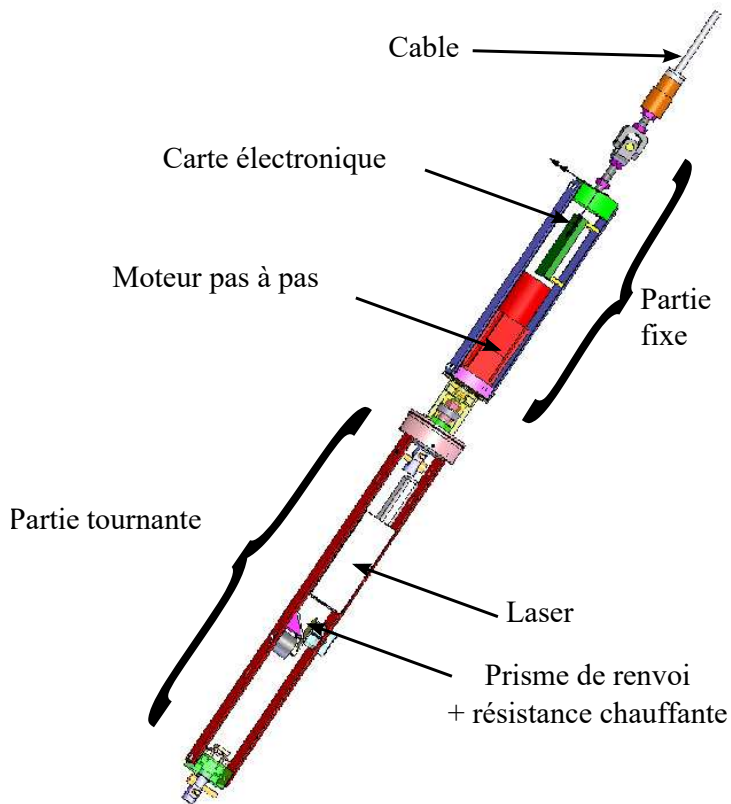


FIGURE 4 – Document technique DT1.

- afin de ne pas torsader les fils électriques, il faut revenir en position initiale (rotation de 360° dans le sens opposé, à vitesse modérée de $\omega_m = 20 \text{ tr/min}$ avant la série de mesures suivante ;
- une boussole électronique permet de contrôler l'orientation de la sonde et son inclinaison.
- une fois la première série de mesures effectuée au fond de la cavité, la sonde remonte en vitesse rapide ($V_r = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) d'une hauteur de ($p_h = 50 \text{ cm}$) et effectue de nouveau une série de mesures, ces opérations étant répétées jusqu'à atteindre le haut de la cavité. La dernière mesure s'effectue entre 0 et 50 cm du bas du tubage.

La sonde remonte ensuite en vitesse lente ($V_\ell = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) jusqu'en haut du tubage.

En surface, on utilise un calculateur industriel (API) relié à un micro-ordinateur pour générer des consignes et collecter les résultats de mesure.

La descente des appareillages dans la cavité est réalisée par un ensemble moteur-treuil. Le câble s'enroule sur le tambour du treuil.

L'énergie électrique nécessaire au fonctionnement du système est fournie par un groupe électrogène. Une alimentation régulée en tension fournit l'énergie électrique aux différents appareils. Un variateur associé à l'automate programmable (API) permet de commander et alimenter le moteur.

B. Analyse du système

B.1. Analyse globale : contexte et cas d'utilisation

Q1. Compléter le diagramme SysML de cas d'utilisation de la figure 5.

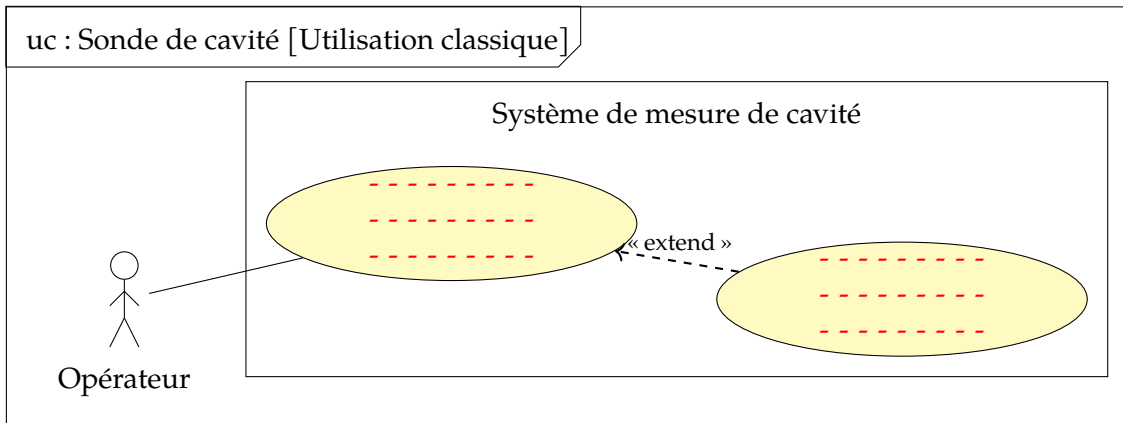


FIGURE 5 – Cas d'utilisation à compléter.

Q2. Compléter le diagramme SysML de contexte de la figure 6 en indiquant le nom des 2 éléments extérieurs non nommés.

