

- Répondre directement (et uniquement) sur la feuille, ne pas dégrafer.
- Vous pouvez compléter vos réponses sur une feuille libre si nécessaire.

Classe : .....  
 Nom : .....  
 Prénom : .....

## DS - Cinématique

### MPSI-2

#### Exercice 1 - Machine de conditionnement

Adapté du concours Icare 1995

Corrigé page 9

#### A. Présentation

Afin de placer des articles destinés à la vente sur des présentoirs, on les conditionne sous emballage constitué d'un carton imprimé et d'une boîte en P.V.C. transparent obtenu par thermoformage. La machine dont on donne l'architecture ci-dessous a pour fonction de placer les articles dans la boîte puis de l'assembler au carton enduit d'un vernis par thermo-scellage.

Cette machine automatisée, du type « à transfert circulaire » est constituée d'un plateau tournant pneumatique et des 6 postes suivants :

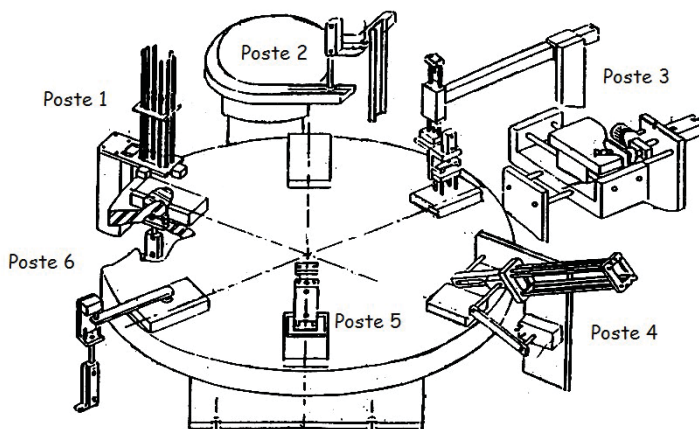


FIGURE 1 – Machine de conditionnement

- Poste 1 : dépose de la boîte thermoformée.
- Postes 2 et 3 : dépose des articles à conditionner dans la boîte.
- Poste 4 : dépose du carton sur l'ensemble [boîte + articles].
- Poste 5 : thermo-scellage de la boîte avec le carton.
- Poste 6 : évacuation du produit.

Notre étude se limite au poste 4 de dépose de carton. Ce poste, représenté partiellement figure 2 prélève dans un magasin des cartons plats et les pose sur un tapis qui les transporte jusqu'au poste de pliage et d'emballage.

Il est constitué principalement :

- d'un magasin, solidaire du bâti (1), où sont empilés les cartons.
- d'un manipulateur constitué :
  - d'un bras-manivelle (2) en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_1)$  avec le bâti et actionné par un vérin rotatif;
  - d'un levier-coulisseau (3) équipé de 2 ventouses qui assurent la prise des cartons. Ce levier coulisseau (3) est entraîné par le bras manivelle avec lequel il est articulé en  $B'$ . En outre, son guidage est complété par une liaison **glissière à billes** avec l'axe guide (4), Cette liaison permet au levier-coulisseau de coulisser le long de l'axe  $(A, \vec{x}_3)$ . L'axe guide pivote par rapport au bâti (1) en A. Deux amortisseurs, placés aux points  $P'$  et  $Q'$ , servent de butées de fin de course au manipulateur en évitant les chocs;
  - Le carton étant maintenu par les deux ventouses, le centre d'inertie du carton  $G_C$  est supposé parfaitement centré par rapport aux deux ventouses.

La figure 4 montre l'évolution du mécanisme lorsque le bras 2 tourne de  $0^\circ$  à  $60^\circ$  et le schéma 3 précise les points, repère et le paramétrage.

Une animation 3D sur Youtube précise les différents mouvements : [https://youtu.be/x4-sjo\\_fv7w](https://youtu.be/x4-sjo_fv7w).