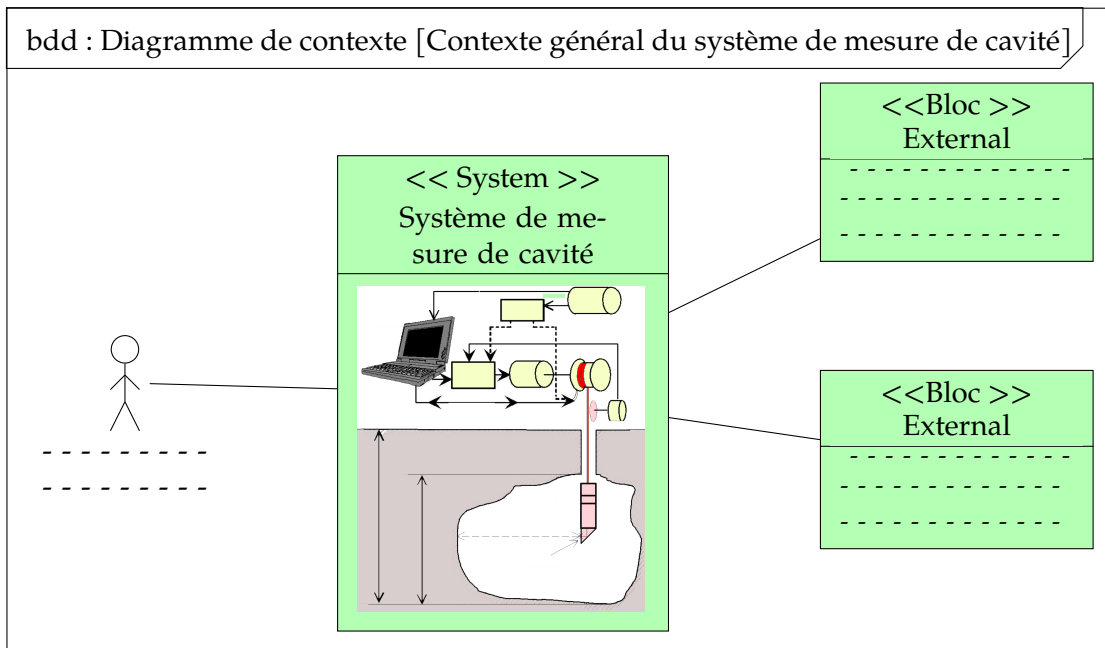


FIGURE 6 – Diagramme de contexte à compléter.

B.2. Exigences

Le diagramme de la figure 7 décrit les exigences générales du système et ne détaille que les exigences techniques.

Q3. Rappeler l'utilité des diagrammes d'exigences.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

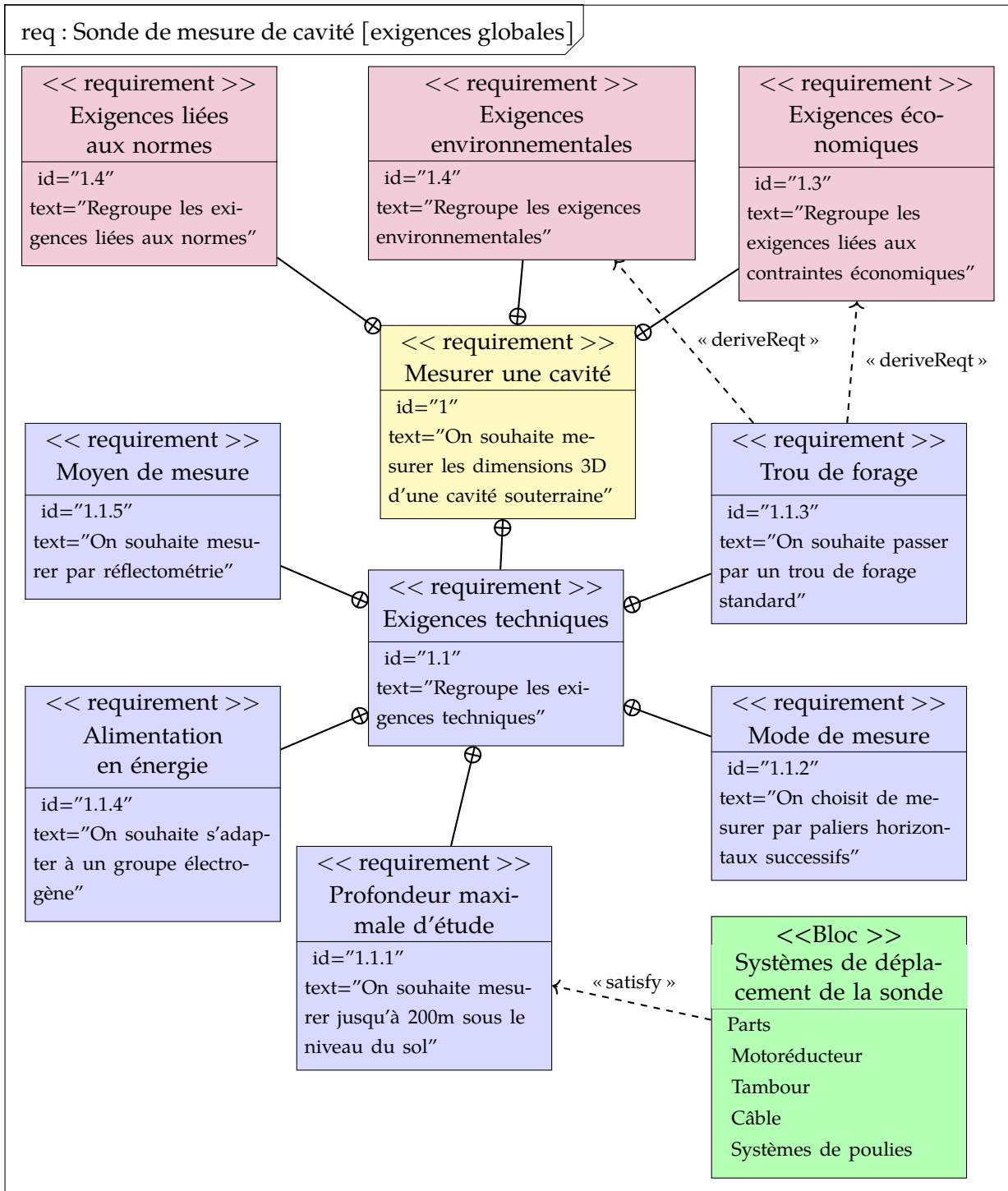


FIGURE 7 – Diagramme d'exigences.

Le diagramme de la figure 8 précise l'exigence relative à la mesure.

Q4. Compléter le diagramme SysML d'exigences partiel de la figure 8 en nommant les 2 exigences (1.1.2.3) et (1.1.2.4) ainsi que le bloc satisfaisant l'exigence (1.1.2.1).

B.3. Analyse interne : BDD et IBD

On se propose maintenant de décrire les constituants du système et les relations entre ceux-ci et

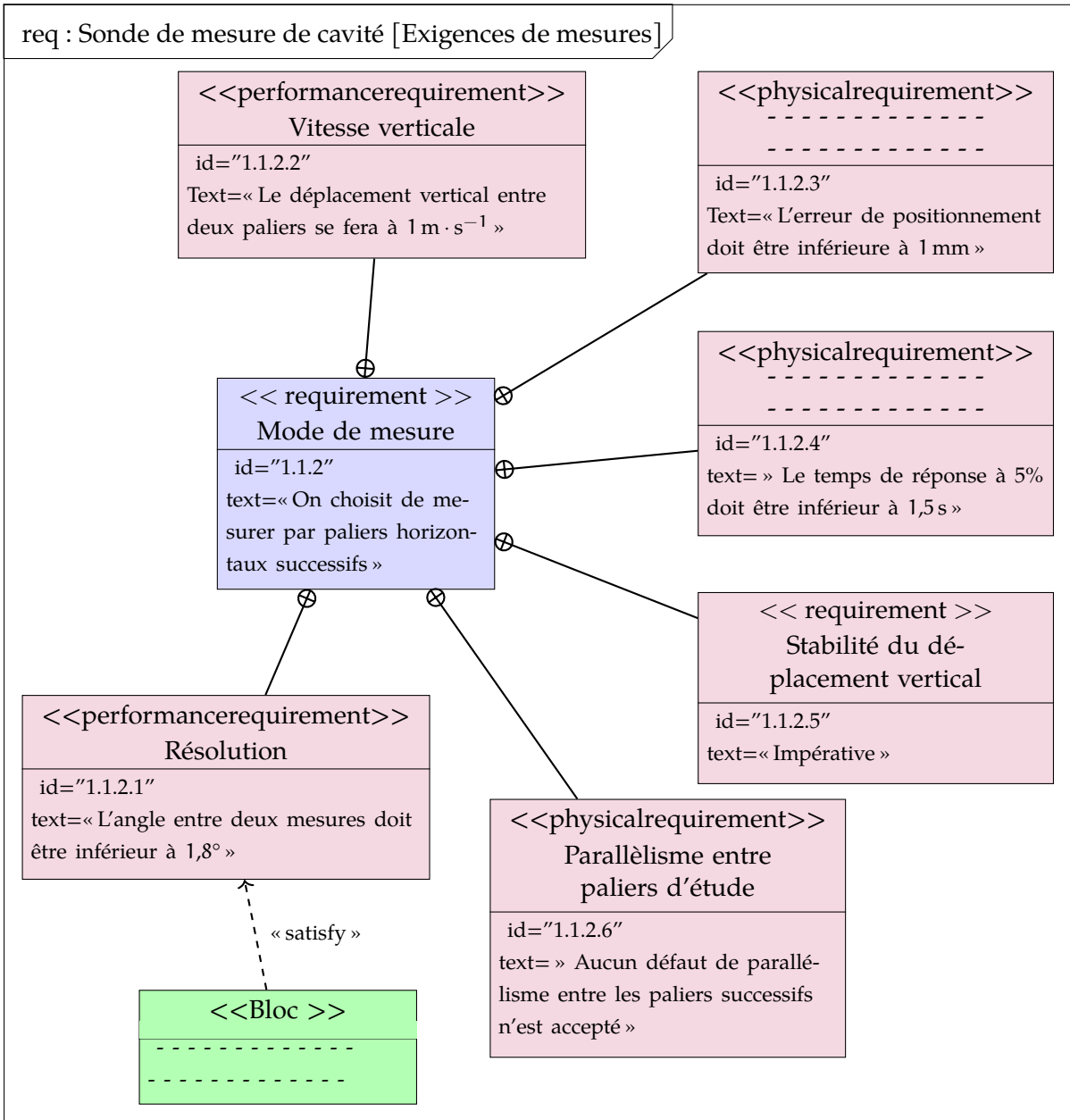


FIGURE 8 – Diagramme d'exigences partiel à compléter.

l'extérieur.

À partir de la description du fonctionnement et des différentes figures,

Q5. Compléter le diagramme de la figure 9 du document réponse ?? en indiquant les blocs composants le sous-ensemble : Système de déplacement de la sonde.

bdd : [block] diagramme de définition de blocs [Sonde de mesure de cavité]

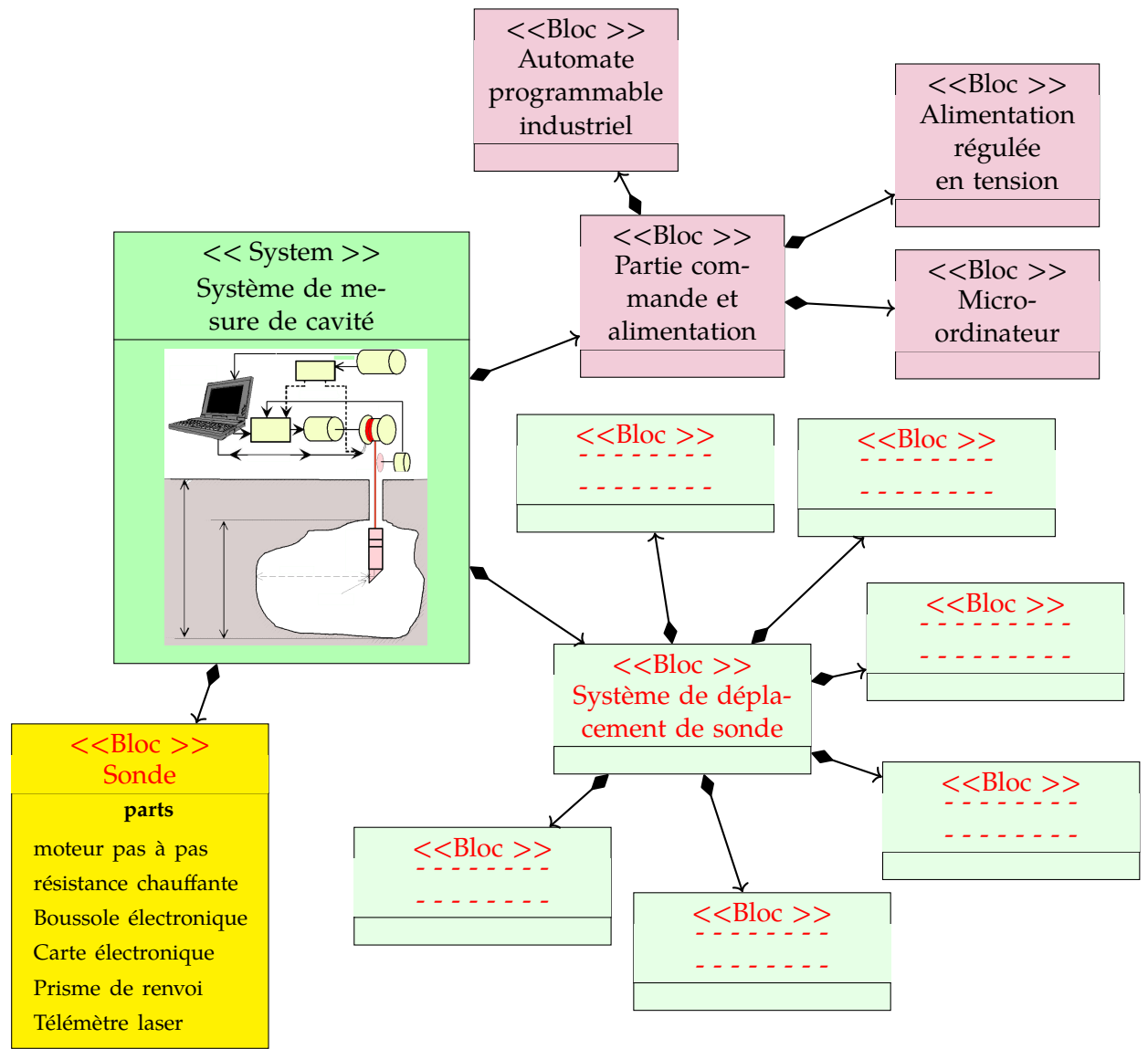


FIGURE 9 – Diagramme de définition de blocs à compléter.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

On donne en figure 11 les caractéristiques géométriques du tambour du treuil et du câble.