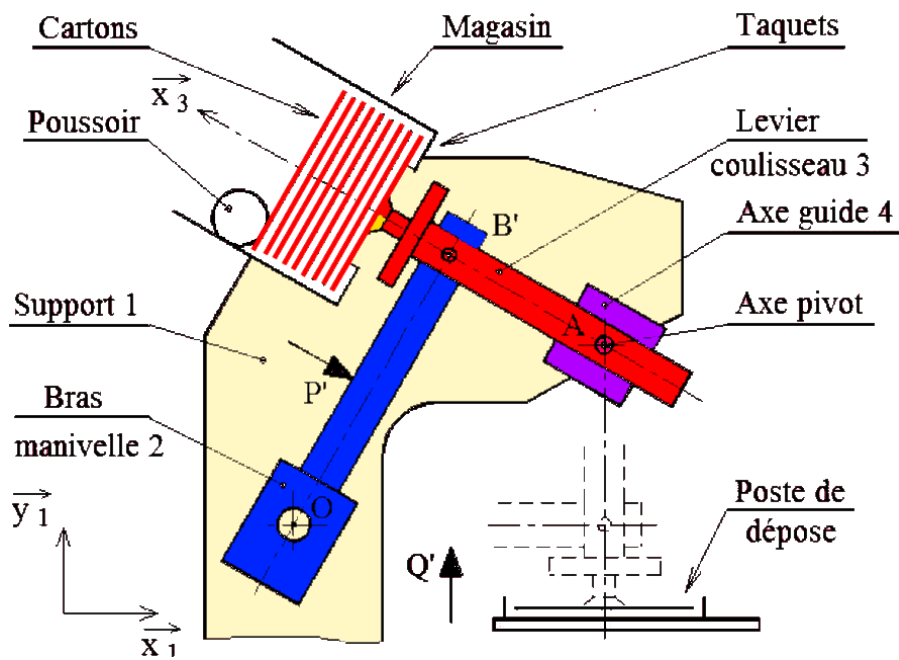


FIGURE 2 – Machine de conditionnement

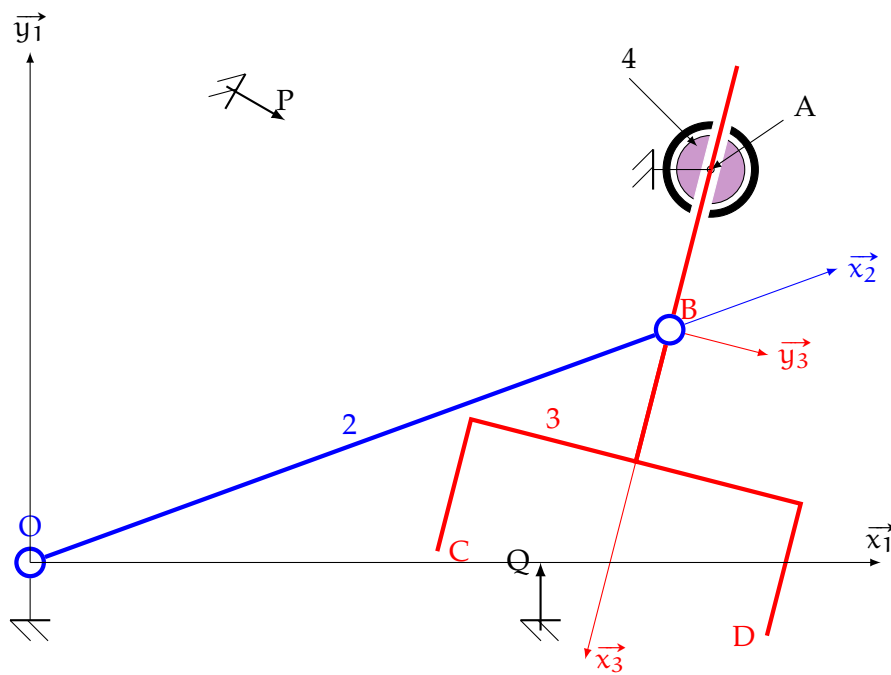


FIGURE 3 – Schéma

### Repères

- $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  : repère lié au bâti 1 supposé galiléen;
- $(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$  : repère lié au bras manivelle 2;
- $(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_1)$  : repère lié au levier coulisseau 3.

### Paramètres cinématiques

- $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$ ;
- $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$ ;
- $\lambda = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{x}_3$ .

## Paramètres géométriques

- $\vec{OA} = L \cdot \vec{x}_1 + L \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \vec{y}_1$ ;
- $\vec{OB} = L \cdot \vec{x}_2$ ;
- $\vec{BC} = b \cdot \vec{x}_3 - c \cdot \vec{y}_3$ ;
- $\vec{BD} = b \cdot \vec{x}_3 + c \cdot \vec{y}_3$ ;
- $\vec{BG}_C = b \cdot \vec{x}_3$ ;
- $\vec{OP} = l \cdot (\cos \alpha_1 \cdot \vec{x}_1 + \sin \alpha_1 \cdot \vec{y}_1)$ ;

$$- \vec{OQ} = l \cdot \vec{x}_1;$$

## Valeurs numériques

- $L = 200 \text{ mm}$ ;
- $b = 80 \text{ mm}$ ;
- $c = 50 \text{ mm}$ ;
- $l = 150 \text{ mm}$
- $\alpha_1 = 60^\circ$