Le câble (200 m) s'enroule en couches successives (voir figure 11) sur le tambour (diamètre intérieur du tambour : $\Phi = 400$ mm, largeur du tambour : $\ell = 400$ mm, diamètre du câble : $d = 10$ mm). Afin de faciliter les calculs, nous supposons que les couches ne s'interpénètrent pas.

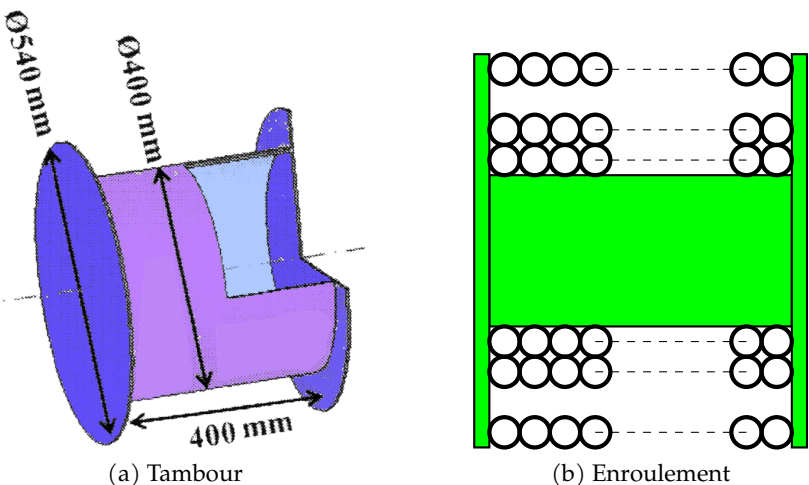


FIGURE 11 – Tambour et enroulement du câble

Q8. À partir de la figure 11, déterminer le nombre de couches nécessaires à l'enroulement de la totalité du câble sur le tambour.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

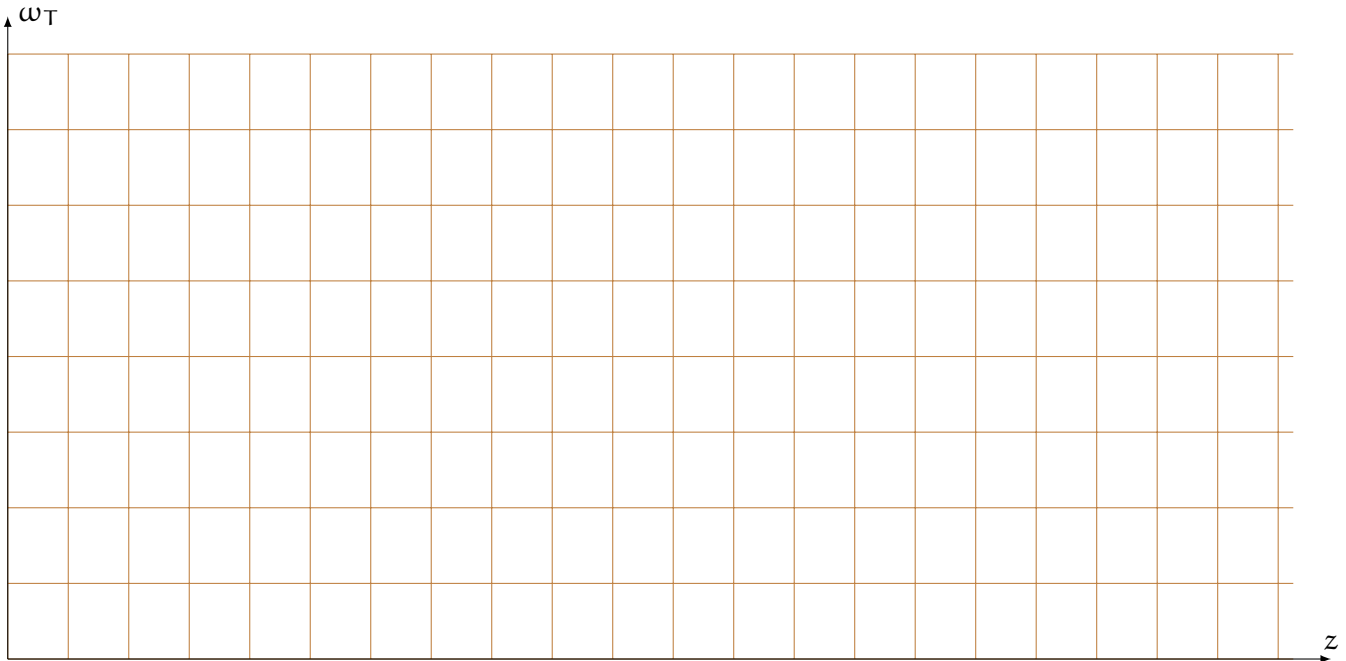
On se place maintenant dans la phase de remontée depuis le sol de la cavité, le câble étant déroulé complètement.

En cas d'incident, il est nécessaire de remonter la sonde sans risquer de l'endommager, pour cela, le cahier des charges précise que la vitesse de remontée de la sonde doit être de $v_\ell = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,

Q9. En s'appuyant sur les figure 11 et 3, déterminer la vitesse de rotation du tambour $\omega_T(z)$ tout au long de la montée en cas d'incident. On choisit comme origine $z = 0$ le sol de la cavité.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Q10. Tracer la loi de vitesse de rotation du tambour $\omega_T(z)$ en radian par seconde pendant cette phase de remontée.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

B.5. Détermination de l'effort dans le câble

Afin de vérifier que le câble ne risque pas de rompre, on se propose de vérifier l'effort maximal que celui-ci doit supporter. Pour faire ce calcul, on se place dans le pire des cas, le câble est totalement déroulé. le cycle de mesure commence depuis la bas.

Pendant la phase de remontée pendant la phase mesure est donnée ci-contre pour un déplacement vertical de 50 cm.

Q11. Déterminer l'accélération de la sonde de mesure entre les instants 0 et T_1 , puis T_1 et T_2 et T_2 et T_3 .

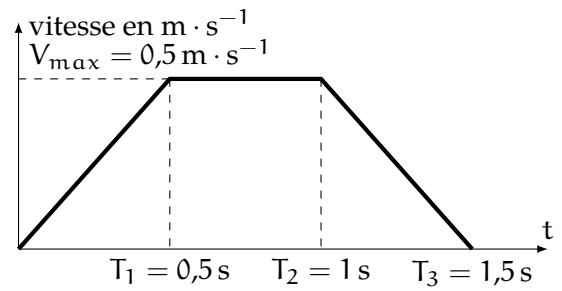


FIGURE 12

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

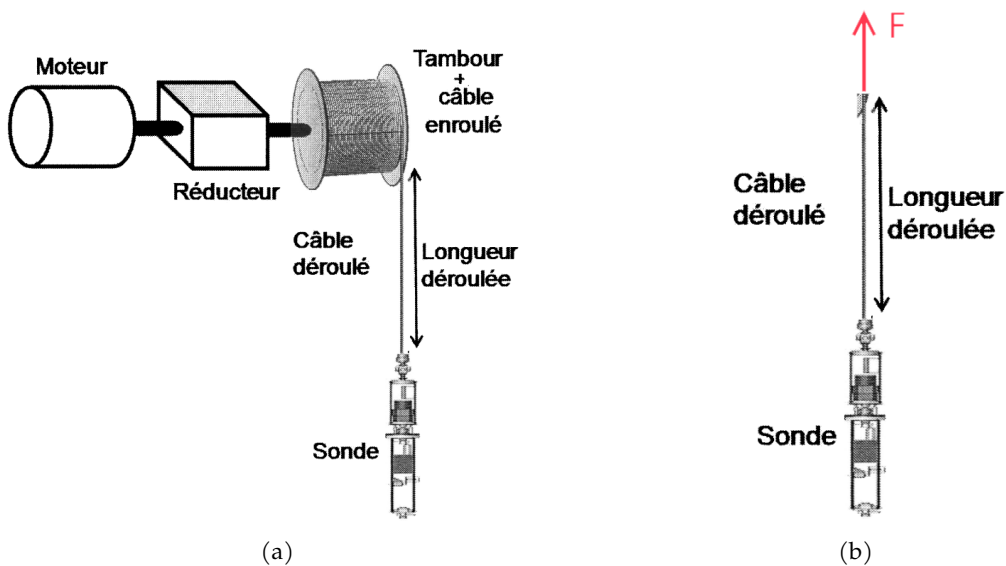


FIGURE 13 – Effort de traction

On souhaite maintenant déterminer l'effort nécessaire pour réaliser cette loi de mouvement. On donne :

- La masse de la sonde de mesure : $M_s = 5,6$ kg.
- Le câble est déroulé complètement $l_c = 200$ m. sa masse linéique (masse par unité de longueur) est de $\rho_l = 0,368$ kg · m⁻¹.

Q12. Déterminer l'effort maximal F qui doit être appliqué par le tambour sur le câble pendant la phase d'accélération.

.....

.....

.....

.....

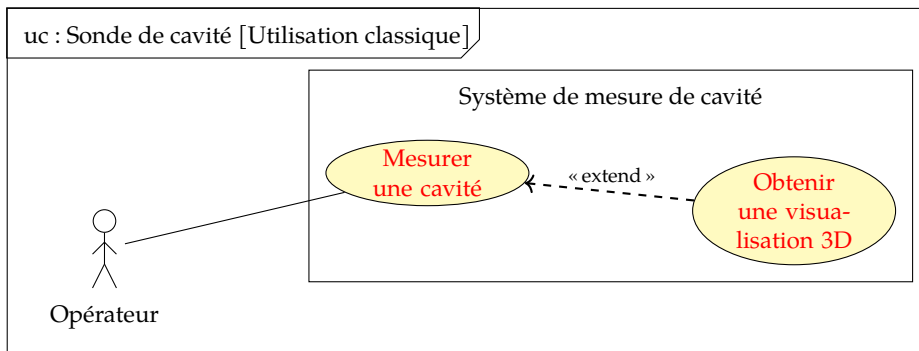
.....

.....

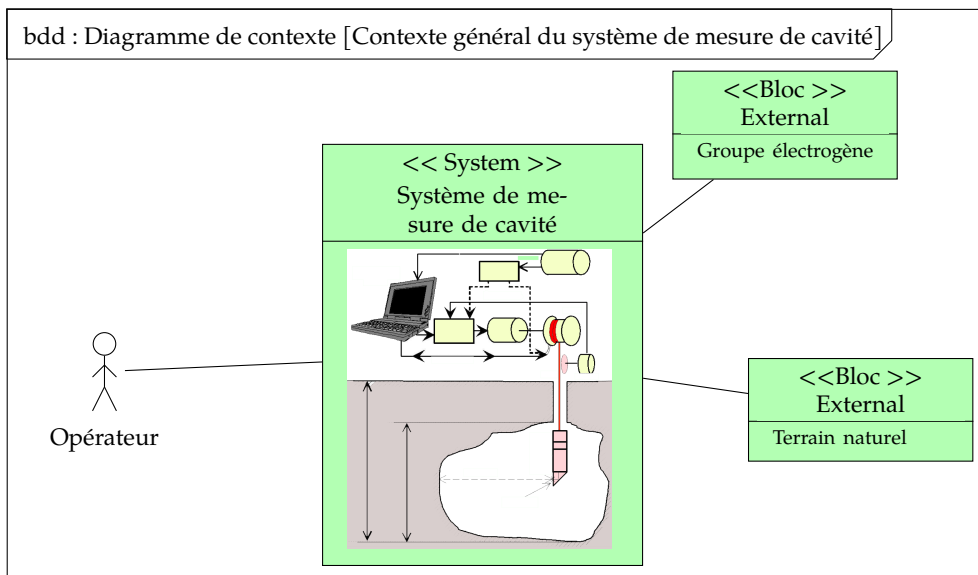
Cor. 1 : Système de mesure de cavité souterraine

Sujet page 1

Q1. Compléter le diagramme SysML de cas d'utilisation du document réponse ??.