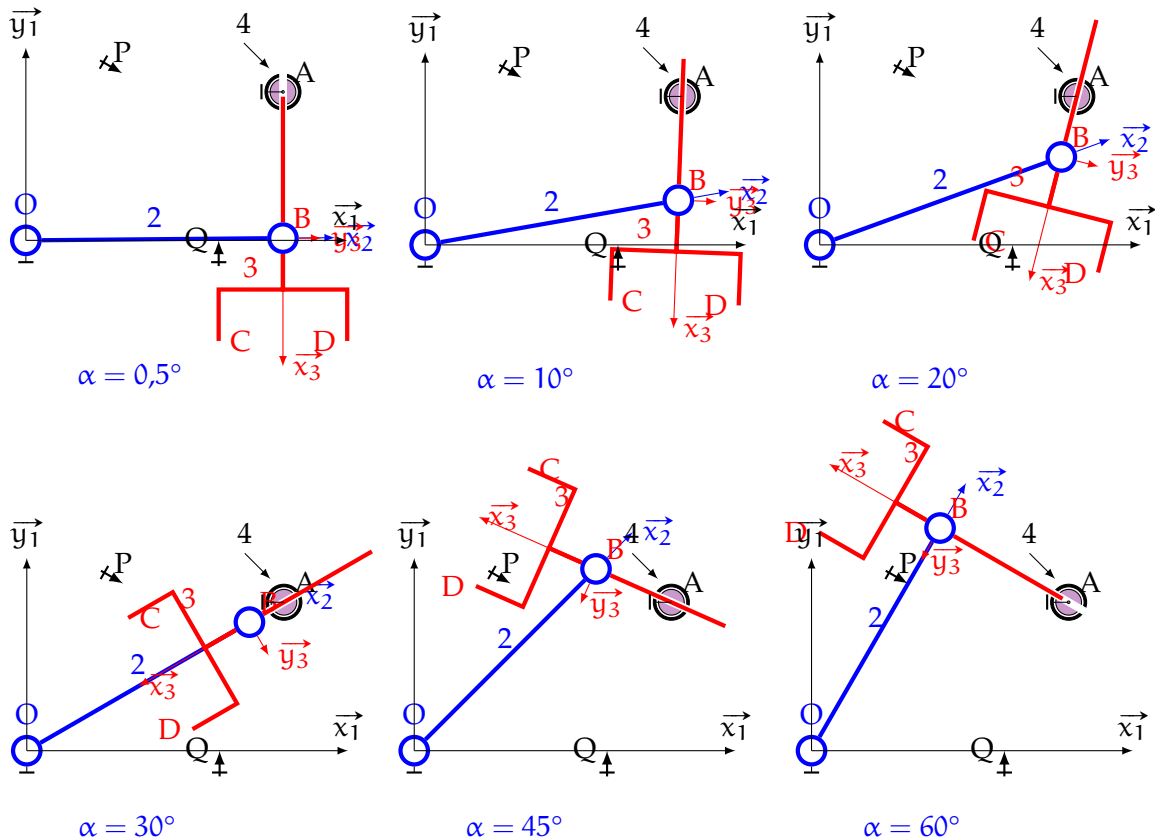


FIGURE 4 – Différentes positions prises par le mécanisme pendant la rotation du bras de  $0^\circ$  à  $60^\circ$

Le schéma 3 précise les points, repère et le paramétrage.

### A.1. Cahier des charges

Afin d'assurer une prise correcte du carton, les deux ventouses doivent être appliquées perpendiculairement au support (éviter la fuite d'air) pendant la phase d'aspiration.

Au début et à la fin du mouvement, le carton doit être pris ou déposé à une vitesse nulle suivant dans le plan du carton, ainsi à l'instant de la dépose en Q la composante suivant  $\vec{x}_1$  doit être nulle.

### B. Modélisation cinématique

**Q1.** Compléter le graphe de structure du mécanisme (figure 5), préciser pour chaque liaison :

- préciser les mouvements entre les solides :
  - le bras manivelle 2 et le support 1,
  - le levier coulisseau 3 et le bras manivelle 2,
  - l'axe guide 4 et le levier coulisseau,
  - l'axe guide 4 et le support 1;







.....  
.....  
.....

**Q13.** En déduire  $\vec{V}_{D \in 3/1}$  et  $\vec{V}_{C \in 3/1}$  pour les positions d'accostage en P' et Q'. Le cahier des charges est-il respecté?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q14.** Pour quelle position angulaire  $\vec{V}_{G \in 3/1}$  est maximale? On posera si nécessaire  $(\vec{y}_2, \vec{y}_3) = \gamma$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q15.** Déterminer  $\vec{V}_{A \in 4/3}$  en fonction de  $\alpha$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Q16.** Déterminer  $\vec{V}_{B \in 3/0}$  en fonction de  $\alpha$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Afin d'éviter que le carton (C) ne se détache pendant le déplacement, il est nécessaire de s'assurer que l'accélération du carton ne dépasse pas une accélération maximale  $\overrightarrow{\Gamma_{max}}$ .

On considère, pour cette partie, que la vitesse de rotation du bras (2) est constante  $\dot{\alpha} = \omega_c$ .

**Q17.** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma_{G_c \in 3/0}}$ . Déterminer la valeur maximale de cette accélération.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....