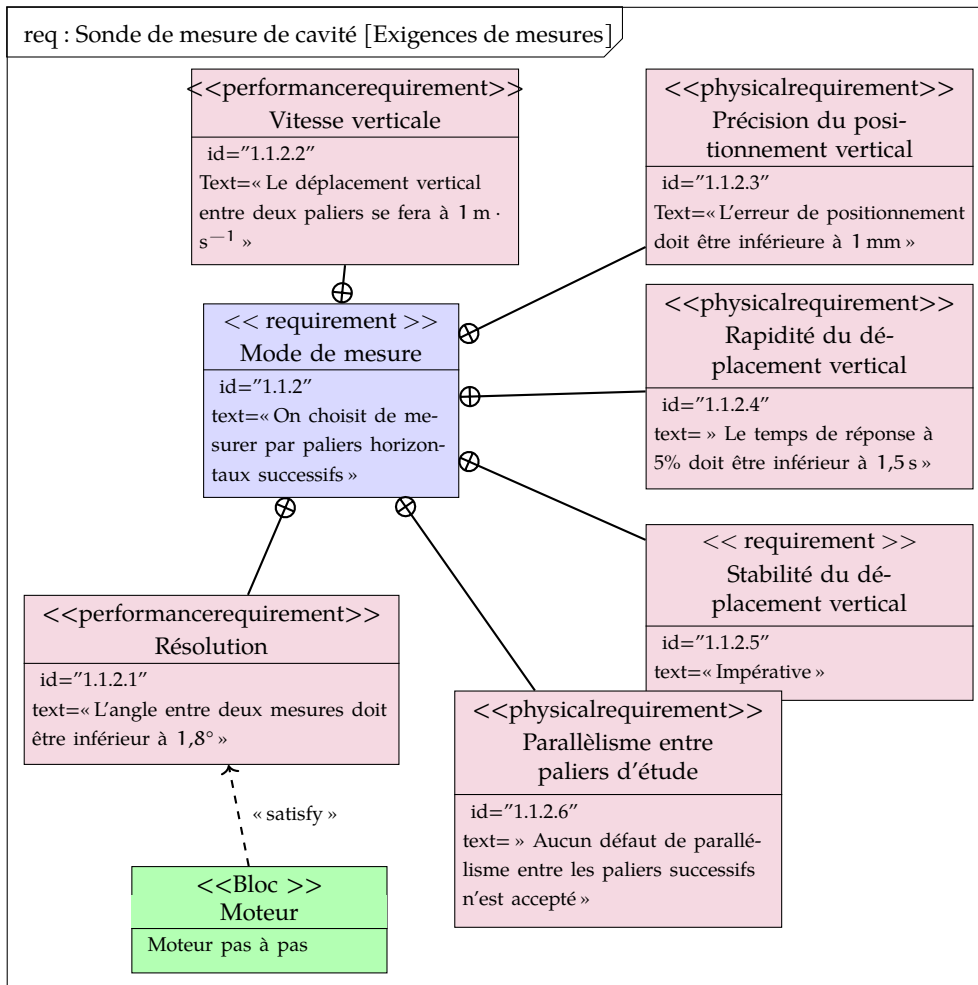
Q2. Compléter le diagramme SysML de contexte de la figure 6 du document réponse ?? en indiquant le nom des 2 acteurs non nommés.



Q3. Rappeler l'utilité des diagrammes d'exigences.

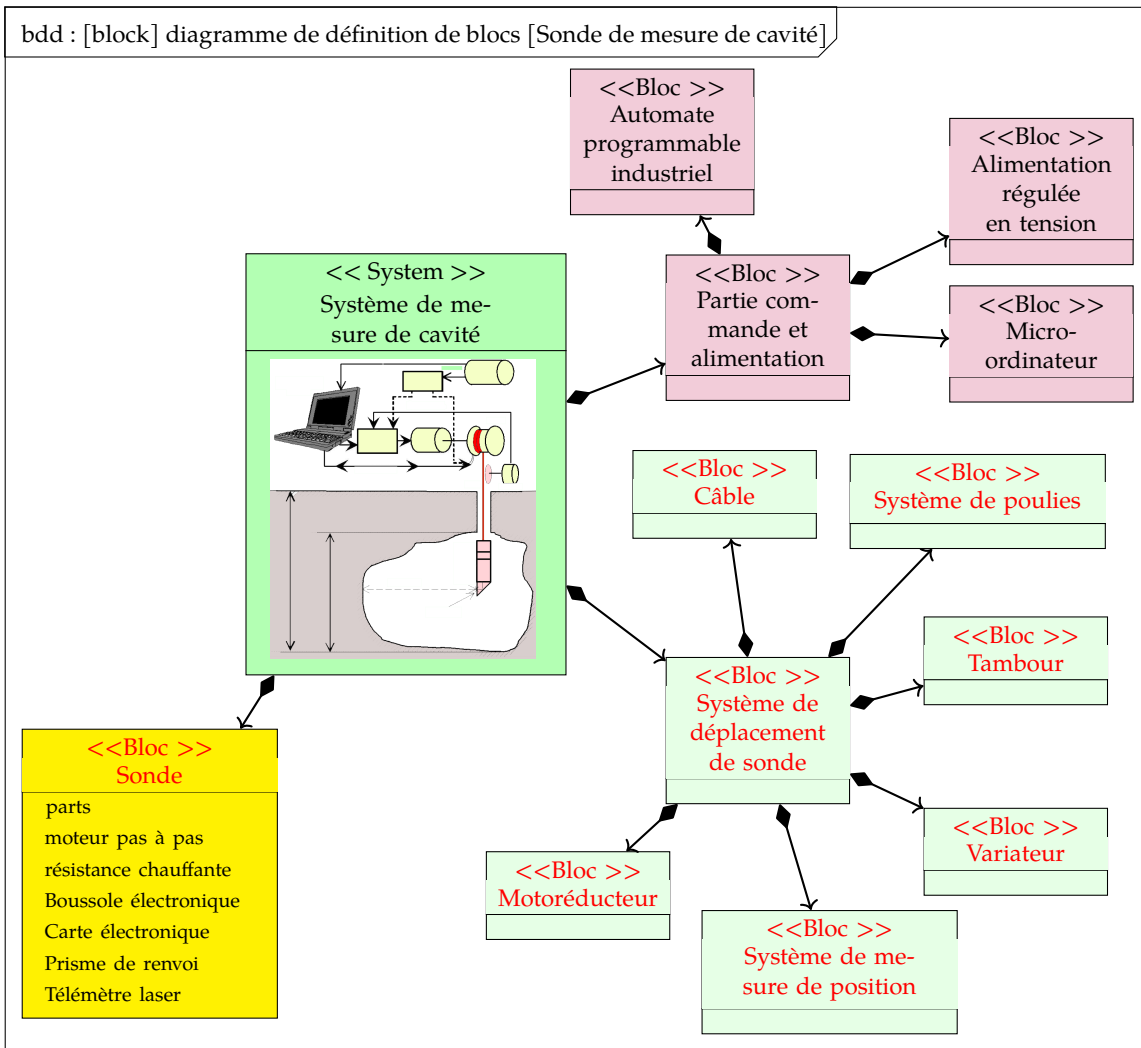
Décrire le cahier des charges en précisant ce dont doit être capable le système.

Q4. Compléter le diagramme SysML d'exigences partiel de la figure 8 en nommant les 2 exigences (1.1.2.3) et (1.1.2.4) ainsi que le bloc satisfaisant l'exigence (1.1.2.1). « requirement »

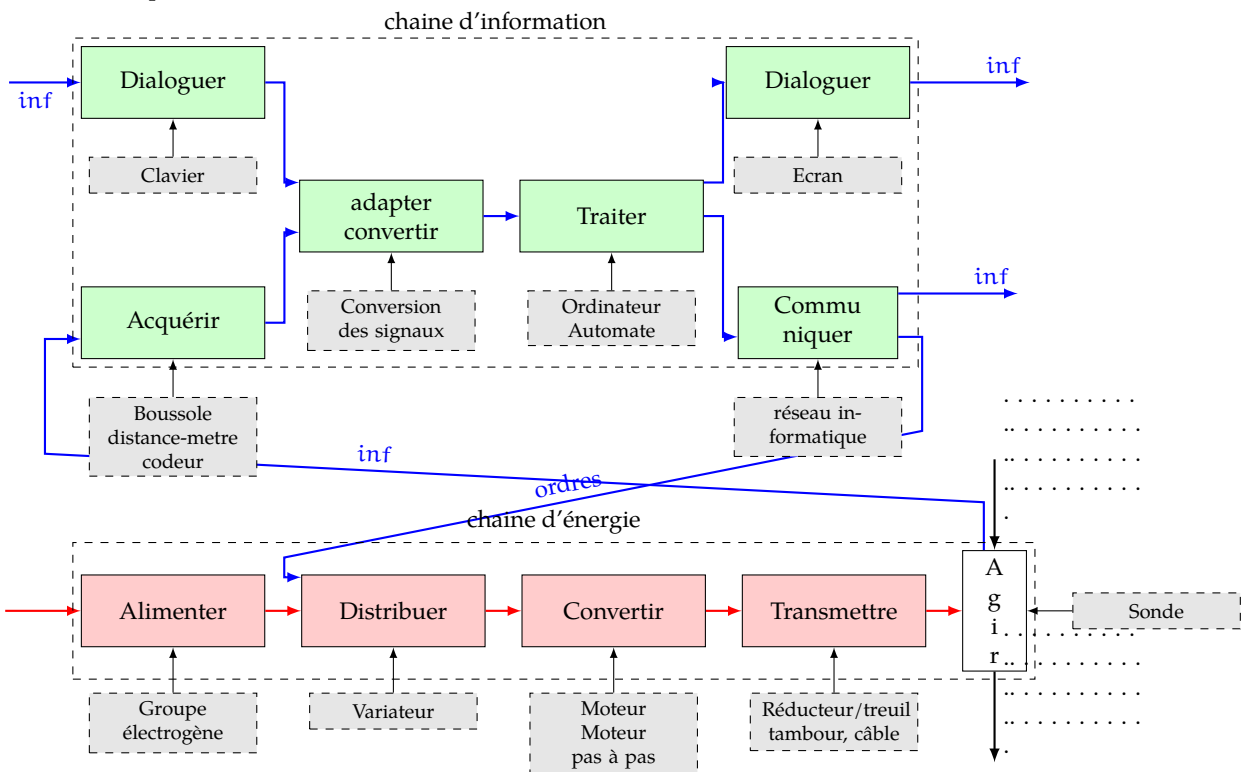


Q5. Compléter le diagramme de la figure 9 du document réponse ?? en indiquant les blocs composants le sous-ensemble : Système de déplacement de la sonde.

bdd : [block] diagramme de définition de blocs [Sonde de mesure de cavité]



Q6. A partir de la description du fonctionnement et des différents documents, compléter la chaîne d'énergie et d'information du document réponse ??.



Q7. Déterminer le temps nécessaire pour sonder l'ensemble d'une grotte de 100 m de hauteur, dont le plafond est situé 100 m sous terre (cas de la figure 3). On considère le cycle complet à partir de la surface jusqu'au retour en surface.

- durée de la descente dans le tube (et de la remontée)

$$t_1 = \frac{L_{\text{tube}}}{V_l} = \frac{P-H}{V_l} = \frac{100}{0,1} = 1000 \text{ s}$$
- durée descente au fond de la cavité

$$t_2 = \frac{L_{\text{cavité}}}{V_r} = \frac{H}{V_r} = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ s}$$
- durée du cycle de mesure

$$t_3 = N_{\text{mesure}} \cdot t_{\text{mesure}} = 200 \cdot 0,1 = 20 \text{ s}$$
- retour de la mesure $\omega_{\text{retour}} = 20 \text{ tr/min}$, soit le retour en $\frac{1}{20} \text{ min} = 3 \text{ s}$
- nombre de plans de mesure $N_p = \text{ent}\left(\frac{H}{\text{pas}} - 1\right) = \frac{100}{0,5} = 200 - 1 = 199$ (la dernière mesure est impossible donc $N_p = 199$).
- durée remontée entre deux mesures $\text{pas} = 50 \text{ cm}$

$$t_5 = \frac{\text{pas}}{V_r} = 1 \text{ s}$$
- durée des mesures $t_m = N_p \cdot (t_3 + t_4 + t_5) = 199 \cdot (20 + 3 + 1) = 4776 \text{ s}$
- remontée dans le tube $t_6 = 1000 \text{ s}$
- durée totale : $t_T = t_1 + t_2 + t_m + t_1 = 1000 + 200 + 4776 + 1000 = 6976 \text{ s} \approx 116 \text{ min} = 1 \text{ h}56 \text{ min}$

Q7a. On note P la profondeur de la cavité et H la hauteur de celle-ci. Donner la relation donnant le temps T de sondage en fonction de P et T et des différentes données.

À partir du calcul ci-dessus

$$T = t_1 + t_2 + t_m + t_1$$

$$T = \frac{P-H}{V_l} + \frac{H}{V_r} + \left[\frac{H}{\text{pas}} - 1 \right] \cdot (t_3 + t_4 + t_5) + \frac{P-H}{V_l}$$

$$T = 2 \cdot \frac{P-H}{V_l} + \frac{H}{V_r} + \left[\frac{H}{\text{pas}} - 1 \right] \cdot (t_3 + t_4 + t_5)$$

$$T = 2 \cdot \frac{P}{V_l} - 2 \cdot \frac{H}{V_l} + \frac{H}{V_r} + \left[\frac{H}{\text{pas}} - 1 \right] \cdot (t_3 + t_4 + t_5)$$

En négligeant la partie entière

$$T = 2 \cdot \frac{P}{V_l} - 2 \cdot \frac{H}{V_l} + \frac{H}{V_r} + \left(\frac{H}{\text{pas}} - 1 \right) \cdot (t_3 + t_4 + t_5)$$

$$T = 2 \cdot \frac{P}{V_l} + H \cdot \left(\frac{1}{V_r} - 2 \cdot \frac{1}{V_l} + \frac{1}{\text{pas}} \right) \cdot (t_3 + t_4 + t_5)$$

$$- (t_3 + t_4 + t_5)$$

Q8. À partir des figures ?? et ??, déterminer le nombre de couches nécessaires à l'enroulement du câble sur le tambour.

- Nombre de spires sur un tour :

$$N_s = \frac{400}{10} = 40 \text{ spires.}$$
- Circonférence 1^{er} tour :

$$C_1 = 2 \cdot \pi \cdot R \text{ mm.}$$
- Longueur enroulée sur la 1^{ère} couche :

$$L_1 = 2 \cdot 40 \cdot \pi \cdot R \text{ soit } 50,26 \text{ m}$$
- Longueur enroulée sur la 2nd couche :

$$L_2 = 2 \cdot 40 \cdot \pi \cdot (R + d) \text{ avec, } d \text{ le diamètre du câble.}$$

— Longueur enroulée sur la n^{ième} couche :

$$L_n = 2 \cdot 40 \cdot \pi \cdot (R + (n-1) \cdot d)$$

Longueur totale enroulée sur n couches :

$$L_T = L_1 + L_2 + \dots + L_i + \dots + L_n$$

$$L_T = 80 \cdot \pi \cdot R \cdot n + 80 \cdot \pi \cdot d \cdot \sum_{i=1}^{n-1} i$$

$$L_T = 80 \cdot \pi \cdot R \cdot n + 80 \cdot \pi \cdot d \cdot \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{2}$$

$$L_T = 80 \cdot \pi \left(n \cdot R + \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{2} \cdot d \right)$$

Il suffit de résoudre $L_T > 200$, on trouve $n = 3,84$ soit 4 couches, la dernière n'étant pas complète.

Q9. En s'appuyant sur la figure ??, déterminer la vitesse de rotation du tambour $\omega_T(t)$ pour la première couche d'enroulement puis pour la dernière si on souhaite maintenir une vitesse de montée constante de la sonde de $0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, le câble étant déroulé complètement.

$$\omega = \frac{V}{R}$$

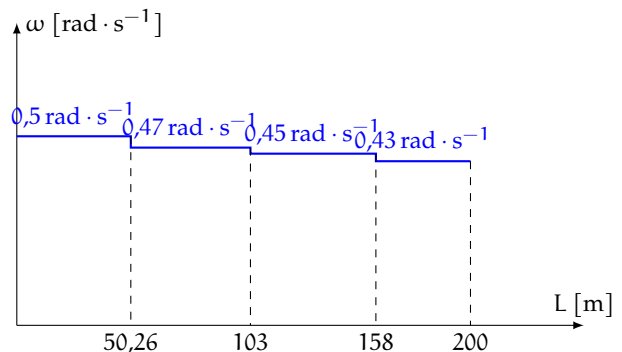
$$\omega_1 = \frac{V}{R} = 0,5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega_2 = \frac{V}{R+d} = 0,476 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega_3 = \frac{V}{R+2 \cdot d} = 0,454 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega_4 = \frac{V}{R+3 \cdot d} = 0,434 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Q10. Tracer la loi de vitesse du tambour $\omega_T(t)$ en fonction de la longueur de câble L pendant la phase de remontée.



Q11. Déterminer l'accélération de la sonde de mesure entre les instants 0 et T₁, puis T₁ et T₂ et T₂ et T₃.

Voir le graphique

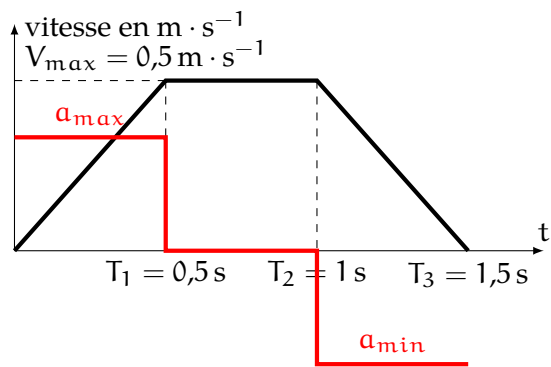


FIGURE 1

avec $a_{\max} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $a_{\min} = \frac{-0,5}{0,5} = -1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Q12. Déterminer l'effort maximal F qui doit être appliqué par

le tambour sur le câble pendant la phase d'accélération.

On applique le P.F.D (deuxième loi de Newton) à l'ensemble S constitué de $S = \{\text{sonde, câble}\}$.

Les actions mécaniques extérieures agissant sur S sont :

- le poids de la sonde $\vec{P}_s = -M_s \cdot g \cdot \vec{z}$
- le poids du câble $\vec{P}_c = -M_c \cdot g \cdot \vec{z}$
- l'action $\vec{F} = F \cdot \vec{z}$.

Le P.F.D. s'écrit :

$$\vec{P}_s + \vec{P}_c + \vec{F} = (M_s + M_c) \cdot a_{\max} \cdot \vec{z}$$

$$-(M_s + M_c) \cdot g + F = (M_s + M_c) \cdot a_{\max}$$

d'où

$$F = (M_s + M_c) \cdot (a_{\max} + g)$$

$$F = (M_s + \rho_\ell \cdot \ell_c) \cdot (a_{\max} + g)$$

$$F = (5,6 + 0,368 \cdot 200) \cdot (1,01 + 9,81) \approx 856 \text{ N}$$